

Zagregowana funkcja produkcji w ekonomii wzrostu gospodarczego i konwergencji

Jakub Growiec

13 lutego 2012

1 Geneza monografii: koncepcja zagregowanej funkcji produkcji

Zagregowana funkcja produkcji, opisująca relację nakładów do wyników na poziomie całych gospodarek, jest jednym z fundamentów, na których opiera się współczesna makroekonomia. Dzięki niej możemy bowiem w zwięzły i zrozumiały sposób opisać podażową stronę gospodarki: wiedząc, że w procesy produkcyjne w gospodarce zaangażowanych byłoby, przykładowo, K jednostek kapitału i L jednostek pracy, zagregowana funkcja produkcji pozwala bezpośrednio wyliczyć produkt takiej gospodarki jako $Y = F(K, L)$. Co więcej, znając teoretyczną zależność między nakładami a wynikami, możemy nie tylko obliczać hipotetyczne wielkości produkcji przy różnych nakładach czynników, lecz także przeprowadzać porównania międzynarodowe i międzyokresowe. Aplikacja koncepcji zagregowanej funkcji produkcji pozwala bowiem również łatwo oddzielić od siebie efekty różnic w zasobach wykorzystanych czynników produkcji pomiędzy krajami bądź latami od różnic w stosowanej technologii produkcji. Z tego względu koncepcja zagregowanej funkcji produkcji jest kluczowym elementem analiz długookresowego wzrostu gospodarczego i konwergencji.

Formalnie rzecz biorąc, zagregowana funkcja produkcji jest funkcją $F : \mathbb{R}_+^n \rightarrow \mathbb{R}_+$, czyli odwzorowaniem przekształcającym n nakładów w pojedynczy produkt. Wszystkie nakłady oraz wynik opisywane są tu konsekwentnie nieujemnymi liczbami rzeczywistymi. W makroekonomii przyjmuje się bowiem, że produkt gospodarki daje się wyrazić pojedynczą liczbą, taką jak np. produkt krajowy brutto (PKB). Abstrahujemy tym samym od procesów produkcyjnych opisywanych odwzorowaniami wielowartościowymi, z którymi można się spotkać w rozważaniach mikroekonomicznych bądź inżynierskich. Kolejnym fundamentalnym założeniem jest możliwość agregacji nakładów do postaci n czynników,

takich jak całkowity nakład kapitału fizycznego K czy całkowity nakład pracy L . W badaniach empirycznych zasób kapitału wyrażany jest zwykle w jednostkach pieniężnych i konstruowany na podstawie danych o nakładach inwestycyjnych, np. metodą *perpetual inventory* (Jorgenson i Griliches, 1967; Caselli, 2005). Nakład pracy jest natomiast mierzony zwykle jako całkowita liczba osób zatrudnionych, etatów bądź przepracowanych godzin w gospodarce.

W literaturze makroekonomicznej często postuluje się ponadto, by zregulowana funkcja produkcji spełniała też szereg dodatkowych właściwości (zob. np. dyskusję u Acemoglu, 2009). Po pierwsze, zwyczajowo zakłada się, że jest ona dostatecznie gładka, czyli na ogół co najmniej dwukrotnie różniczkowalna w sposób ciągły. Pozwala to znacząco uprościć rachunki, tym samym umożliwiając badaczom wyprowadzenie bardziej precyzyjnych wniosków o charakterze ilościowym. Po drugie, wymaga się, by była ona rosnąca i wklęsła względem każdego z argumentów, a więc charakteryzowała się malejącym krańcowym produktem każdego z czynników produkcji. Po trzecie, postuluje się, by przy zerowym nakładzie wszystkich czynników, produkt także był zerowy. Po czwarte, w wielu opracowaniach zakładane są także stałe korzyści skali. Po piąte, w literaturze makroekonomicznej często postuluje się też spełnienie tzw. warunków Inady, zgodnie z którymi krańcowy produkt poszczególnych czynników powinien zbiegać do nieskończoności w zerze oraz do zera w nieskończoności.

Funkcja, która spełnia warunki gładkości, monotoniczności, wklęsłości, stałych korzyści skali oraz warunki Inady, nazywana jest *neoklasyczną funkcją produkcji* (Barro i Sala-i Martin, 2003; Acemoglu, 2009). To właśnie neoklasyczna funkcja produkcji, stojąca u podstaw konstrukcji modelu Solowa (Solow, 1956; Swan, 1956) stanowiącego podwaliny pod całą współczesną teorię wzrostu, a także hipotezy konwergencji oraz postulatu niemożliwości uzyskania endogenicznego wzrostu w długim okresie przez samą akumulację kapitału (por. Jones i Manuelli, 1990; Barro i Sala-i Martin, 2003), jest bez wątpienia najczęściej przyjmowaną w literaturze postacią zregulowanej funkcji produkcji.

Ważnym szczególnym przypadkiem neoklasycznej funkcji produkcji jest funkcja Cobba–Douglasa o stałych korzyściach skali (Cobb i Douglas, 1928):

$$Y = F(X_1, \dots, X_n) = AX_1^{\alpha_1} \cdot \dots \cdot X_n^{\alpha_n}, \quad \alpha_i > 0 \quad \forall i = 1, 2, \dots, n, \quad \sum_{i=1}^n \alpha_i = 1, \quad (1)$$

a wspomnieć o niej należy przede wszystkim dlatego, że jest ona punktem wyjścia niemal wszystkich rozważań na temat procesów produkcyjnych w skali makro, wzrostu gospodarczego oraz konwergencji.

Dotyczy to w szczególności badań podejmujących próby kwantyfikacji postępu technicznego. Od czasów klasycznej pracy Solowa (1957), postęp tech-

niczny był bowiem zwyczajowo identyfikowany ze wzrostem *produktywności rezydualnej*, będącej z kolei szerokim pojęciem, obejmującym wszystko, czego nie można objaśnić akumulacją czynników uwzględnionych w zagregowanej funkcji produkcji. To, jak szybki był w poszczególnych latach ów mierzony rezydualnie postęp, zależy w kluczowy sposób od założeń na temat kształtu zagregowanej funkcji produkcji. W przypadku przyjęcia założenia o zagregowanej funkcji produkcji Cobba–Douglasa, tempo postępu technicznego sprowadza się jednak do stopy wzrostu zawartego w równaniu (1) multiplikatywnego czynnika A , tj. całkowitej produktywności czynników. Mierzone jest więc ono zgodnie z formułą $\frac{A_{t+1}-A_t}{A_t}$. W przeciwnym przypadku, pojęcie tempa postępu technicznego może być natomiast definiowane wielorako, prowadząc do różnych wniosków.

Kluczowym powodem, dla którego koncepcja neoklasycznej zagregowanej funkcji produkcji, a w szczególności funkcji Cobba–Douglasa, tak powszechnie przyjęła się w literaturze, jest jej aplikacyjna użyteczność oraz zgodność z szeregiem fundamentalnych „stylizowanych faktów” (Kaldor, 1957; Solow, 1957). Nie ma jednak ostatecznej zgody między badaczami co do rzeczywistego kształtu zagregowanej funkcji produkcji, gdyż różne empiryczne metody jego identyfikacji oraz zbiory danych prowadzą tu do różnych wniosków (por. np. Koop et al., 1999, 2000; Duffy i Papageorgiou, 2000; Kumar i Russell, 2002; Henderson i Russell, 2005; Klump et al., 2007; van Biesebroeck, 2007; Bos et al., 2010; Klump et al., 2011; Growiec et al., 2011). Nie ma w szczególności pewności, że rzeczywista zagregowana funkcja produkcji spełnia omówione powyżej postulaty neoklasyczne. Czasem kwestionowane bywają bowiem postulaty stałych korzyści skali oraz warunki Inady.

Uwagi powyższe sugerują zasadność dalszych badań nad zagregowaną funkcją produkcji i jej rolą w badaniach nad wzrostem gospodarczym i konwergencją. W przedkładanej książce wątki te zostały usystematyzowane, a na wybrane pytania zostały udzielone odpowiedzi.

2 Cel i struktura monografii

Celem przedkładanej książki jest ukazanie centralnej roli zagregowanej funkcji produkcji w ekonomii wzrostu gospodarczego i konwergencji. W tym celu omówione zostało, w jaki sposób koncepcja ta jest wykorzystywana jako narzędzie przydatne w empirycznej kwantyfikacji postępu technicznego, objaśnianiu źródeł różnic w poziomie rozwoju gospodarczego pomiędzy krajami świata, objaśnianiu źródeł różnego tempa wzrostu w wybranych krajach na przestrzeni lat, a także w wyznaczaniu światowej granicy technologicznej – opisującej maksymalny produkt możliwy do uzyskania w danym roku przy danych zasobach czyn-

ników produkcji. Podkreślony został także brak konsensusu w kwestii kształtu zagregowanej funkcji produkcji na poziomie krajów oraz omówione zostały najważniejsze związane z tym kontrowersje empiryczne. Zaprezentowane zostało także wyprowadzenie formalne wybranych postaci analitycznych zagregowanej funkcji produkcji od mikropodstaw, dzięki któremu możliwe jest oddzielenie postaci funkcyjnych zgodnych z określonymi dodatkowymi postulatami teoretycznymi od postaci przyjmowanych *ad hoc*. Na tle doniesień współczesnej literatury przedmiotu przedstawiłem też moje autorskie wyniki, w przeważającej części o charakterze empirycznym. Uważam, że wszystkie te elementy pozwalają przybliżyć bieżący stan wiedzy w zakresie zastosowań zagregowanej funkcji produkcji w ekonomii wzrostu gospodarczego i konwergencji.

Punktem wyjścia rozważań podejmowanych w kolejnych rozdziałach monografii jest “paradygmat” funkcji Cobba–Douglasa, który został przyjęty w ekonomii wzrostu gospodarczego w latach 50. XX wieku, w konsekwencji dwóch przełomowych prac Solowa (Solow, 1956, 1957). W rozdziale 2 skomentowano najważniejsze implikacje omawianego standardowego podejścia (“paradygmatu”) oraz jego podstawy empiryczne – zarówno fakty, jak i artefakty. Omówiono w szczególności ważny skutek przyjmowania tego założenia, jakim jest jednowymiarowość czynnika technologicznego, niepozwalająca kwantyfikować zjawisk, takich jak zmiany kierunku postępu technicznego (Cantore et al., 2010), zmiany kształtu światowej granicy technologicznej (Caselli i Coleman, 2006) czy też wahaniami udziału wynagrodzenia pracy w PKB (ang. *labor share*). Osobny podrozdział poświęcony został mojemu autorskiemu badaniu dotyczącemu bezpośrednio tej ostatniej kwestii, gdyż stoi ona u podstaw jednego z kluczowych argumentów przeciwko stosowaniu zagregowanej funkcji produkcji Cobba–Douglasa w badaniach empirycznych: wbrew implikacjom „stylizowanych faktów” Kaldora (1957) udział wynagrodzenia pracy w PKB podlega cyklicznym fluktuacjom (Klump et al., 2007; Cantore et al., 2010), różni się pomiędzy krajami (Bernanke i Gürkaynak, 2001; Gollin, 2002) oraz, począwszy od lat 70. XX wieku, w większości krajów europejskich ma też trend spadkowy (Arpaia et al., 2009).

Wnioskiem, jaki można wyciągnąć z lektury rozdziału 2, jest stwierdzenie, że o ile przybliżenie procesów produkcyjnych za pomocą zagregowanej funkcji Cobba–Douglasa jest aproksymacją dostatecznie dobrą w przypadku niektórych zastosowań (związanych np. z odwzorowaniem przebiegu cyklu koniunkturalnego), to w przypadku innych zastosowań – jak np. dekompozycja różnic w poziomie rozwoju krajów świata lub ich stóp wzrostu czy też kwantyfikacja postępu technologicznego – jest aproksymacją bardzo niedoskonałą. Dlatego też w kolejnym rozdziale 3 omówiono najważniejsze uogólnienia funkcji Cobba–Douglasa: funkcję CES (o stałej acz niejednostkowej elastyczności substytucji, zob. Arrow

et al., 1961) oraz funkcję translogarytmiczną (Christensen et al., 1973). Przedstawione zostały zjawiska, które takie funkcje mogą odwzorować, a funkcja Cobba–Douglasa – nie. Mowa tu w szczególności o możliwości wyizolowania zmian jednostkowych produktywności poszczególnych czynników produkcji oraz dokonania oceny obserwowanego empirycznie kierunku postępu technicznego (czy jest on skierowany na kapitał czy pracę). Rozdział zawiera także omówienie mojego autorskiego modelu teoretycznego, pozwalającego wyprowadzić zagregowaną funkcję produkcji od mikropodstaw, czyli z funkcji produkcji na poziomie (homo-genicznych) firm oraz rozkładu jednostkowych produktywności czynników. Przy najbardziej podstawowych założeniach, wygenerowana zostaje tu funkcja Cobba–Douglasa. Łatwo jednak zmodyfikować strukturę modelu tak, by uzyskać funkcję CES lub jeszcze bardziej złożone postaci funkcyjne (Growiec, 2008a,b). W rozdziale 3 omówiono też, na podstawie innego mojego badania (Growiec i Marć, 2009), w jaki sposób kalibrowana zagregowana funkcja produkcji CES może być wykorzystywana w empirycznych analizach makroekonomicznych (zob. też Caselli i Coleman, 2006).

Rozdział 4 wychodzi natomiast w stronę estymacji światowej granicy technologicznej na podstawie danych panelowych na poziomie krajów świata. Opierając się na nieparametrycznej metodzie DEA wyprowadzony został tam dla każdego kraju jego produkt „potencjalny” – czyli maksymalny produkt możliwy do wyprodukowania z posiadanych przez dany kraj zasobów czynników, według dostępnych na świecie na dany moment technologii. Pośrednio oszacowany został dzięki temu także kształt zagregowanej funkcji produkcji. Rozdział ten w znaczącej części odnosi się do mojego autorskiego badania (Growiec, 2012), którego wartość dodana względem wcześniejszej literatury polega na udoskonaleniu oszacowań światowej granicy technologicznej dzięki pomocniczemu wykorzystaniu danych o poszczególnych stanach USA oraz bardziej szczegółowemu ujęciu zasobów kapitału ludzkiego. Funkcja produkcji wyznaczona w tym badaniu z wykorzystaniem metody DEA jest z założenia kawałkami liniowa, toteż należy ją traktować raczej jako aproksymację, a nie ostateczną postać funkcyjną rzeczywistej zagregowanej funkcji produkcji. Ze względu na fakt, iż metoda DEA nie wymaga żadnych apriorycznych założeń co do jej nachylenia w poszczególnych punktach, uzyskane w ten sposób oszacowanie może stanowić natomiast bardzo dobry punkt odniesienia przy ocenianiu jakości dopasowania wybranych parametrycznych postaci funkcji produkcji do danych.

Temu właśnie zagadnieniu poświęcony został rozdział 5, w którym w oparciu o nieparametryczne oszacowanie światowej granicy technologicznej metodą DEA przeprowadzony został szereg testów empirycznych postaci funkcyjnej dla zagregowanej funkcji produkcji. Jest to jeden test bezpośredni, w którym porównano

ze sobą wprost same oszacowania funkcji produkcji, oraz jeden test pośredni, oparty na implikacjach poszczególnych oszacowań funkcji produkcji dla postępu technicznego (Growiec et al., 2011; Growiec, 2010). W rozdziale tym szerzej omówione zostały także problemy z doborem listy nakładów uwzględnianych w funkcji produkcji. Należy się bowiem spodziewać, że tradycyjne ujęcie bazujące na dwóch czynnikach – kapitale i pracy – może prowadzić do obciążonych oszacowań funkcji produkcji ze względu na pominięcie istotnego czynnika kapitału ludzkiego (Henderson i Russell, 2005; Growiec et al., 2011). Co więcej, zarówno kapitał, jak i praca (nawet skorygowana o multiplikatywny czynnik kapitału ludzkiego) składają się z heterogenicznych składowych, które nie muszą być ze sobą doskonale substytucyjne. Żeby móc odzwierciedlić tę możliwość, dla czynnika pracy wprowadzone zostało rozbieżne na pracę wykwalifikowaną i niewykwalifikowaną.

Rozdział 6 przedstawia natomiast, w oparciu o wyniki moich dalszych analiz, jedno z kluczowych zastosowań zagregowanej funkcji produkcji oraz oszacowań światowej granicy technologicznej w ekonomii wzrostu gospodarczego i konwergencji, a mianowicie dekompozycję różnic w poziomie rozwoju krajów świata oraz różnic w ich tempie wzrostu. Dekompozycje takie pozwalają obliczyć relatywne udziały akumulacji poszczególnych czynników produkcji, a także efektywności technicznej oraz, w przypadku dekompozycji stóp wzrostu, postępu technologicznego na światowej granicy technologicznej, w wyjaśnianiu obserwowanych różnic produktywności (Kumar i Russell, 2002; Caselli, 2005; Solow, 1957; Growiec, 2012).

Całość monografii, a w szczególności także jej cel, sformułowane zostały przy założeniu możliwości aproksymacji za pomocą zagregowanej funkcji produkcji rzeczywistych procesów produkcyjnych, odbywających się w heterogenicznych firmach z wykorzystaniem zróżnicowanych technologii produkcyjnych. W przeciwnym razie sformułowanie zależności funkcyjnej między zagregowanymi nakładami a zagregowanym wynikiem nie byłoby możliwe, gdyż kluczowy dla określenia zagregowanej produktywności gospodarki byłby również rozkład czynników pomiędzy firmami, a nie tylko ich całkowite nakłady. Wiadomo jednak (Felipe i Fisher, 2003; Temple, 2006), że zagregowana funkcja produkcji w postaci dokładnej mogłaby istnieć jedynie przy spełnieniu bardzo silnych i wyraźnie sprzecznych z rzeczywistością założeń odnośnie do struktury rynków oraz funkcji produkcji w skali firm. Tymczasem powszechnie wykorzystywane w ekonomii wzrostu gospodarczego i konwergencji modele makroekonomiczne bazujące na zagregowanej funkcji produkcji są wyprowadzane od mikropodstaw zazwyczaj z przyjęciem absolutnie kontrfaktycznego założenia o homogeniczności firm (Acemoglu, 2009; Barro i Sala-i Martin, 2003). Tym niemniej szereg badań symulacyjnych przeprowadzonych przez Fishera i współautorów (por. Felipe i Holz, 2001), a także

omówiony w książce argument Shaikha (1974) wskazują, że niemożliwość przeprowadzenia agregacji w sensie ścisłym nie musi od razu unieważniać analiz opartych o zagregowaną funkcję produkcji: częstokroć modele te mogą bowiem opisać określone wycinki gospodarki z relatywnie dużą dokładnością pomimo swoich niedostatków teoretycznych.

Omówione w monografii wyniki mogą stanowić podstawę dla dalszych badań. Zarysujmy wybrane kierunki, w których wątki te można rozwijać. Po pierwsze, wskazane byłoby przeprowadzenie dalszych badań mających na celu identyfikację kształtu zagregowanej funkcji produkcji na podstawie parametrycznych i nieparametrycznych oszacowań światowej granicy technologicznej. W szczególności, przedstawione tu wyniki należałoby zestawić z ich odpowiednikami uzyskanymi dla alternatywnych zbiorów danych i innych analitycznych specyfikacji funkcji produkcji. Po drugie, przydatne byłyby też dalsze analizy dekompozycyjne, bazujące na tychże alternatywnych założeniach. Po trzecie, sformułowany w moich opracowaniach teoretyczny model dostarczający mikropodstaw dla zagregowanej funkcji produkcji CES ze skierowanym postępem technicznym może zostać zaaplikowany do szeregu dalszych pytań, dotyczących np. długookresowego wzrostu, handlu międzynarodowego oraz ewolucji struktur rynkowych.

Literatura

- ACEMOGLU, D. (2009): *Introduction to Modern Economic Growth*. Princeton University Press.
- ARPAIA, A., E. PÉREZ ORAZ K. PICHELMANN (2009): “Understanding Labour Income Share Dynamics in Europe”, Working paper, European Commission, European Economy Paper No. 379.
- ARROW, K., H. B. CHENERY, B. S. MINHAS ORAZ R. M. SOLOW (1961): “Capital-Labor Substitution and Economic Efficiency”, *Review of Economics and Statistics*, 43, 225–250.
- BARRO, R. J. ORAZ X. X. SALA-I MARTIN (2003): *Economic Growth*. MIT Press.
- BERNANKE, B. S. ORAZ R. S. GÜRKAYNAK (2001): “Is Growth Exogenous? Taking Mankiw, Romer and Weil Seriously”, [w:] *NBER Macroeconomics Annual 2001*, (red.) B. S. Bernanke oraz K. Rogoff. MIT Press.
- BOS, J. W. B., C. ECONOMIDOU, M. KOETTER ORAZ J. W. KOLARI (2010): “Do All Countries Grow Alike?”, *Journal of Development Economics*, 91, 113–127.

- CANTORE, C., M. A. LEÓN-LEDESMA, P. MCADAM ORAZ A. WILLMAN (2010): “Shocking Stuff: Technology, Hours and Factor Augmentation”, Working paper, European Central Bank WP 1278.
- CASELLI, F. (2005): “Accounting for Cross-Country Income Differences”, [w:] *Handbook of Economic Growth*, (red.) P. Aghion oraz S. Durlauf. North-Holland.
- CASELLI, F. ORAZ W. J. COLEMAN (2006): “The World Technology Frontier”, *American Economic Review*, 96, 499–522.
- CHRISTENSEN, L. R., D. W. JORGENSON ORAZ L. J. LAU (1973): “Transcendental Logarithmic Production Frontiers”, *Review of Economics and Statistics*, 55, 29–45.
- COBB, C. W. ORAZ P. H. DOUGLAS (1928): “A Theory of Production”, *American Economic Review*, 18, 139–165.
- DUFFY, J. ORAZ C. PAPAGEORGIU (2000): “The Specification of the Aggregate Production Function: A Cross-Country Empirical Investigation”, *Journal of Economic Growth*, 5, 83–116.
- FELIPE, J. ORAZ F. M. FISHER (2003): “Aggregation in Production Functions: What Applied Economists Should Know”, *Metroeconomica*, 54, 208–262.
- FELIPE, J. ORAZ C. HOLZ (2001): “Why Do Aggregate Production Functions Work? Fisher’s Simulations, Shaikh’s Identity, and Some New Results”, *International Review of Applied Economics*, 15, 261–285.
- GOLLIN, D. (2002): “Getting Income Shares Right”, *Journal of Political Economy*, 110, 458–474.
- GROWIEC, J. (2008a): “A New Class of Production Functions and an Argument Against Purely Labor-Augmenting Technical Change”, *International Journal of Economic Theory*, 4, 483–502.
- (2008b): “Production Functions and Distributions of Unit Factor Productivities: Uncovering the Link”, *Economics Letters*, 101, 87–90.
- (2010): “On the Measurement of Technological Progress Across Countries”, Working paper, National Bank of Poland WP 73.
- (2012): “The World Technology Frontier: What Can We Learn from the US States?”, *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, s. w druku.

- GROWIEC, J. ORAZ L. MARĆ (2009): “Produktywność czynników w krajach OECD”, *Gospodarka Narodowa*, 9, 23–47.
- GROWIEC, J., A. PAJOR, D. PELLE ORAZ A. PRĘDKI (2011): “The Shape of Aggregate Production Functions: Evidence from Estimates of the World Technology Frontier”, Working paper, National Bank of Poland WP 102.
- HENDERSON, D. J. ORAZ R. R. RUSSELL (2005): “Human Capital and Convergence: A Production–Frontier Approach”, *International Economic Review*, 46, 1167–1205.
- JONES, L. E. ORAZ R. E. MANUELLI (1990): “A Convex Model of Equilibrium Growth: Theory and Policy Implications”, *Journal of Political Economy*, 98, 1008–1038.
- JORGENSON, D. W. ORAZ Z. GRILICHES (1967): “The Explanation of Productivity Change”, *Review of Economic Studies*, 34, 249–280.
- KALDOR, N. (1957): “A Model of Economic Growth”, *Economic Journal*, 67, 591–624.
- KLUMP, R., P. MCADAM ORAZ A. WILLMAN (2007): “Factor Substitution and Factor Augmenting Technical Progress in the US: A Normalized Supply-Side System Approach”, *Review of Economics and Statistics*, 89, 183–192.
- (2011): “Normalization in CES Production Functions: Theory and Empirics”, Working paper, European Central Bank WP 1294.
- KOOP, G., J. OSIEWALSKI ORAZ M. F. J. STEEL (1999): “The Components of Output Growth: A Stochastic Frontier Analysis”, *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 61, 455–487.
- (2000): “Measuring the Sources of Output Growth in a Panel of Countries”, *Journal of Business and Economic Statistics*, 18, 284–299.
- KUMAR, S. ORAZ R. R. RUSSELL (2002): “Technological Change, Technological Catch-up, and Capital Deepening: Relative Contributions to Growth and Convergence”, *American Economic Review*, 92, 527–548.
- SHAIKH, A. (1974): “Laws of Production and Laws of Algebra: The Humbug Production Function”, *Review of Economics and Statistics*, 56, 115–120.
- SOLOW, R. M. (1956): “A Contribution to the Theory of Economic Growth”, *Quarterly Journal of Economics*, 70, 65–94.

- (1957): “Technical Change and the Aggregate Production Function”, *Review of Economics and Statistics*, 39, 312–320.
- SWAN, T. (1956): “Economic Growth and Capital Accumulation”, *Economic Record*, 32, 334–361.
- TEMPLE, J. (2006): “Aggregate Production Functions and Growth Economics”, *International Review of Applied Economics*, 20, 301–317.
- VAN BIESEBROECK, J. (2007): “Robustness of Productivity Estimates”, *Journal of Industrial Economics*, 40, 529–569.