

# Kształt zagregowanych funkcji produkcji: wnioski z oszacowań Światowej Granicy Technologicznej

Jakub Growiec, Anna Pajor, Dorota Pelle, Artur Prędko

Narodowy Bank Polski  
Szkoła Główna Handlowa  
Uniwersytet Ekonomiczny w Krakowie

Seminarium IE NBP, 9 XI 2010

# Układ prezentacji

## 1 Wprowadzenie

## 2 Dane i metodyka badania

- Dane
- Metodyka badania

## 3 Wyniki

- ŚGT – wyniki badania opartego o metodę DEA z bootstrapem
- DEA vs. SFA
- Elastyczności cząstkowe a zasoby czynników produkcji
- Wnioskowanie o korzyściach skali

## 4 Podsumowanie

# Układ prezentacji

## 1 Wprowadzenie

## 2 Dane i metodyka badania

- Dane
- Metodyka badania

## 3 Wyniki

- ŚGT – wyniki badania opartego o metodę DEA z bootstrapem
- DEA vs. SFA
- Elastyczności cząstkowe a zasoby czynników produkcji
- Wnioskowanie o korzyściach skali

## 4 Podsumowanie

# Geneza artykułu

- Punktem wyjścia jest koncepcja **zagregowanej funkcji produkcji**:

$$Y = F(K, L) \quad \vee \quad Y = F(K, H^U, H^S),$$

gdzie  $Y, K, L, H^U, H^S$  – wielkości zagregowane w skali całej gospodarki

- Zakładamy, że taki opis jest **użytecznym przybliżeniem** rzeczywistych procesów produkcyjnych
- Omijamy **problem agregacji funkcji produkcji** (por. Felipe i Fisher, 2003; Temple, 2006)

# Geneza artykułu

- Punktem wyjścia jest koncepcja **zagregowanej funkcji produkcji**:

$$Y = F(K, L) \quad \vee \quad Y = F(K, H^U, H^S),$$

gdzie  $Y, K, L, H^U, H^S$  – wielkości zagregowane w skali całej gospodarki

- Zakładamy, że taki opis jest **użytecznym przybliżeniem** rzeczywistych procesów produkcyjnych
- Omijamy **problem agregacji funkcji produkcji** (por. Felipe i Fisher, 2003; Temple, 2006)
- W literaturze obecne są **kontrowersje** nt. postaci funkcyjnej:
  - ▶ Funkcja **Cobba–Douglasa**
  - ▶ Funkcja CES
  - ▶ Funkcja **translogarytmiczna**
  - ▶ Inne postaci parametryczne
  - ▶ Funkcje wyznaczanie **nieparametrycznie**: np. metoda DEA

# Geneza artykułu

- Punktem wyjścia jest koncepcja **zagregowanej funkcji produkcji**:

$$Y = F(K, L) \quad \vee \quad Y = F(K, H^U, H^S),$$

gdzie  $Y, K, L, H^U, H^S$  – wielkości zagregowane w skali całej gospodarki

- Zakładamy, że taki opis jest **użytecznym przybliżeniem** rzeczywistych procesów produkcyjnych
- Omijamy **problem agregacji funkcji produkcji** (por. Felipe i Fisher, 2003; Temple, 2006)
- W literaturze obecne są **kontrowersje** nt. postaci funkcyjnej:
  - ▶ Funkcja **Cobba–Douglasa**
  - ▶ Funkcja CES
  - ▶ Funkcja **translogarytmiczna**
  - ▶ Inne postaci parametryczne
  - ▶ Funkcje wyznaczanie **nieparametrycznie**: np. metoda DEA
- Nie jest jasne, jakie czynniki są wykorzystywane w procesie produkcyjnym (**pytanie o stopień agregacji**):
  - ▶ Kapitał fizyczny i praca
  - ▶ Kapitał fizyczny i kapitał ludzki
  - ▶ Kapitał fizyczny, praca wykwalifikowana i praca niewykwalifikowana

# Cel artykułu

- **Wyznaczenie zagregowanej funkcji produkcji** na poziomie krajów
  - ▶ dwa podejścia: nieparametryczne – DEA; parametryczne – SFA,
  - ▶ oparcie oszacowań o **Światową Granicę Technologiczną**: zagregowana funkcja produkcji jako zależność między nakładami czynników a **maksymalnym** produktem możliwym do uzyskania – **na ŚGT**,
  - ▶ odfiltrowanie czynników instytucjonalnych z oszacowań zagregowanej funkcji produkcji (estymowanej na danych międzynarodowych),
  - ▶ postulowana zależność opisuje wyłącznie **technologię produkcji**.

# Cel artykułu

- **Wyznaczenie zagregowanej funkcji produkcji** na poziomie krajów
  - ▶ dwa podejścia: nieparametryczne – DEA; parametryczne – SFA,
  - ▶ oparcie oszacowań o **Światową Granicę Technologiczną**: zagregowana funkcja produkcji jako zależność między nakładami czynników a **maksymalnym** produktem możliwym do uzyskania – **na ŚGT**,
  - ▶ odfiltrowanie czynników instytucjonalnych z oszacowań zagregowanej funkcji produkcji (estymowanej na danych międzynarodowych),
  - ▶ postulowana zależność opisuje wyłącznie **technologię produkcji**.
  
- Określenie **kluczowych charakterystyk** zagregowanej funkcji produkcji:
  - ▶ (nie)zgodność postaci parametrycznych Cobba–Douglasa i translogarytmicznej z funkcją wyznaczoną metodą nieparametryczną DEA,
  - ▶ elastyczności cząstkowe,
  - ▶ korzyści skali.



# Układ prezentacji

## 1 Wprowadzenie

## 2 Dane i metodyka badania

- Dane
- Metodyka badania

## 3 Wyniki

- ŚGT – wyniki badania opartego o metodę DEA z bootstrapem
- DEA vs. SFA
- Elastyczności cząstkowe a zasoby czynników produkcji
- Wnioskowanie o korzyściach skali

## 4 Podsumowanie

# Układ prezentacji

## 1 Wprowadzenie

## 2 Dane i metodyka badania

- Dane
- Metodyka badania

## 3 Wyniki

- ŚGT – wyniki badania opartego o metodę DEA z bootstrapem
- DEA vs. SFA
- Elastyczności cząstkowe a zasoby czynników produkcji
- Wnioskowanie o korzyściach skali

## 4 Podsumowanie

# Zakres badania i rozpatrywane zmienne

- **Zasięg terytorialny badania:**

- ▶ 19 krajów OECD – Australia, Austria, Belgia, Kanada, Dania, Finlandia, Francja, Grecja, Irlandia, Włochy, Japonia, Holandia, Norwegia, Portugalia, Hiszpania, Szwecja, Szwajcaria, Wielka Brytania, Stany Zjednoczone.

- **Zasięg czasowy badania:** 1970–2004. Dane roczne.

# Zakres badania i rozpatrywane zmienne

- **Zasięg terytorialny badania:**

- ▶ 19 krajów OECD – Australia, Austria, Belgia, Kanada, Dania, Finlandia, Francja, Grecja, Irlandia, Włochy, Japonia, Holandia, Norwegia, Portugalia, Hiszpania, Szwecja, Szwajcaria, Wielka Brytania, Stany Zjednoczone.

- **Zasięg czasowy badania:** 1970–2004. Dane roczne.

- **Rozpatrywane zmienne:**

- ▶ PKB na pracownika.
- ▶ Zasób kapitału fizycznego.
- ▶ Zasób pracy niewykwalifikowanej.
- ▶ Zasób pracy wykwalifikowanej.
- ▶ [*Liczba pracowników.*]

# Konstrukcja zmiennych wykorzystanych w badaniu

- Kapitał fizyczny – metoda *perpetual inventory* na podstawie danych o inwestycjach i wydatkach rządowych od 1960r. **Deprecjacja kapitału: 6% rocznie.**

# Konstrukcja zmiennych wykorzystanych w badaniu

- Kapitał fizyczny – metoda *perpetual inventory* na podstawie danych o inwestycjach i wydatkach rządowych od 1960r. **Deprecjacja kapitału: 6% rocznie.**
- Praca niewykwalifikowana i wykwalifikowana – metoda oparta na **mnożniku Mincera**, na podstawie odsetków osób z określonym poziomem wykształcenia w populacji (Caselli, 2005):

$$H^U = \sum_{i \in S_U} \psi_i e^{\phi(s_i)}, \quad H^S = \sum_{i \in S_S} \psi_i e^{\phi(s_i)},$$

gdzie

$$\phi(s) = \begin{cases} 0.134s & s < 4, \\ 0.134 \cdot 4 + 0.101(s - 4) & s \in [4, 8), \\ 0.134 \cdot 4 + 0.101 \cdot 4 + 0.068(s - 8) & s \geq 8. \end{cases}$$

# Źródła danych

- **Źródła surowych danych:**

- ▶ **PKB:** Penn World Tables 6.2 (Heston, Summers i Aten, 2006).
- ▶ **Inwestycje i wydatki rządowe:** Penn World Tables 6.2.
- ▶ **Odsetek osób o danym poziomie wykształcenia w populacji:** de la Fuente i Doménech (2006). Pomocniczo: Barro i Lee (2001), Cohen i Soto (2007).

# Źródła danych

## ● Źródła surowych danych:

- ▶ **PKB:** Penn World Tables 6.2 (Heston, Summers i Aten, 2006).
- ▶ **Inwestycje i wydatki rządowe:** Penn World Tables 6.2.
- ▶ **Odsetek osób o danym poziomie wykształcenia w populacji:** de la Fuente i Doménech (2006). Pomocniczo: Barro i Lee (2001), Cohen i Soto (2007).

## ● Wstępne przygotowanie danych:

- ▶ ekstrapolacja danych o kapitale ludzkim z częstotliwości pięcioletniej na roczną (założenie gładkiego przebiegu),
- ▶ filtr Hodricka-Prescotta nałożony na dane o PKB i kapitale fizycznym, w celu odfiltrowania wahań cyklicznych,
- ▶ korekta outlierów.



# Układ prezentacji

## 1 Wprowadzenie

## 2 Dane i metodyka badania

- Dane
- **Metodyka badania**

## 3 Wyniki

- ŚGT – wyniki badania opartego o metodę DEA z bootstrapem
- DEA vs. SFA
- Elastyczności cząstkowe a zasoby czynników produkcji
- Wnioskowanie o korzyściach skali

## 4 Podsumowanie

# Sposoby wyznaczania ŚGT

- **DEA** – Data Envelopment Analysis  
+ (homogeniczna) procedura bootstrapowa Simara i Wilsona (1998, 2000a,b)  
  
⇒ brak parametrycznych założeń o kształcie funkcji produkcji

# Sposoby wyznaczania ŚGT

- **DEA** – Data Envelopment Analysis  
+ (homogeniczna) procedura bootstrapowa Simara i Wilsona (1998, 2000a,b)  
  
⇒ brak parametrycznych założeń o kształcie funkcji produkcji
- **SFA** – Stochastic Frontier Analysis  
+ bayesowska procedura estymacji parametrów  
  
⇒ funkcja **Cobba–Douglasa** lub **translogarytmiczna**

# Sposoby wyznaczania ŚGT

- **DEA** – Data Envelopment Analysis  
+ (homogeniczna) procedura bootstrapowa Simara i Wilsona (1998, 2000a,b)  
  
⇒ brak parametrycznych założeń o kształcie funkcji produkcji
- **SFA** – Stochastic Frontier Analysis  
+ bayesowska procedura estymacji parametrów  
  
⇒ funkcja **Cobba–Douglasa** lub **translogarytmiczna**
- ŚGT wyznaczana **sekwencyjnie**  
  
⇒ dla roku  $t$  – ŚGT wyznaczona na podstawie danych z lat  $1, 2, \dots, t$ .

# Wyznaczanie ŚGT – metoda DEA

- **Zastosowania metody Data Envelopment Analysis (DEA) w makroekonomii:** Färe et al. (1994), Kumar i Russell (2002), Henderson i Russell (2005), Jerzmanowski (2007), oraz Badunenko, Henderson i Zelenyuk (2008).

# Wyznaczanie ŚGT – metoda DEA

- **Zastosowania metody Data Envelopment Analysis (DEA) w makroekonomii:** Färe et al. (1994), Kumar i Russell (2002), Henderson i Russell (2005), Jerzmanowski (2007), oraz Badunenko, Henderson i Zelenyuk (2008).
- **Idea:** „wpisać” wszystkie punkty danych w najmniejszy możliwy stożek wypukły, a następnie jako funkcję produkcji potraktować ten fragment brzegu owego stożka, dla którego produkt jest zmaksymalizowany przy danych zasobach czynników produkcji.

# Wyznaczanie ŚGT – metoda DEA

- **Zastosowania metody Data Envelopment Analysis (DEA) w makroekonomii:** Färe et al. (1994), Kumar i Russell (2002), Henderson i Russell (2005), Jerzmanowski (2007), oraz Badunenko, Henderson i Zelenyuk (2008).
- **Idea:** „wpisać” wszystkie punkty danych w najmniejszy możliwy stożek wypukły, a następnie jako funkcję produkcji potraktować ten fragment brzegu owego stożka, dla którego produkt jest zmaksymalizowany przy danych zasobach czynników produkcji.
- **Dekompozycja produktu  $y_{it}$ :**

$$y_{it} = E_{it}y_{it}^*,$$

$y_{it}^* \equiv f_t(\mathbf{x}_{it})$  – **produkt potencjalny:** maksymalny produkt, który można by uzyskać w roku  $t$  z posiadanych zasobów czynników (stosując najlepszą dostępną technologię),

- $E_{it} \in (0, 1]$  – **miara odległości Shepharda**, mierząca odległość od granicy technologicznej
- $\theta_{it} = 1/E_{it} \geq 1$  – **indeks efektywności technicznej** (Debreu–Farrella)

# Wyznaczanie ŚGT – bootstrap Simara i Wilsona

- **Homogeniczny bootstrap** SW (1998): *losowy* indeks odległości Shepharda  $E_i$  jest niezależny od  $(X_i, Y_i)$
- Po przeprowadzeniu  $B = 2000$  replikacji bootstrapu, uzyskujemy **estymowany rozkład  $\hat{E}_i$** :
  - ▶ oceny indeksu odległości Shepharda  $\hat{E}_i$ , skorygowane o obciążenie DEA,
  - ▶ błąd standardowy oszacowania  $\hat{E}_i$ ,
  - ▶ przedział ufności dla indeksu odległości Shepharda.



# Wyznaczanie $\hat{\Sigma}GT$ – bootstrap Simara i Wilsona

- **Homogeniczny bootstrap** SW (1998): *losowy* indeks odległości Shepharda  $E_i$  jest niezależny od  $(X_i, Y_i)$
- Po przeprowadzeniu  $B = 2000$  replikacji bootstrapu, uzyskujemy **estymowany rozkład  $\hat{E}_i$** :
  - ▶ oceny indeksu odległości Shepharda  $\hat{E}_i$ , skorygowane o obciążenie DEA,
  - ▶ błąd standardowy oszacowania  $\hat{E}_i$ ,
  - ▶ przedział ufności dla indeksu odległości Shepharda.

## UWAGI:

- Problemy z udowodnieniem zgodności tej procedury (por. Kneip, Simar i Wilson, 2008).
- Nowsze, *heterogeniczne* bootstrapy są bardzo złożone obliczeniowo. Metody te są wciąż rozwijane.

# Wyznaczanie ŚGT – podejście SFA

- Estymacja parametrycznej postaci funkcji produkcji:

$$y_{it} = x'_{it}\beta + v_{it} - u_{it},$$

gdzie

$$x_{it} = (1, \ln K_{it}, \ln H_{it}^U, \ln H_{it}^S)$$

– funkcja Cobba–Douglasa

$$x_{it} = \left( 1, \ln K_{it}, \ln H_{it}^U, \ln H_{it}^S, \ln^2 K_{it}, \ln^2 H_{it}^U, \ln^2 H_{it}^S, \dots \right. \\ \left. \dots \ln K_{it} \ln H_{it}^U, \ln K_{it} \ln H_{it}^S, \ln H_{it}^U \ln H_{it}^S \right)$$

– funkcja translogarytmiczna

# Wyznaczanie ŚGT – podejście SFA

- Estymacja parametrycznej postaci funkcji produkcji:

$$y_{it} = x'_{it}\beta + v_{it} - u_{it},$$

gdzie

$$x_{it} = (1, \ln K_{it}, \ln H_{it}^U, \ln H_{it}^S)$$

– funkcja Cobba–Douglasa

$$x_{it} = \left( 1, \ln K_{it}, \ln H_{it}^U, \ln H_{it}^S, \ln^2 K_{it}, \ln^2 H_{it}^U, \ln^2 H_{it}^S, \dots \right. \\ \left. \dots \ln K_{it} \ln H_{it}^U, \ln K_{it} \ln H_{it}^S, \ln H_{it}^U \ln H_{it}^S \right)$$

– funkcja translogarytmiczna

- Rozbicie składnika losowego na dwie składowe:
  - ▶  $v_{it}$  – składnik losowy – “idiosynkratyczne zaburzenie”,
  - ▶  $u_{it} > 0$  – składnik losowy związany z nieefektywnością.

# Wyznaczanie ŚGT – estymacja bayesowska modeli SFA

- **Rozbicie składnika losowego** na dwie składowe:
  - ▶  $v_{it}$  – “idiosynkratyczne” zaburzenie,
  - ▶  $u_{it} = u_j \cdot z_t = u_j \exp[-\eta(t - T)] > 0$  – składnik nieefektywności (Battese i Coelli, 1992, 1995),
  - ▶ **związek  $u_{it}$  z efektywnością techniczną Debreu–Farrella:**  
 $\theta_{it} = 1/E_{it} = \exp(-u_{it})$ .

# Wyznaczanie ŚGT – estymacja bayesowska modeli SFA

- **Rozbicie składnika losowego** na dwie składowe:
  - ▶  $v_{it}$  – “idiosynkratyczne” zaburzenie,
  - ▶  $u_{it} = u_j \cdot z_t = u_j \exp[-\eta(t - T)] > 0$  – składnik nieefektywności (Battese i Coelli, 1992, 1995),
  - ▶ **związek  $u_{it}$  z efektywnością techniczną Debreu–Farrella:**  
 $\theta_{it} = 1/E_{it} = \exp(-u_{it})$ .

- Wszystkie parametry strukturalne funkcji produkcji

$$y_{it} \sim N(x'_{it}\beta - u_{it}, \sigma^2),$$

czyli  $\beta$ , a także wariancja  $v_{it}$  oraz  $u_{it}$  oraz tempo postępu technicznego  $\eta$  – **estymowane bayesowsko**.

- Krok 1: założenia co do kształtu rozkładów, rozkłady a priori.
- Krok 2: rozkład a posteriori – **numeryczne całkowanie** wg procedury Markov Chain Monte Carlo (Koop, Steel i Osiewalski, 1995).

# Układ prezentacji

## 1 Wprowadzenie

## 2 Dane i metodyka badania

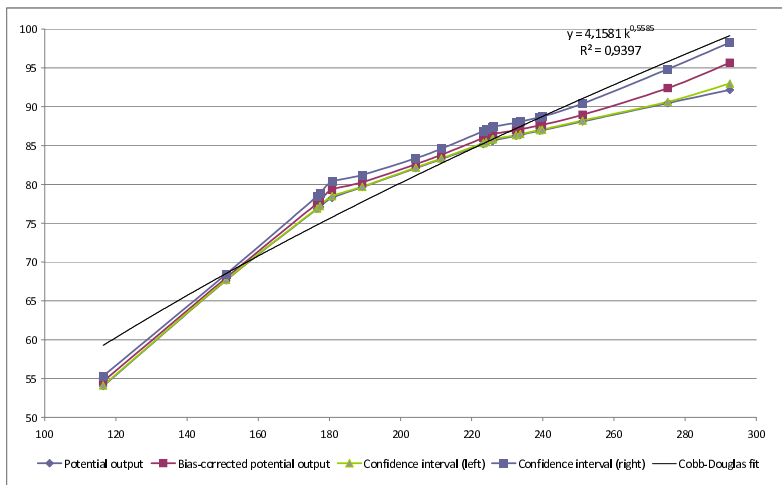
- Dane
- Metodyka badania

## 3 Wyniki

- ŚGT – wyniki badania opartego o metodę DEA z bootstrapem
- DEA vs. SFA
- Elastyczności cząstkowe a zasoby czynników produkcji
- Wnioskowanie o korzyściach skali

## 4 Podsumowanie

# Slajd wprowadzający: problemy funkcji Cobba–Douglasa



# Układ prezentacji

## 1 Wprowadzenie

## 2 Dane i metodyka badania

- Dane
- Metodyka badania

## 3 Wyniki

- ŚGT – wyniki badania opartego o metodę DEA z bootstrapem
- DEA vs. SFA
- Elastyczności cząstkowe a zasoby czynników produkcji
- Wnioskowanie o korzyściach skali

## 4 Podsumowanie



# DEA – Miary efektywności Debreu–Farrella

– bez bootstrappowej korekty obciążenia

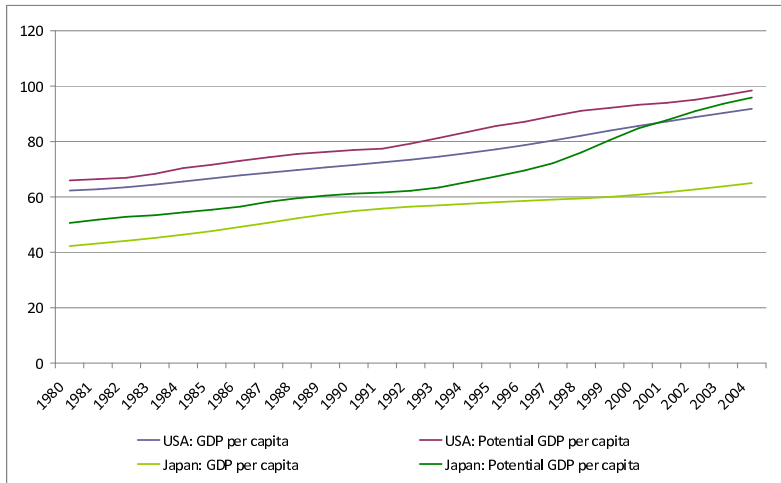
	AU	AT	BE	CA	DK	FI	FR	GR	IE	IT	JP	NL	NO	PT	SP	SE	CH	UK	US
1980	1,2022	1,1343	1,0686	1,0702	1,1995	1,2634	1,1237	1,2057	1,0085	1,0000	1,1874	1,0496	1,0000	1,0192	1,0000	1,1711	1,0000	1,0000	1,0000
1981	1,2034	1,1245	1,0765	1,0707	1,2032	1,2587	1,1241	1,1908	1,0125	1,0000	1,1882	1,0505	1,0000	1,0359	1,0000	1,1734	1,0000	1,0000	1,0000
1982	1,2195	1,1287	1,0800	1,1246	1,1879	1,2517	1,1192	1,2212	1,0163	1,0000	1,1851	1,0753	1,0000	1,0504	1,0000	1,1733	1,0000	1,0000	1,0000
1983	1,2484	1,1294	1,0850	1,1324	1,1733	1,2488	1,1188	1,2265	1,0212	1,0000	1,1708	1,1083	1,0000	1,0350	1,0000	1,1670	1,0000	1,0000	1,0000
1984	1,2315	1,1260	1,0810	1,1277	1,1489	1,2419	1,1207	1,2305	1,0224	1,0000	1,1636	1,1115	1,0000	1,0301	1,0000	1,1566	1,0000	1,0000	1,0000
1985	1,2158	1,1266	1,0749	1,1266	1,1244	1,2410	1,1242	1,2265	1,0000	1,0000	1,1522	1,1238	1,0000	1,0192	1,0021	1,1485	1,0000	1,0000	1,0000
1986	1,2064	1,1222	1,0727	1,1357	1,1075	1,2438	1,1249	1,2305	1,0000	1,0000	1,1410	1,1319	1,0000	1,0097	1,0058	1,1518	1,0000	1,0000	1,0000
1987	1,2168	1,1256	1,0707	1,1506	1,1068	1,2378	1,1216	1,2309	1,0000	1,0000	1,1373	1,1597	1,0000	1,0082	1,0000	1,1557	1,0000	1,0000	1,0000
1988	1,2162	1,1343	1,0674	1,1597	1,1150	1,2326	1,1206	1,2280	1,0000	1,0000	1,1260	1,1632	1,0000	1,0100	1,0000	1,1570	1,0000	1,0000	1,0000
1989	1,2089	1,1404	1,0679	1,1774	1,1216	1,2321	1,1125	1,2372	1,0000	1,0000	1,1128	1,1519	1,0000	1,0108	1,0000	1,1571	1,0000	1,0000	1,0000
1990	1,2161	1,1439	1,0739	1,2069	1,1382	1,2549	1,1110	1,2477	1,0000	1,0000	1,1010	1,1391	1,0000	1,0000	1,0000	1,1625	1,0000	1,0042	1,0000
1991	1,2421	1,1391	1,0757	1,2486	1,1380	1,2997	1,1125	1,2827	1,0000	1,0000	1,0909	1,1412	1,0000	1,0000	1,0000	1,1719	1,0000	1,0128	1,0000
1992	1,2472	1,1391	1,0832	1,2706	1,1432	1,3534	1,1199	1,2895	1,0000	0,0471	1,0904	1,1443	1,0000	0,0148	1,0211	1,1992	1,0000	1,0093	1,0000
1993	1,2421	1,1469	1,0960	1,2749	1,1533	1,3924	1,1358	1,3019	1,0000	0,0149	1,1008	1,1587	1,0000	1,0280	1,0512	1,2322	1,0334	1,0001	1,0000
1994	1,2277	1,1670	1,1127	1,2749	1,1526	1,3951	1,1492	1,3094	1,0000	0,0199	1,1240	1,1763	1,0000	1,0443	1,0680	1,2145	1,0941	1,0000	1,0000
1995	1,2044	1,1816	1,1168	1,2689	1,1632	1,3780	1,1514	1,3214	1,0000	0,0204	1,1450	1,1726	1,0000	1,0621	1,0767	1,1945	1,2231	1,0000	1,0000
1996	1,2034	1,2025	1,1278	1,2729	1,1684	1,3617	1,1617	1,3268	1,0000	0,0222	1,1681	1,1721	1,0000	1,0717	1,0881	1,1888	1,2887	1,0000	1,0000
1997	1,2115	1,2117	1,1401	1,2747	1,1741	1,3432	1,1795	1,3403	1,0000	0,0298	1,1988	1,1712	1,0000	0,0815	1,0983	1,1758	1,3383	1,0000	1,0000
1998	1,2145	1,2256	1,1507	1,2694	1,1901	1,3484	1,1812	1,3307	1,0000	0,0399	1,2498	1,1762	1,0000	1,1033	1,1111	1,1608	1,3693	1,0000	1,0000
1999	1,2216	1,2261	1,1608	1,2615	1,2047	1,3430	1,1820	1,3364	1,0000	0,0549	1,3074	1,1806	1,0000	1,1317	1,1063	1,1476	1,4011	1,0000	1,0000
2000	1,2244	1,2268	1,1629	1,1851	1,2158	1,3383	1,1811	1,3314	1,0000	0,0699	1,3567	1,1915	1,0000	1,1541	1,0987	1,1355	1,4318	1,0000	1,0000
2001	1,2317	1,2249	1,1623	1,0000	1,2206	1,3340	1,1798	1,3245	1,0000	0,0814	1,3856	1,1930	1,0000	1,1697	1,0964	1,1240	1,4393	1,0000	1,0000
2002	1,2309	1,2277	1,1722	1,0000	1,2265	1,3294	1,1815	1,3135	1,0000	0,0917	1,4128	1,2028	1,0000	1,1826	1,0990	1,1128	1,4516	1,0000	1,0000
2003	1,2296	1,2270	1,1812	1,0000	1,2320	1,3238	1,1850	1,3065	1,0000	0,0985	1,4302	1,2160	1,0000	1,1957	1,0881	1,1000	1,4686	1,0000	1,0000
2004	1,2288	1,2421	1,1881	1,0000	1,2376	1,3177	1,1875	1,3084	1,0000	1,1045	1,4384	1,2217	1,0000	1,2067	1,0683	1,0880	1,4848	1,0000	1,0000

# DEA – Miary efektywności Debreu–Farrella

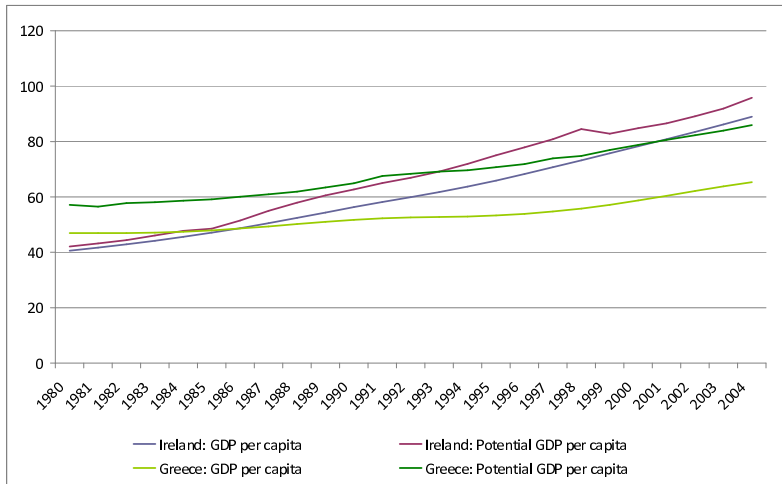
– z bootstrapową korektą obciążenia

	AU	AT	BE	CA	DK	FI	FR	GR	IE	IT	JP	NL	NO	PT	SP	SE	CH	UK	US
1980	1,2087	1,1391	1,0730	1,0869	1,2161	1,2721	1,1362	1,2169	1,0389	1,0364	1,1976	1,0609	1,0340	1,0331	1,0293	1,1769	1,0543	1,0125	1,0589
1981	1,2095	1,1282	1,0812	1,0876	1,2202	1,2671	1,1348	1,2032	1,0358	1,0299	1,1980	1,0609	1,0379	1,0485	1,0289	1,1789	1,0590	1,0173	1,0576
1982	1,2265	1,1323	1,0852	1,1440	1,2047	1,2595	1,1293	1,2302	1,0359	1,0251	1,1952	1,0856	1,0353	1,0625	1,0293	1,1782	1,0593	1,0209	1,0530
1983	1,2573	1,1330	1,0908	1,1502	1,1894	1,2560	1,1285	1,2340	1,0425	1,0233	1,1809	1,2011	1,0348	1,0476	1,0288	1,1716	1,0570	1,0228	1,0602
1984	1,2384	1,1293	1,0868	1,1448	1,1643	1,2493	1,1299	1,2371	1,0473	1,0217	1,1732	1,1221	1,0430	1,0415	1,0247	1,1611	1,0569	1,0227	1,0745
1985	1,2208	1,1295	1,0803	1,1442	1,1411	1,2481	1,1332	1,2325	1,0310	1,0258	1,1611	1,1343	1,0571	1,0313	1,0210	1,1526	1,0596	1,0237	1,0741
1986	1,2116	1,1251	1,0785	1,1576	1,1241	1,2502	1,1347	1,2360	1,0575	1,0291	1,1498	1,1428	1,0627	1,0205	1,0233	1,1557	1,0608	1,0243	1,0776
1987	1,2220	1,1285	1,0758	1,1768	1,1203	1,2437	1,1326	1,2354	1,0891	1,0284	1,1493	1,1719	1,0686	1,0183	1,0223	1,1595	1,0605	1,0239	1,0809
1988	1,2215	1,1372	1,0723	1,1874	1,1253	1,2390	1,1324	1,2336	1,0551	1,0313	1,1392	1,1746	1,0614	1,0189	1,0276	1,1611	1,0604	1,0241	1,0830
1989	1,2148	1,1434	1,0727	1,2060	1,1302	1,2389	1,1266	1,2432	1,1128	1,0293	1,1263	1,1609	1,0444	1,0214	1,0330	1,1613	1,0612	1,0214	1,0796
1990	1,2222	1,1471	1,0787	1,2363	1,1476	1,2641	1,1256	1,2552	1,1130	1,0312	1,1139	1,1469	1,0399	1,0226	1,0338	1,1676	1,0612	1,0221	1,0757
1991	1,2482	1,1420	1,0796	1,2822	1,1461	1,3070	1,1268	1,2915	1,1188	1,0346	1,1037	1,1493	1,0453	1,0297	1,0260	1,1768	1,0614	1,0281	1,0690
1992	1,2545	1,1421	1,0868	1,3016	1,1515	1,3584	1,1323	1,2991	1,1163	1,0294	1,1022	1,1518	1,0575	1,0376	1,0415	1,2037	1,0484	1,0220	1,0784
1993	1,2491	1,1503	1,0996	1,3008	1,1632	1,4018	1,1472	1,3104	1,1200	1,0317	1,1119	1,1662	1,0740	1,0441	1,0670	1,2338	1,0831	1,0113	1,0902
1994	1,2339	1,1706	1,1165	1,2996	1,1623	1,4076	1,1627	1,3161	1,1288	1,0345	1,1370	1,1850	1,0916	1,0588	1,0829	1,2241	1,1446	1,0182	1,1014
1995	1,2097	1,1856	1,1211	1,2889	1,1752	1,3879	1,1656	1,3277	1,1386	1,0325	1,1605	1,1811	1,1078	1,0760	1,0905	1,2028	1,3005	1,0217	1,1093
1996	1,2093	1,2070	1,1326	1,2946	1,1828	1,3707	1,1771	1,3334	1,1410	1,0338	1,1865	1,1813	1,1369	1,0850	1,1014	1,2032	1,3542	1,0238	1,1078
1997	1,2189	1,2180	1,1457	1,3042	1,1916	1,3499	1,1984	1,3508	1,1430	1,0411	1,2225	1,1826	1,1427	1,0959	1,1144	1,1889	1,3898	1,0260	1,1105
1998	1,2263	1,2360	1,1588	1,3075	1,2134	1,3563	1,2038	1,3395	1,1541	1,0514	1,2797	1,1912	1,1527	1,1230	1,1284	1,1692	1,4172	1,0261	1,1093
1999	1,2368	1,2389	1,1716	1,3119	1,2315	1,3576	1,2076	1,3470	1,0939	1,0660	1,3414	1,1978	1,1583	1,1517	1,1288	1,1566	1,4446	1,0247	1,0985
2000	1,2421	1,2397	1,1750	1,2685	1,2447	1,3589	1,2097	1,3419	1,0835	1,0809	1,3949	1,2088	1,1603	1,1743	1,1203	1,1470	1,4726	1,0243	1,0887
2001	1,2489	1,2377	1,1738	1,0985	1,2491	1,3557	1,2068	1,3340	1,0708	1,0934	1,4226	1,2094	1,1595	1,1918	1,1165	1,1367	1,4776	1,0224	1,0774
2002	1,2486	1,2400	1,1833	1,1576	1,2533	1,3519	1,2062	1,3241	1,0670	1,1053	1,4506	1,2181	1,1675	1,2034	1,1188	1,1263	1,4838	1,0215	1,0707
2003	1,2487	1,2401	1,1936	1,1603	1,2538	1,3458	1,2062	1,3148	1,0668	1,1128	1,4677	1,2320	1,1753	1,2153	1,1090	1,1134	1,4943	1,0226	1,0703
2004	1,2479	1,2543	1,2016	1,1558	1,2579	1,3392	1,2071	1,3149	1,0774	1,1173	1,4754	1,2348	1,1719	1,2283	1,1089	1,1010	1,5080	1,0241	1,0718

# Wzrost PKB i “potencjalnego” PKB – USA i Japonia



# Wzrost PKB i “potencjalnego” PKB – Irlandia i Grecja



# Układ prezentacji

## 1 Wprowadzenie

## 2 Dane i metodyka badania

- Dane
- Metodyka badania

## 3 Wyniki

- ŚGT – wyniki badania opartego o metodę DEA z bootstrapem
- **DEA vs. SFA**
- Elastyczności cząstkowe a zasoby czynników produkcji
- Wnioskowanie o korzyściach skali

## 4 Podsumowanie

# Efektywność techniczna w 2000r. wg różnych specyfikacji zagregowanej funkcji produkcji

	DEA (K,L)	DEA (K,H)	DEA (K,Hu,Hs)	SFA-CD (K,Hu,Hs)	SFA-CD (K,Hu,Hs) [Re- stricted]	SFA-CD (K,Hu,Hs) [CRS]	SFA- Translog (K,Hu,Hs) [inten- sive]	SFA- Translog (K,Hu,Hs)
Australia	1,2021	1,2381	1,2421	1,1315	1,1041	1,1317	1,0921	1,0704
Austria	1,1628	1,2407	1,2397	1,1635	1,1335	1,1893	1,1450	1,1440
Belgium	1,0734	1,1972	1,1750	1,3205	1,2798	1,3277	1,3019	1,2625
Canada	1,2075	1,2700	1,2685	1,1236	1,1115	1,1202	1,0565	1,0389
Denmark	1,2168	1,2248	1,2447	1,0868	1,0714	1,1254	1,0970	1,1452
Finland	1,2469	1,3526	1,3589	1,0708	1,0549	1,1011	1,0590	1,0826
France	1,1406	1,2041	1,2097	1,2657	1,2151	1,2025	1,1781	1,1747
Greece	1,3207	1,3532	1,3419	1,1878	1,1521	1,1999	1,0945	1,0702
Ireland	1,0133	1,0635	1,0835	1,3736	1,3398	1,4596	1,4552	1,6770
Italy	1,1824	1,2216	1,0809	1,4633	1,4041	1,3716	1,3163	1,3259
Japan	1,4641	1,4780	1,3949	1,0636	1,0339	1,0196	1,0239	1,0707
Netherlands	1,2522	1,2683	1,2088	1,1689	1,1467	1,1497	1,1592	1,1414
Norway	1,0377	1,0574	1,1603	1,1164	1,1140	1,1513	1,3704	1,4399
Portugal	1,2806	1,2104	1,1743	1,8440	1,7765	1,8699	1,4997	1,4533
Spain	1,1920	1,1944	1,1203	1,7358	1,6628	1,6664	1,4765	1,3906
Sweden	1,1964	1,1791	1,1470	1,1159	1,0961	1,1374	1,1010	1,1052
Switzerland	1,4088	1,4592	1,4726	1,0140	1,0151	1,0185	1,0761	1,0820
UK	1,0140	1,0263	1,0243	1,4592	1,3845	1,3990	1,2945	1,2237
USA	1,0104	1,1210	1,0887	1,4015	1,3678	1,2999	1,2129	1,4271

# Parametry oszacowanych funkcji produkcji (SFA)

	SFA-CD (K,Hu,Hs)	s.e.	SFA-CD (K,Hu,Hs) [Restrict- ed]	s.e.	SFA-CD (K,Hu,Hs) [CRS]	s.e.	SFA- Translog (K,Hu,Hs) [intensive form]	s.e.	SFA- Translog (K,Hu,Hs)	s.e.
Constant	0,8143	0,5760	0,8088	0,4791	0,0143	0,2714	-0,7068	2,0330	-14,6600	7,1070
LNK	0,6524	0,0576	0,6160	0,0559					2,3670	1,0660
LNHU	-0,0120	0,0345	0,0226	0,0197					-0,0436	0,8460
LNHS	0,3180	0,0480	0,3322	0,0511					0,0807	0,7220
LNK_INT					0,6807	0,0575	1,2850	0,8984		
LNHS_INT					0,3088	0,0496	0,2876	0,5878		
LNK2									-0,2053	0,1873
LNHU2									0,0937	0,0554
LNHS2									0,1710	0,0924
LNK2_INT							-0,1922	0,1998		
LNHS2_INT							0,1888	0,0976		
LNKHS_INT							0,0212	0,1280		
LNKHU									0,0995	0,0978
LNKHS									0,0399	0,1204
LNHUHS									-0,2022	0,0666
eK	0,6524		0,6160		0,6807		spec.		spec.	
eHu	-0,0120		0,0226		0,3088		spec.		spec.	
eHs	0,3180		0,3322				spec.		spec.	
Elast. skali	0,9584		0,9708							
$\eta$	-0,0673	0,0383	-0,0621	0,0447	-0,0711	0,0406	0,2308	0,1523	0,2527	0,1120
$\lambda$	4,5830	1,3380	5,0930	1,4040	4,6760	1,3320	5,4410	1,4920	5,0990	1,3610

# Układ prezentacji

## 1 Wprowadzenie

## 2 Dane i metodyka badania

- Dane
- Metodyka badania

## 3 Wyniki

- ŚGT – wyniki badania opartego o metodę DEA z bootstrapem
- DEA vs. SFA
- **Elastyczności cząstkowe a zasoby czynników produkcji**
- Wnioskowanie o korzyściach skali

## 4 Podsumowanie

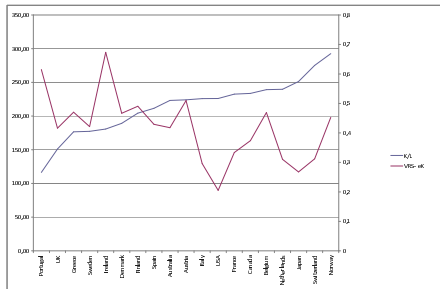


# Elastyczności cząstkowe wg funkcji translogarytmicznej

	CRS - eK	s.e.	CRS - eHs	s.e.	VRS - eK	s.e.	VRS - eHu	s.e.	VRS - eHs	s.e.
Australia	0,4558	0,0942	0,3839	0,0553	0,4175	0,0822	0,2349	0,0643	0,3976	0,0521
Austria	0,5204	0,1246	0,3543	0,0809	0,5099	0,1155	0,2276	0,0876	0,3601	0,0767
Belgium	0,5187	0,0850	0,2232	0,0455	0,4690	0,0754	0,3560	0,0780	0,2436	0,0425
Canada	0,4058	0,1161	0,5311	0,0885	0,3738	0,1033	0,1187	0,0583	0,5384	0,0808
Denmark	0,4441	0,0989	0,4195	0,0625	0,4668	0,0963	0,2148	0,0857	0,4237	0,0679
Finland	0,4898	0,0841	0,2171	0,0408	0,4906	0,0855	0,3876	0,0947	0,2341	0,0588
France	0,4845	0,0833	0,2728	0,0391	0,3334	0,0980	0,3137	0,0724	0,3064	0,0544
Greece	0,5122	0,0865	0,1603	0,0501	0,4705	0,0781	0,4249	0,0879	0,1847	0,0516
Ireland	0,6289	0,1459	0,1829	0,0962	0,6733	0,1493	0,3393	0,1316	0,1831	0,1004
Italy	0,4706	0,1309	0,0998	0,0845	0,2960	0,1296	0,4945	0,1065	0,1500	0,0798
Japan	0,4478	0,0869	0,3587	0,0440	0,2677	0,1183	0,2462	0,0772	0,3936	0,0755
Netherlands	0,4028	0,1869	0,1119	0,1174	0,3102	0,1680	0,5370	0,1182	0,1569	0,1117
Norway	0,4462	0,0913	0,2633	0,0391	0,4527	0,0923	0,3695	0,0931	0,2804	0,0616
Portugal	0,6643	0,1065	-0,0682	0,1009	0,6150	0,1050	0,5581	0,1158	-0,0413	0,0879
Spain	0,5696	0,1082	-0,0131	0,0916	0,4291	0,1053	0,5504	0,1037	0,0310	0,0770
Sweden	0,4432	0,0848	0,3368	0,0378	0,4212	0,0744	0,2930	0,0721	0,3528	0,0431
Switzerland	0,2869	0,1245	0,5312	0,0740	0,3119	0,1197	0,2025	0,0805	0,5423	0,0789
UK	0,5557	0,1454	0,3333	0,0957	0,4161	0,1569	0,2085	0,0859	0,3543	0,1049
USA	0,3593	0,1303	0,6378	0,1120	0,2052	0,1514	0,0236	0,0696	0,6581	0,1265
mean	0,4793		0,2809		0,4174		0,3211		0,3026	
std. dev.	0,0891		0,1828		0,1158		0,1481		0,1753	

# Korelacja elastyczności cząstkowych (translog) z zasobami czynników

	CRS	VRS
Kapitał fizyczny	-0,6879	-0,5471
Praca niewykwalfikowana		0,8082
Praca wykwalfikowana	0,3905	0,8855
RTS vs Y/L		-0,1484



# Układ prezentacji

## 1 Wprowadzenie

## 2 Dane i metodyka badania

- Dane
- Metodyka badania

## 3 Wyniki

- ŚGT – wyniki badania opartego o metodę DEA z bootstrapem
- DEA vs. SFA
- Elastyczności cząstkowe a zasoby czynników produkcji
- **Wnioskowanie o korzyściach skali**

## 4 Podsumowanie

# Lokalne korzyści skali

- Testy **lokalnych** korzyści skali – Löthgren i Tambour (1999).

Test 1:

$H_0 : S^{C-NIRS} = 1$  (stałe lub rosnące korzyści skali),

$H_1 : S^{C-NIRS} > 1$  (malejące korzyści skali).

Jeśli  $H_0$  w Teście 1 nie zostaje odrzucona, przeprowadzamy drugi test:

Test 2:

$H_0 : S^{CRS} = 1$  (stałe korzyści skali),

$H_1 : S^{CRS} > 1$  (rosnące korzyści skali),

gdzie

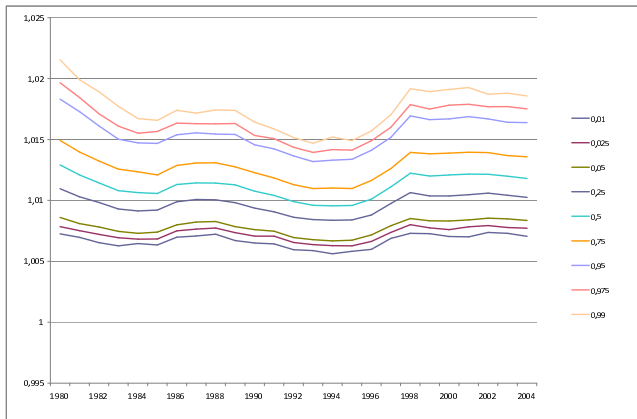
$$S^{CRS} = \frac{\sum_{j=1}^T \theta_j^{CRS}(x_j, y_j)}{\sum_{j=1}^T \theta_j^{VRS}(x_j, y_j)}, \quad S^{C-NIRS} = \frac{\sum_{j=1}^T \theta_j^{CRS}(x_j, y_j)}{\sum_{j=1}^T \theta_j^{NIRS}(x_j, y_j)},$$

oraz  $\theta_j^{CRS}(x_j, y_j)$ ,  $\theta_j^{VRS}(x_j, y_j)$  i  $\theta_j^{NIRS}(x_j, y_j)$  są miarami efektywności technicznej Debreu-Farrella.

# Lokalne korzyści skali – wyniki

	AU	AT	BE	CA	DK	FI	FR	GR	IE	IT	JP	NL	NO	PT	SP	SE	CH	UK	US
1980	CRS	DRS	CRS	CRS	IRS	DRS	CRS	CRS	DRS	CRS	CRS	DRS	CRS	DRS	CRS	DRS	DRS	DRS	CRS
1981	CRS	CRS	CRS	CRS	DRS	CRS	CRS	IRS	DRS	CRS	CRS	DRS	CRS	CRS	DRS	CRS	DRS	CRS	DRS
1982	CRS	CRS	CRS	CRS	CRS	CRS	DRS	CRS	CRS	IRS	DRS	CRS	CRS	CRS	DRS	CRS	CRS	DRS	CRS
1983	CRS	CRS	CRS	CRS	CRS	CRS	CRS	CRS	CRS	CRS	DRS	CRS	CRS	CRS	DRS	CRS	CRS	DRS	CRS
1984	CRS	DRS	CRS	CRS	DRS	IRS	CRS	CRS	CRS	CRS	CRS	CRS	CRS	DRS	CRS	CRS	CRS	DRS	CRS
1985	CRS	DRS	CRS	CRS	DRS	CRS	CRS	DRS	CRS	CRS	CRS	DRS	IRS	DRS	CRS	DRS	DRS	CRS	CRS
1986	DRS	CRS	CRS	IRS	DRS	CRS	CRS	DRS	CRS	CRS	DRS	CRS	DRS	CRS	DRS	CRS	DRS	CRS	DRS
1987	CRS	CRS	CRS	DRS	CRS	CRS	IRS	DRS	CRS	CRS	DRS	CRS	CRS	DRS	CRS	DRS	CRS	DRS	DRS
1988	CRS	CRS	CRS	CRS	CRS	CRS	DRS	CRS	CRS	CRS	DRS	CRS	CRS	DRS	CRS	CRS	DRS	CRS	DRS
1989	CRS	CRS	CRS	CRS	CRS	CRS	CRS	CRS	DRS	CRS	CRS	CRS	CRS	DRS	CRS	CRS	DRS	CRS	CRS
1990	DRS	CRS	CRS	DRS	CRS	CRS	CRS	CRS	CRS	CRS	CRS	CRS	DRS	CRS	CRS	CRS	DRS	CRS	IRS
1991	CRS	CRS	CRS	DRS	CRS	CRS	DRS	CRS	CRS	CRS	CRS	CRS	DRS	CRS	DRS	DRS	CRS	CRS	CRS
1992	CRS	CRS	IRS	DRS	CRS	CRS	DRS	CRS	CRS	DRS	CRS	IRS	CRS	DRS	CRS	DRS	CRS	DRS	DRS
1993	CRS	CRS	DRS	CRS	CRS	IRS	DRS	CRS	CRS	DRS	CRS	CRS	DRS	CRS	DRS	CRS	DRS	DRS	DRS
1994	CRS	CRS	CRS	CRS	CRS	DRS	CRS	CRS	IRS	DRS	CRS	CRS	DRS	CRS	CRS	DRS	CRS	DRS	CRS
1995	IRS	CRS	CRS	CRS	CRS	IRS	CRS	CRS	DRS	CRS	CRS	CRS	DRS	CRS	IRS	DRS	CRS	CRS	DRS
1996	CRS	CRS	DRS	CRS	CRS	CRS	CRS	CRS	CRS	CRS	CRS	CRS	DRS	CRS	CRS	DRS	CRS	CRS	DRS
1997	CRS	CRS	DRS	CRS	CRS	DRS	CRS	CRS	CRS	CRS	CRS	CRS	CRS	DRS	DRS	CRS	CRS	CRS	DRS
1998	CRS	IRS	DRS	CRS	CRS	DRS	CRS	CRS	CRS	CRS	CRS	DRS	CRS	DRS	CRS	DRS	DRS	DRS	CRS
1999	CRS	DRS	CRS	CRS	IRS	DRS	CRS	CRS	DRS	CRS	CRS	DRS	CRS	DRS	CRS	DRS	DRS	DRS	CRS
2000	CRS	CRS	CRS	CRS	DRS	CRS	CRS	CRS	DRS	CRS	CRS	DRS	CRS	CRS	DRS	CRS	DRS	CRS	DRS
2001	CRS	CRS	CRS	CRS	CRS	CRS	DRS	CRS	CRS	CRS	DRS	CRS	CRS	IRS	DRS	CRS	CRS	DRS	CRS
2002	CRS	DRS	CRS	CRS	CRS	CRS	CRS	CRS	CRS	CRS	DRS	CRS	CRS	DRS	CRS	CRS	DRS	CRS	DRS
2003	CRS	DRS	CRS	CRS	DRS	IRS	CRS	CRS	CRS	IRS	CRS	CRS	DRS	DRS	CRS	CRS	CRS	DRS	CRS
2004	IRS	DRS	CRS	CRS	DRS	CRS	CRS	DRS	CRS	CRS	CRS	DRS	CRS	DRS	CRS	DRS	DRS	CRS	CRS

# Globalne korzyści skali – test Simara i Wilsona (2002)



– **we wszystkich latach 1980–2004**, funkcja produkcji jest **globalnie VRS**, z prawdopodobieństwem  $p < 0.01$ .

# Układ prezentacji

## 1 Wprowadzenie

## 2 Dane i metodyka badania

- Dane
- Metodyka badania

## 3 Wyniki

- ŚGT – wyniki badania opartego o metodę DEA z bootstrapem
- DEA vs. SFA
- Elastyczności cząstkowe a zasoby czynników produkcji
- Wnioskowanie o korzyściach skali

## 4 Podsumowanie

# Podsumowanie

## Kluczowe wyniki:

- **wyraźne odstępstwa** funkcji produkcji wyznaczonej nieparametrycznej od postaci Cobba–Douglasa oraz translogarytmicznej,
- elastyczności cząstkowe są **skorelowane z zasobami czynników**,
- praca wykwalifikowana i niewykwalifikowana **nie są doskonale substytucyjne**,
- **testy stałości korzyści skali** dostarczają mieszanych wniosków.



# Koniec prezentacji

„Kształt zagregowanych funkcji produkcji:  
wnioski z oszacowań  
Światowej Granicy Technologicznej”

Jakub Growiec, Anna Pajor, Dorota Pelle, Artur Prędko

Dziękuję za uwagę.