

# Zagregowana funkcja produkcji w ekonomii wzrostu gospodarczego i konwergencji

Jakub Growiec<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Narodowy Bank Polski

<sup>2</sup>Szkoła Główna Handlowa

Seminarium Instytutu Ekonomicznego NBP, 9 maja 2012

# Układ prezentacji

- 1 Koncepcja zagregowanej funkcji produkcji
- 2 Tło historyczne
- 3 Monografia: tok wywodu i główne tezy

# Plan prezentacji

1 Koncepcja zagregowanej funkcji produkcji

2 Tło historyczne

3 Monografia: tok wywodu i główne tezy

# Koncepcja zagregowanej funkcji produkcji

## Definicja

*Zagregowana funkcja produkcji to funkcja*

$$F : \mathbb{R}_+^n \rightarrow \mathbb{R}_+,$$

*tj. odwzorowanie przekształcające **n nakładów** w **jeden produkt**.*

- **Nakłady** (zagregowane): np. kapitał fizyczny, kapitał ludzki, praca niewykwalifikowana, praca wykwalifikowana, surowce nieodnawialne, surowce odnawialne, itd.
- **Produkt** (zagregowany): np. PKB.

# Koncepcja zagregowanej funkcji produkcji

## Definicja

Zagregowana funkcja produkcji to funkcja

$$F : \mathbb{R}_+^n \rightarrow \mathbb{R}_+,$$

tj. odwzorowanie przekształcające *n nakładów* w *jeden produkt*.

- **Nakłady** (zagregowane): np. kapitał fizyczny, kapitał ludzki, praca niewykwalifikowana, praca wykwalifikowana, surowce nieodnawialne, surowce odnawialne, itd.
- **Produkt** (zagregowany): np. PKB.

Przykład: funkcja Cobba–Douglasa o stałych korzyściach skali

$$Y = F(X_1, \dots, X_n) = AX_1^{\alpha_1} \cdot \dots \cdot X_n^{\alpha_n}, \quad \alpha_i > 0 \quad \forall i = 1, 2, \dots, n, \quad \sum_{i=1}^n \alpha_i = 1,$$

$$Y = F(K, L) = AK^\alpha L^{1-\alpha}.$$

# Postulowane własności zagregowanej funkcji produkcji

W literaturze najczęściej rozpatrywane są funkcje produkcji spełniające zestaw **założeń neoklasycznych**:

# Postulowane własności zagregowanej funkcji produkcji

W literaturze najczęściej rozpatrywane są funkcje produkcji spełniające zestaw **założeń neoklasycznych**:

- 1 Funkcja gładka (co najmniej dwukrotnie różniczkowalna).

# Postulowane własności zagregowanej funkcji produkcji

W literaturze najczęściej rozpatrywane są funkcje produkcji spełniające zestaw **założeń neoklasycznych**:

- 1 Funkcja gładka (co najmniej dwukrotnie różniczkowalna).
- 2 Rosnąca i wklęsła względem każdego argumentu (czynnika produkcji):

$$\frac{\partial F}{\partial X_i} > 0, \quad \frac{\partial^2 F}{\partial X_i^2} < 0, \quad \forall i = 1, 2, \dots, n.$$



# Postulowane własności zagregowanej funkcji produkcji

W literaturze najczęściej rozpatrywane są funkcje produkcji spełniające zestaw **założeń neoklasycznych**:

- 1 Funkcja gładka (co najmniej dwukrotnie różniczkowalna).
- 2 Rosnąca i wklęsła względem każdego argumentu (czynnika produkcji):

$$\frac{\partial F}{\partial X_i} > 0, \quad \frac{\partial^2 F}{\partial X_i^2} < 0, \quad \forall i = 1, 2, \dots, n.$$

- 3 Zerowy nakład  $\Rightarrow$  zerowy produkt:

$$F(0, 0, \dots, 0) = 0.$$

# Postulowane własności zagregowanej funkcji produkcji

W literaturze najczęściej rozpatrywane są funkcje produkcji spełniające zestaw **założeń neoklasycznych**:

- 1 Funkcja gładka (co najmniej dwukrotnie różniczkowalna).
- 2 Rosnąca i wklęsła względem każdego argumentu (czynnika produkcji):

$$\frac{\partial F}{\partial X_i} > 0, \quad \frac{\partial^2 F}{\partial X_i^2} < 0, \quad \forall i = 1, 2, \dots, n.$$

- 3 Zerowy nakład  $\Rightarrow$  zerowy produkt:

$$F(0, 0, \dots, 0) = 0.$$

- 4 Stałe korzyści skali:

$$F(\lambda X_1, \dots, \lambda X_n) = \lambda F(X_1, \dots, X_n), \quad \forall \lambda > 0.$$

# Postulowane własności zagregowanej funkcji produkcji

W literaturze najczęściej rozpatrywane są funkcje produkcji spełniające zestaw **założeń neoklasycznych**:

- 1 Funkcja gładka (co najmniej dwukrotnie różniczkowalna).
- 2 Rosnąca i wklęsła względem każdego argumentu (czynnika produkcji):

$$\frac{\partial F}{\partial X_i} > 0, \quad \frac{\partial^2 F}{\partial X_i^2} < 0, \quad \forall i = 1, 2, \dots, n.$$

- 3 Zerowy nakład  $\Rightarrow$  zerowy produkt:

$$F(0, 0, \dots, 0) = 0.$$

- 4 Stałe korzyści skali:

$$F(\lambda X_1, \dots, \lambda X_n) = \lambda F(X_1, \dots, X_n), \quad \forall \lambda > 0.$$

- 5 Warunki Inady:

$$\lim_{X_i \rightarrow 0} \frac{\partial F}{\partial X_i} = +\infty, \quad \lim_{X_i \rightarrow +\infty} \frac{\partial F}{\partial X_i} = 0, \quad \forall i = 1, 2, \dots, n.$$

# Wybrane aplikacje zagregowanej funkcji produkcji w ekonomii wzrostu gospodarczego i konwergencji

- Dekompozycja różnic w poziomie produktu (PKB *per capita*):

$$\frac{Y_1}{Y_2} = \frac{F(K_1, L_1)}{F(K_2, L_2)} = \frac{A_1}{A_2} \cdot \left(\frac{K_1}{K_2}\right)^\alpha \cdot \left(\frac{L_1}{L_2}\right)^{1-\alpha}.$$

# Wybrane aplikacje zagregowanej funkcji produkcji w ekonomii wzrostu gospodarczego i konwergencji

- Dekompozycja różnic w poziomie produktu (PKB *per capita*):

$$\frac{Y_1}{Y_2} = \frac{F(K_1, L_1)}{F(K_2, L_2)} = \frac{A_1}{A_2} \cdot \left(\frac{K_1}{K_2}\right)^\alpha \cdot \left(\frac{L_1}{L_2}\right)^{1-\alpha}.$$

- Pomiar tempa postępu technicznego (wzrost produktywności rezydualnej):

$$\frac{A_{t+1} - A_t}{A_t}.$$

# Wybrane aplikacje zagregowanej funkcji produkcji w ekonomii wzrostu gospodarczego i konwergencji

- Dekompozycja różnic w poziomie produktu (PKB *per capita*):

$$\frac{Y_1}{Y_2} = \frac{F(K_1, L_1)}{F(K_2, L_2)} = \frac{A_1}{A_2} \cdot \left(\frac{K_1}{K_2}\right)^\alpha \cdot \left(\frac{L_1}{L_2}\right)^{1-\alpha}.$$

- Pomiar tempa postępu technicznego (wzrost produktywności rezydualnej):

$$\frac{A_{t+1} - A_t}{A_t}.$$

- Dekompozycja wzrostu gospodarczego:

$$\frac{Y_{t+1}}{Y_t} = \frac{F(K_{t+1}, L_{t+1})}{F(K_t, L_t)} = \frac{A_{t+1}}{A_t} \cdot \left(\frac{K_{t+1}}{K_t}\right)^\alpha \cdot \left(\frac{L_{t+1}}{L_t}\right)^{1-\alpha},$$

$$\hat{Y}_t = \hat{A}_t + F_K \hat{K}_t + F_L \hat{L}_t.$$

# Plan prezentacji

- 1 Koncepcja zagregowanej funkcji produkcji
- 2 Tło historyczne
- 3 Monografia: tok wywodu i główne tezy

# Debata Cambridge–Cambridge nt. teorii kapitału

## Podejście neoklasyczne (MIT: Cambridge, USA)

- Neoklasyczna funkcja produkcji, *well-behaved*, kapitał „przekuwalny”.
- Neoklasycy rozważali także różne rozszerzenia swojego podstawowego modelu.
- Np. Samuelson, Solow, Arrow-Chenery-Minhas-Solow, Swan.



# Debata Cambridge–Cambridge nt. teorii kapitału

## Podejście neoklasyczne (MIT: Cambridge, USA)

- Neoklasyczna funkcja produkcji, *well-behaved*, kapitał „przekuwalny”.
- Neoklasycy rozważali także różne rozszerzenia swojego podstawowego modelu.
- Np. Samuelson, Solow, Arrow-Chenery-Minhas-Solow, Swan.

## Krytyka keynesistów (Cambridge, UK)

- **Wiele ostrzy krytyki, brak prostej alternatywy.**

# Debata Cambridge–Cambridge nt. teorii kapitału

## Podejście neoklasyczne (MIT: Cambridge, USA)

- Neoklasyczna funkcja produkcji, *well-behaved*, kapitał „przekuwalny”.
- Neoklasycy rozważali także różne rozszerzenia swojego podstawowego modelu.
- Np. Samuelson, Solow, Arrow-Chenery-Minhas-Solow, Swan.

## Krytyka keynesistów (Cambridge, UK)

- **Wiele ostrzy krytyki, brak prostej alternatywy.**
- Kapitał nie jest „przekuwalny” (*galareta, masło??*), ponadto realizacja inwestycji jest czasochłonna.
- Kluczową sprawą jest **wyбір techniki produkcji**. Jak się raz zainwestuje w konkretną postać kapitału, to potem mamy stałe współczynniki nakładów w produkcji (dziś: *funkcja produkcji Leontiewa*).
- Rzeczywista funkcja produkcji nie może być *well-behaved* – występuje *reswitching*:  $F_1$  dla  $r < r_1$  oraz  $r > r_2$ ,  $F_2$  dla  $r \in (r_1, r_2)$ .
- Niepełne wykorzystanie czynników produkcji w procesie produkcyjnym.

# Debata Cambridge—Cambridge nt. teorii kapitału

## Podejście neoklasyczne (MIT: Cambridge, USA)

- Neoklasyczna funkcja produkcji, *well-behaved*, kapitał „przekuwalny”.
- Neoklasycy rozważali także różne rozszerzenia swojego podstawowego modelu.
- Np. Samuelson, Solow, Arrow-Chenery-Minhas-Solow, Swan.

## Krytyka keynesistów (Cambridge, UK)

- **Wiele ostrzy krytyki, brak prostej alternatywy.**
- Kapitał nie jest „przekuwalny” (*galareta, masło??*), ponadto realizacja inwestycji jest czasochłonna.
- Kluczową sprawą jest **wyбір techniki produkcji**. Jak się raz zainwestuje w konkretną postać kapitału, to potem mamy stałe współczynniki nakładów w produkcji (dziś: *funkcja produkcji Leontiewa*).
- Rzeczywista funkcja produkcji nie może być *well-behaved* – występuje *reswitching*:  $F_1$  dla  $r < r_1$  oraz  $r > r_2$ ,  $F_2$  dla  $r \in (r_1, r_2)$ .
- Niepełne wykorzystanie czynników produkcji w procesie produkcyjnym.
- Np. Robinson, Champernowne, Kaldor, Pasinetti, Garegnani.

# Debata Cambridge—Cambridge nt. teorii kapitału

## Podejście neoklasyczne (MIT: Cambridge, USA)

- Neoklasyczna funkcja produkcji, *well-behaved*, kapitał „przekuwalny”.
- Neoklasycy rozważali także różne rozszerzenia swojego podstawowego modelu.
- Np. Samuelson, Solow, Arrow-Chenery-Minhas-Solow, Swan.

## Krytyka keynesistów (Cambridge, UK)

- **Wiele ostrzy krytyki, brak prostej alternatywy.**
- Kapitał nie jest „przekuwalny” (*galareta, masło??*), ponadto realizacja inwestycji jest czasochłonna.
- Kluczową sprawą jest **wyбір techniki produkcji**. Jak się raz zainwestuje w konkretną postać kapitału, to potem mamy stałe współczynniki nakładów w produkcji (dziś: *funkcja produkcji Leontiewa*).
- Rzeczywista funkcja produkcji nie może być *well-behaved* – występuje *reswitching*:  $F_1$  dla  $r < r_1$  oraz  $r > r_2$ ,  $F_2$  dla  $r \in (r_1, r_2)$ .
- Niepełne wykorzystanie czynników produkcji w procesie produkcyjnym.
- Np. Robinson, Champernowne, Kaldor, Pasinetti, Garegnani.

## Krytyka Sraffy (Cambridge, UK)

- Ukazanie roli dóbr pośrednich w wytwarzaniu dóbr finalnych.

# Debata Cambridge–Cambridge (cd.)

Pytanie Joan Robinson:

- *“What is a quantity of capital?”*
- Jej zdaniem, **praca i ziemia są mierzone w naturalnych jednostkach** (godzina pracy, hektar), ale (zagregowany) **kapitał nie**.
- Wniosek z analiz: **nie istnieje metoda pomiaru** zagregowanego kapitału **niezależna od rozkładu i cen** względnych (pomiędzy firmami i/lub kategoriami dóbr kapitałowych).

# Debata Cambridge–Cambridge (cd.)

Pytanie Joan Robinson:

- *“What is a quantity of capital?”*
- Jej zdaniem, **praca i ziemia są mierzone w naturalnych jednostkach** (godzina pracy, hektar), ale (zagregowany) **kapitał nie**.
- Wniosek z analiz: **nie istnieje metoda pomiaru** zagregowanego kapitału **niezależna od rozkładu i cen** względnych (pomiędzy firmami i/lub kategoriami dóbr kapitałowych).
- Dziś: **te same zastrzeżenia** wysuwane są także względem pracy (rola kapitału ludzkiego).

# Debata Cambridge–Cambridge (cd.)

Pytanie Joan Robinson:

- “*What is a quantity of capital?*”
- Jej zdaniem, **praca i ziemia są mierzone w naturalnych jednostkach** (godzina pracy, hektar), ale (zagregowany) **kapitał nie**.
- Wniosek z analiz: **nie istnieje metoda pomiaru** zagregowanego kapitału **niezależna od rozkładu i cen** względnych (pomiędzy firmami i/lub kategoriami dóbr kapitałowych).
- Dziś: **te same zastrzeżenia** wysuwane są także względem pracy (rola kapitału ludzkiego).
- Dziś: pomiar zagregowanego kapitału zwykle bazuje na metodzie *perpetual inventory* (Jorgenson i Griliches, 1967).

# Debata Cambridge–Cambridge oczami współczesnego ekonomisty

Spory wokół teorii kapitału wygasły w latach 70. Później poszczególne elementy krytyki keynesistowskiej były inkorporowane w ramach teorii opartych na fundamentach neoklasycznych:



# Debata Cambridge–Cambridge oczami współczesnego ekonomisty

Spory wokół teorii kapitału wygasły w latach 70. Później poszczególne elementy krytyki keynesistowskiej były inkorporowane w ramach teorii opartych na fundamentach neoklasycznych:

- Czas realizacji inwestycji (m.in. RBC).
- Uwzględnienie roli dóbr pośrednich (m.in. macierz IO).
- Stałe współczynniki w ramach krótkookresowej funkcji produkcji (m.in. modele „roczników” kapitału, *vintage capital*, założenie *putty-clay*).
- Niepełne wykorzystanie czynników produkcji w równowadze (m.in. modele poszukiwań na rynku pracy).
- Wybór techniki produkcji (m.in. Jones, 2005).

# Debata Cambridge–Cambridge oczami współczesnego ekonomisty

Spory wokół teorii kapitału wygasły w latach 70. Później poszczególne elementy krytyki keynesistowskiej były inkorporowane w ramach teorii opartych na fundamentach neoklasycznych:

- Czas realizacji inwestycji (m.in. RBC).
- Uwzględnienie roli dóbr pośrednich (m.in. macierz IO).
- Stałe współczynniki w ramach krótkookresowej funkcji produkcji (m.in. modele „roczników” kapitału, *vintage capital*, założenie *putty-clay*).
- Niepełne wykorzystanie czynników produkcji w równowadze (m.in. modele poszukiwań na rynku pracy).
- Wybór techniki produkcji (m.in. Jones, 2005).

Uderzające różnice między ówczesnym a dzisiejszym *mainstreamem*:

- Brak uwzględnienia optymalizacji ścieżki konsumpcji przez gospodarstwa domowe. Częste zakładanie stałej stopy oszczędności.
- Analiza statyczna, choć wyciągano z niej często wnioski dynamiczne. Bardzo wiele zmiennych uznawano za egzogeniczne.
- Kapitał posiadają „kapitaliści”, a pracy dostarczają „robotnicy”.
- Postawa keynesistów: jeśli założenia są nierealistyczne, to model jest zły.

# Techniczne problemy agregacji funkcji produkcji

Istotne twierdzenia o „niemożliwości” agregacji:

- Leontiew (1947): żeby móc zagregować heterogeniczne **dobra kapitałowe**, wymagana jest **słaba separowalność** czynników produkcji.

# Techniczne problemy agregacji funkcji produkcji

Istotne twierdzenia o „niemożliwości” agregacji:

- Leontiew (1947): żeby móc zagregować heterogeniczne **dobra kapitałowe**, wymagana jest **słaba separowalność** czynników produkcji.
- Nataf (1948): agregacja **funkcji produkcji** jest możliwa, jeśli lokalne funkcje produkcji są **addytywnie separowalne** względem kapitału i pracy (lub inne dodatkowe założenia).

# Techniczne problemy agregacji funkcji produkcji

## Istotne twierdzenia o „niemożliwości” agregacji:

- Leontiew (1947): żeby móc zagregować heterogeniczne **dobra kapitałowe**, wymagana jest **słaba separowalność** czynników produkcji.
- Nataf (1948): agregacja **funkcji produkcji** jest możliwa, jeśli lokalne funkcje produkcji są **addytywnie separowalne** względem kapitału i pracy (lub inne dodatkowe założenia).
- Gorman (1953): aby agregacja **funkcji produkcji** była możliwa, **krańcowe stopy substytucji muszą być takie same** dla wszystkich firm.

# Problemy agregacji (cd.)

Fisher (1969):

- rozważył problem agregacji przy założeniu, że wszystkie firmy maksymalizują zysk ( $\Rightarrow$  kryteria agregacji pozostają niemożliwe do spełnienia w realnych warunkach),
- przeprowadził **symulacje** pozwalające określić, w jakich warunkach wyniki zagregowane i zdezagregowane prowadzą do podobnych wniosków („Kiedy zagregowana funkcja produkcji *działa* w badaniach empirycznych?”),
- **wynik (1)**: w przypadku funkcji Cobba–Douglasa, kluczowa rola przybliżonej stałości *labor share*,
- **wynik (2)**: w przypadku funkcji CES, kluczowa rola  $\ln(Y/L) = \tilde{c} + \sigma \ln w$ .

# Problemy agregacji (cd.)

Fisher (1969):

- rozważył problem agregacji przy założeniu, że wszystkie firmy maksymalizują zysk ( $\Rightarrow$  kryteria agregacji pozostają niemożliwe do spełnienia w realnych warunkach),
- przeprowadził **symulacje** pozwalające określić, w jakich warunkach wyniki zagregowane i zdezagregowane prowadzą do podobnych wniosków („Kiedy zagregowana funkcja produkcji *działa* w badaniach empirycznych?”),
- **wynik (1)**: w przypadku funkcji Cobba–Douglasa, kluczowa rola przybliżonej stałości *labor share*,
- **wynik (2)**: w przypadku funkcji CES, kluczowa rola  $\ln(Y/L) = \tilde{c} + \sigma \ln w$ .

Shaikh (1974):

- wykazał, że jeśli *labor share* jest w przybliżeniu stałe, to **będzie się wydawać**, że zagregowana funkcja produkcji jest typu Cobba–Douglasa, nawet jeśli w rzeczywistości jest zupełnie inna lub nie istnieje, **ze względu na tożsamość rachunkową  $Y = rK + wL$** .

# Dlaczego nadal używamy zagregowanej funkcji produkcji?

- 1 Zagregowana funkcja produkcji jako **użyteczna metafora**, **dostateczna użyteczna aproksymacja** na potrzeby badań empirycznych, używana wobec konieczności dokonywania uproszczeń (Samuelson, 1961; Solow, 1966).



# Dlaczego nadal używamy zagregowanej funkcji produkcji?

- 1 Zagregowana funkcja produkcji jako **użyteczna metafora**, **dostateczna użyteczna aproksymacja** na potrzeby badań empirycznych, używana wobec konieczności dokonywania uproszczeń (Samuelson, 1961; Solow, 1966).
- 2 „**Instrumentalizm**”: **póki działa, to nie kwestionujemy** (Ferguson, 1971). Zwłaszcza, że dzięki niej otrzymujemy szerokie możliwości interpretacji danych, poprzez analogię wobec zjawisk w skali mikro (Solow, 1966). **Uwaga** na wyniki Shaikha (1974), itd.

# Dlaczego nadal używamy zagregowanej funkcji produkcji?

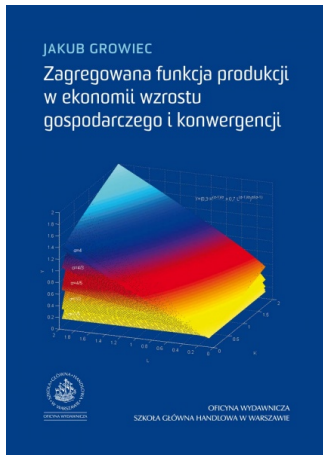
- 1 Zagregowana funkcja produkcji jako **użyteczna metafora**, **dostateczna użyteczna aproksymacja** na potrzeby badań empirycznych, używana wobec konieczności dokonywania uproszczeń (Samuelson, 1961; Solow, 1966).
- 2 „**Instrumentalizm**”: **póki działa, to nie kwestionujemy** (Ferguson, 1971). Zwłaszcza, że dzięki niej otrzymujemy szerokie możliwości interpretacji danych, poprzez analogię wobec zjawisk w skali mikro (Solow, 1966).  
**Uwaga** na wyniki Shaikha (1974), itd.
- 3 **TINA**: “**There Is No Alternative**”. W przypadku niektórych pytań badawczych, nie ma alternatywy wobec zagregowanej funkcji produkcji. Np. *dekompozycje produktu w ujęciu podażowym, pomiar postępu technicznego*. Niektórzy (np. Felipe i Fisher, 2003), kwestionują jednak sensowność tych pytań badawczych.

# Plan prezentacji

- 1 Koncepcja zagregowanej funkcji produkcji
- 2 Tło historyczne
- 3 Monografia: tok wyvodu i główne tezy

# Dane bibliograficzne monografii

Jakub Growiec (2012), *Zagregowana funkcja produkcji w ekonomii wzrostu gospodarczego i konwergencji*. Warszawa: Oficyna Wydawnicza SGH.



# Struktura książki

- Paradygmat funkcji Cobba–Douglasa.
  - ▶ Korzyści paradygmatu.
  - ▶ Ograniczenia i zjawiska, które pozostają ukryte.
  - ▶ Ćwiczenie empiryczne: *labor share*.
  - ▶ Wnioski dla modeli endogenicznego wzrostu.

# Struktura książki

- Paradygmat funkcji Cobba–Douglasa.
  - ▶ Korzyści paradygmatu.
  - ▶ Ograniczenia i zjawiska, które pozostają ukryte.
  - ▶ Ćwiczenie empiryczne: *labor share*.
  - ▶ Wnioski dla modeli endogenicznego wzrostu.
- Uogólnienia funkcji Cobba–Douglasa.
  - ▶ Funkcja CES.
  - ▶ Zgodność CES z wyprowadzeniem od mikropodstaw.
  - ▶ Funkcja translog i inne „giętkie” postaci funkcyjne.

# Struktura książki

- Paradygmat funkcji Cobba–Douglasa.
  - ▶ Korzyści paradygmatu.
  - ▶ Ograniczenia i zjawiska, które pozostają ukryte.
  - ▶ Ćwiczenie empiryczne: *labor share*.
  - ▶ Wnioski dla modeli endogenicznego wzrostu.
- Uogólnienia funkcji Cobba–Douglasa.
  - ▶ Funkcja CES.
  - ▶ Zgodność CES z wyprowadzeniem od mikropodstaw.
  - ▶ Funkcja translog i inne „giętkie” postaci funkcyjne.
- Światowa granica technologiczna.
  - ▶ ŚGT 1970–2000 wyznaczona nieparametryczną metodą DEA.

# Struktura książki

- Paradygmat funkcji Cobba–Douglasa.
  - ▶ Korzyści paradygmatu.
  - ▶ Ograniczenia i zjawiska, które pozostają ukryte.
  - ▶ Ćwiczenie empiryczne: *labor share*.
  - ▶ Wnioski dla modeli endogenicznego wzrostu.
- Uogólnienia funkcji Cobba–Douglasa.
  - ▶ Funkcja CES.
  - ▶ Zgodność CES z wyprowadzeniem od mikropodstaw.
  - ▶ Funkcja translog i inne „giętkie” postaci funkcyjne.
- Światowa granica technologiczna.
  - ▶ ŚGT 1970–2000 wyznaczona nieparametryczną metodą DEA.
- ŚGT a kształt zagregowanej funkcji produkcji.
  - ▶ Predykcje dotyczące postępu technicznego.
  - ▶ Własności: rozkład efektywności technicznej, elastyczności cząstkowe, korzyści skali, elastyczność substytucji.



# Struktura książki

- Paradygmat funkcji Cobba–Douglasa.
  - ▶ Korzyści paradygmatu.
  - ▶ Ograniczenia i zjawiska, które pozostają ukryte.
  - ▶ Ćwiczenie empiryczne: *labor share*.
  - ▶ Wnioski dla modeli endogenicznego wzrostu.
- Uogólnienia funkcji Cobba–Douglasa.
  - ▶ Funkcja CES.
  - ▶ Zgodność CES z wyprowadzeniem od mikropodstaw.
  - ▶ Funkcja translog i inne „giętkie” postaci funkcyjne.
- Światowa granica technologiczna.
  - ▶ ŚGT 1970–2000 wyznaczona nieparametryczną metodą DEA.
- ŚGT a kształt zagregowanej funkcji produkcji.
  - ▶ Predykcje dotyczące postępu technicznego.
  - ▶ Własności: rozkład efektywności technicznej, elastyczności cząstkowe, korzyści skali, elastyczność substytucji.
- ŚGT a dekompozycje.
  - ▶ Dekompozycja różnic w poziomie PKB *per capita*.
  - ▶ Dekompozycja stóp wzrostu.

# Główny tok wyводу

- 1 Załóżmy, że posługiwanie się zagregowaną funkcją produkcji jako „metaforą” rzeczywistych procesów produkcyjnych jest zasadne.
- 2 Jaki powinien być wtedy jej kształt, z punktu widzenia zastosowań w ekonomii wzrostu gospodarczego i konwergencji?

# Główny tok wywodu

- 1 Załóżmy, że posługiwanie się zagregowaną funkcją produkcji jako „metaforą” rzeczywistych procesów produkcyjnych jest zasadne.
- 2 Jaki powinien być wtedy jej kształt, z punktu widzenia zastosowań w ekonomii wzrostu gospodarczego i konwergencji?
- 3 W literaturze ukształtował się „paradygmat” funkcji Cobba–Douglasa (od artykułów Solowa, 1956, 1957).

# Główny tok wywodu

- 1 Załóżmy, że posługiwanie się zagregowaną funkcją produkcji jako „metaforą” rzeczywistych procesów produkcyjnych jest zasadne.
- 2 Jaki powinien być wtedy jej kształt, z punktu widzenia zastosowań w ekonomii wzrostu gospodarczego i konwergencji?
- 3 W literaturze ukształtował się „paradygmat” funkcji Cobba–Douglasa (od artykułów Solowa, 1956, 1957).
- 4 Tylko, że w omawianej dziedzinie istnieje **wiele zjawisk**, których z jej pomocą trudno jest (lub wręcz nie da się) objaśnić:
  - ▶ zmienność *labor share*,
  - ▶ kierunek postępu technicznego,
  - ▶ wielowymiarowość światowej granicy technologicznej,
  - ▶ nowe obserwacje uzupełniające stary zestaw „stylizowanych faktów” Kaldora (1961).

# Główny tok wywodu (cd.)

5. Warto więc poszukać rozszerzeń.

6. Rozszerzenia proponowane w literaturze:

- ▶ funkcja **CES** (w tym: znormalizowana),
- ▶ funkcja **translogarytmiczna**,
- ▶ „giętkie” postaci funkcyjne,
- ▶ funkcja produkcji **wyznaczana nieparametrycznie** (np. w ramach koncepcji światowej granicy technologicznej).

# Główny tok wyводу (cd.)

5. Warto więc poszukać rozszerzeń.
6. Rozszerzenia proponowane w literaturze:
  - ▶ funkcja **CES** (w tym: znormalizowana),
  - ▶ funkcja **translogarytmiczna**,
  - ▶ „giętkie” postaci funkcyjne,
  - ▶ funkcja produkcji **wyznaczana nieparametrycznie** (np. w ramach koncepcji światowej granicy technologicznej).
7. Koncepcja **światowej granicy technologicznej** jako empirycznie istotne uogólnienie rozważań nt. zagregowanej funkcji produkcji:
  - ▶ pojawia się dodatkowy czynnik **efektywności technicznej** (tzw. miara odległości Shepharda):  $y_i = E_i f(\mathbf{x}_i)$ , gdzie  $E_i \in (0, 1]$ ,
  - ▶ przy czym sama funkcja produkcji  $f$  może być dowolna:
    - ★ wyznaczana nieparametrycznie – **metoda DEA** i jej rozszerzenia; albo
    - ★ konkretna postać parametryczna – np. **C–D, translog**.

## Główny tok wywodu (cd. cd.)

8. Jak wybrać „najwłaściwszą” postać funkcyjną zagregowanej funkcji produkcji?
  - ▶ Można zbadać zgodność z wyprowadzeniem od mikropodstaw (C–D, CES)  
– rozdział 3.

## Główny tok wywodu (cd. cd.)

8. Jak wybrać „**najwłaściwszą**” **postać funkcyjną** zagregowanej funkcji produkcji?
  - ▶ Można zbadać zgodność z wyprowadzeniem od mikropodstaw (C–D, CES) – [rozdział 3](#).
  - ▶ Można założyć możliwie ogólną postać (np. nieparametryczną, opartą na ŚGT), po czym wyznaczyć ją dla dostępnego zbioru danych nt. krajów świata i zobaczyć, jakiego rodzaju uproszczenia mogłyby być zasadne – [rozdział 4](#).



## Główny tok wywodu (cd. cd.)

8. Jak wybrać „**najwłaściwszą**” **postać funkcyjną** zagregowanej funkcji produkcji?
- ▶ Można zbadać zgodność z wyprowadzeniem od mikropodstaw (C–D, CES) – [rozdział 3](#).
  - ▶ Można założyć możliwie ogólną postać (np. nieparametryczną, opartą na ŚGT), po czym wyznaczyć ją dla dostępnego zbioru danych nt. krajów świata i zobaczyć, jakiego rodzaju uproszczenia mogłyby być zasadne – [rozdział 4](#).
  - ▶ Można zbadać implikacje alternatywnych postaci funkcyjnych dla pomiaru postępu technicznego w wybranych krajach świata – [rozdział 5](#).

# Główny tok wywodu (cd. cd.)

## 8. Jak wybrać „najwłaściwszą” postać funkcyjną zagregowanej funkcji produkcji?

- ▶ Można zbadać zgodność z wyprowadzeniem od mikropodstaw (C–D, CES) – [rozdział 3](#).
- ▶ Można założyć możliwie ogólną postać (np. nieparametryczną, opartą na ŚGT), po czym wyznaczyć ją dla dostępnego zbioru danych nt. krajów świata i zobaczyć, jakiego rodzaju uproszczenia mogłyby być zasadne – [rozdział 4](#).
- ▶ Można zbadać implikacje alternatywnych postaci funkcyjnych dla pomiaru postępu technicznego w wybranych krajach świata – [rozdział 5](#).
- ▶ Można też porównać ze sobą (na wybranych wymiarach) funkcję produkcji „ogólną” (np. *wyznaczoną nieparametrycznie, opartą na ŚGT*) z postacią „szczególną” (np. C–D, CES, translog, *po uwzględnieniu różnic efektywności technicznej*) – [rozdział 5](#):
  - ★ Implikowany rozkład efektywności technicznych między krajami.
  - ★ Elastyczności cząstkowe.
  - ★ Korzyści skali.
  - ★ Elastyczności substytucji.

# Główny tok wywodu (cd. cd.)

8. Jak wybrać „**najwłaściwszą**” **postać funkcyjną** zagregowanej funkcji produkcji?
- ▶ Można zbadać zgodność z wyprowadzeniem od mikropodstaw (C–D, CES) – **rozdział 3**.
  - ▶ Można założyć możliwie ogólną postać (np. nieparametryczną, opartą na ŚGT), po czym wyznaczyć ją dla dostępnego zbioru danych nt. krajów świata i zobaczyć, jakiego rodzaju uproszczenia mogłyby być zasadne – **rozdział 4**.
  - ▶ Można zbadać implikacje alternatywnych postaci funkcyjnych dla pomiaru postępu technicznego w wybranych krajach świata – **rozdział 5**.
  - ▶ Można też porównać ze sobą (na wybranych wymiarach) funkcję produkcji „ogólną” (np. *wyznaczoną nieparametrycznie, opartą na ŚGT*) z postacią „szczególną” (np. C–D, CES, translog, *po uwzględnieniu różnic efektywności technicznej*) – **rozdział 5**:
    - ★ Implikowany rozkład efektywności technicznych między krajami.
    - ★ Elastyczności cząstkowe.
    - ★ Korzyści skali.
    - ★ Elastyczności substytucji.
9. Okazuje się, że oszacowania **nieparametryczne** **nie wykazują** dużego stopnia zgodności z **żadną z rozważanych postaci parametrycznych**, zarówno pod względem ww. czterech charakterystyk, jak i implikacji dla tempa postępu technicznego.

# Główne tezy

- 1 **Aproksymacja** rzeczywistych procesów produkcyjnych za pomocą zagregowanej funkcji produkcji Cobba–Douglasa ze stałymi korzyściami skali jest **niewystarczająca**, w przypadku wielu zastosowań:
  - ▶ dekompozycja różnic poziomów PKB *per capita* między krajami,
  - ▶ dekompozycja stóp wzrostu,
  - ▶ pomiar tempa postępu technicznego,
  - ▶ modelowanie dynamiki zmian *labor share*.

# Główne tezy

- 1 **Aproksymacja** rzeczywistych procesów produkcyjnych za pomocą zagregowanej funkcji produkcji Cobba–Douglasa ze stałymi korzyściami skali jest **niewystarczająca**, w przypadku wielu zastosowań:
  - ▶ dekompozycja różnic poziomów PKB *per capita* między krajami,
  - ▶ dekompozycja stóp wzrostu,
  - ▶ pomiar tempa postępu technicznego,
  - ▶ modelowanie dynamiki zmian *labor share*.
- 2 **Funkcję CES** można wyprowadzić od **mikropodstaw** w sposób analogiczny do funkcji Cobba–Douglasa. Założenia przyjmowane dla sektora B+R w przypadku funkcji CES wydają się być nawet bliższe rzeczywistości.

# Główne tezy

- 1 **Aproksymacja** rzeczywistych procesów produkcyjnych za pomocą zagregowanej funkcji produkcji Cobba–Douglasa ze stałymi korzyściami skali jest **niewystarczająca**, w przypadku wielu zastosowań:
  - ▶ dekompozycja różnic poziomów PKB *per capita* między krajami,
  - ▶ dekompozycja stóp wzrostu,
  - ▶ pomiar tempa postępu technicznego,
  - ▶ modelowanie dynamiki zmian *labor share*.
- 2 **Funkcję CES** można wyprowadzić od **mikropodstaw** w sposób analogiczny do funkcji Cobba–Douglasa. Założenia przyjmowane dla sektora B+R w przypadku funkcji CES wydają się być nawet bliższe rzeczywistości.
- 3 Wykorzystanie **funkcji CES** w ekonomii wzrostu gospodarczego i konwergencji jest **możliwe i zasadne** (w niektórych zastosowaniach).

# Główne tezy

- 1 **Aproksymacja** rzeczywistych procesów produkcyjnych za pomocą zagregowanej funkcji produkcji Cobba–Douglasa ze stałymi korzyściami skali jest **niewystarczająca**, w przypadku wielu zastosowań:
  - ▶ dekompozycja różnic poziomów PKB *per capita* między krajami,
  - ▶ dekompozycja stóp wzrostu,
  - ▶ pomiar tempa postępu technicznego,
  - ▶ modelowanie dynamiki zmian *labor share*.
- 2 **Funkcję CES** można wyprowadzić od **mikropodstaw** w sposób analogiczny do funkcji Cobba–Douglasa. Założenia przyjmowane dla sektora B+R w przypadku funkcji CES wydają się być nawet bliższe rzeczywistości.
- 3 Wykorzystanie **funkcji CES** w ekonomii wzrostu gospodarczego i konwergencji jest **możliwe i zasadne** (w niektórych zastosowaniach).
- 4 Konstrukcja **światowej granicy technologicznej** za pomocą nieparametrycznej metody DEA pozwala na znaczącą poprawę jakości jej oszacowania względem metod opartych na prostych funkcjach parametrycznych, jest ona jednak **wrażliwa na dobór próby**.

# Główne tezy

- 1 **Aproksymacja** rzeczywistych procesów produkcyjnych za pomocą zagregowanej funkcji produkcji Cobba–Douglasa ze stałymi korzyściami skali jest **niewystarczająca**, w przypadku wielu zastosowań:
  - ▶ dekompozycja różnic poziomów PKB *per capita* między krajami,
  - ▶ dekompozycja stóp wzrostu,
  - ▶ pomiar tempa postępu technicznego,
  - ▶ modelowanie dynamiki zmian *labor share*.
- 2 **Funkcję CES** można wyprowadzić od **mikropodstaw** w sposób analogiczny do funkcji Cobba–Douglasa. Założenia przyjmowane dla sektora B+R w przypadku funkcji CES wydają się być nawet bliższe rzeczywistości.
- 3 Wykorzystanie **funkcji CES** w ekonomii wzrostu gospodarczego i konwergencji jest **możliwe i zasadne** (w niektórych zastosowaniach).
- 4 Konstrukcja **światowej granicy technologicznej** za pomocą nieparametrycznej metody DEA pozwala na znaczącą poprawę jakości jej oszacowania względem metod opartych na prostych funkcjach parametrycznych, jest ona jednak **wrażliwa na dobór próby**.
- 5 Nieparametryczne oszacowania ŚGT **nie wykazują** dużego stopnia zgodności **z żadną z podstawowych postaci parametrycznych** (C–D, translog, CES).



# Uszczegółowienie tez

- Wartość dodana monografii względem dotychczasowej literatury zawarta jest przede wszystkim w **wynikach szczegółowych**, zawartych w kolejnych rozdziałach.

# Uszczegółowienie tez

- Wartość dodana monografii względem dotychczasowej literatury zawarta jest przede wszystkim w **wynikach szczegółowych**, zawartych w kolejnych rozdziałach.
- **Brak czasu**, by omówić teraz szczegółowo którekolwiek z nich.

# Uszczegółowienie tez

- Wartość dodana monografii względem dotychczasowej literatury zawarta jest przede wszystkim w **wynikach szczegółowych**, zawartych w kolejnych rozdziałach.
- **Brak czasu**, by omówić teraz szczegółowo którekolwiek z nich.
- Z drugiej strony, wiele z nich **było już prezentowanych** w ramach Seminariów IE NBP: w szczególności wyniki zawarte w rozdziałach
  - ▶ 2.6 (*labor share* w Polsce),
  - ▶ 3.3 (mikropodstawy dla funkcji CES),
  - ▶ 4 i 6.1–6.2 (wyznaczenie ŚGT oraz dekompozycje),
  - ▶ 5.3–5.4 (empiryczna weryfikacja kształtu zagregowanej funkcji produkcji).

# Uszczegółowienie tez

- Wartość dodana monografii względem dotychczasowej literatury zawarta jest przede wszystkim w **wynikach szczegółowych**, zawartych w kolejnych rozdziałach.
- **Brak czasu**, by omówić teraz szczegółowo którekolwiek z nich.
- Z drugiej strony, wiele z nich **było już prezentowanych** w ramach Seminariów IE NBP: w szczególności wyniki zawarte w rozdziałach
  - ▶ 2.6 (*labor share* w Polsce),
  - ▶ 3.3 (mikropodstawy dla funkcji CES),
  - ▶ 4 i 6.1–6.2 (wyznaczenie ŚGT oraz dekompozycje),
  - ▶ 5.3–5.4 (empiryczna weryfikacja kształtu zagregowanej funkcji produkcji).
- **Wszelkie uwagi i sugestie mile widziane!**

# Koniec prezentacji

Bardzo dziękuję za uwagę!