Stylizowany model DSGE małej gospodarki otwartej w niesymetrycznej unii walutowej. Wnioski dla Polski.

Grzegorz Koloch

Zakład Wspomagania i Analizy Decyzji
Instytut Ekonometrii
Szkoła Główna Handlowa

VII 2008

Plan prezentacji

1. Motywacja
2. Metodologia
3. Model
4. Implikacje

Motywacja

- Celem pracy jest poddanie analizie konsekwencji gospodarczych utrudnień w sprawowaniu stabilizującej polityki władz monetarnych, jakie mogą wystąpić na drodze do oraz po wstąpieniu do unii walutowej. Obrano perspektywę małej gospodarki otwartej, a głównym przedmiotem zainteresowania są zakłóceniach w domykaniu się luki popytowej.
- Intuicja: Mała gospodarka otwarta konwerguje (startuje z niższego poziomu produktywności, która szybko rośnie), jakie konsekwencje mają w takim przypadku przeszkody w stabilizacji banku centralnego?

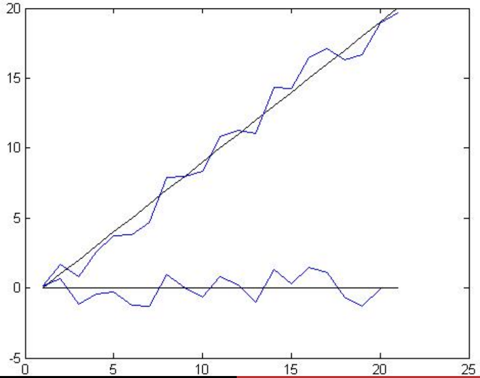
Metodologia

- Stylizowany model DSGE w nurcie nowej syntezy neoklasycznej dla małej gospodarki otwartej.
- Gospodarka krajowa reprezentowana przez punkt miary zero na odcinku.
- Egzogeniczna zagranica.
- Siła monopolistyczna kontinuum przedsiębiorstw produkujących kontinuum zróżnicowanych dóbr.
- Sztywności nominalne w postaci sztywności cenowych.
- Całkowe agregatory CES.

Metodologia (cont'd)

- Ujęcie *explicite* trendu produktywności (stochastycznego i deterministycznego).

$$Y_t = G_t N_t = A_t e^{\phi t} N_t = (A_{t-1})^{\rho_a} e^{\xi_t} e^{\phi t} N_t$$



- Ujęcie *explicite* trendu produktywności.
- Definicja stanu ustalonego:
  - brak - reparametryzacja
  - konwergencja
- Rozwiązanie perturbacyjne.
- Rozwiązanie analityczne metodą współczynników nieoznaczonych.
- Analiza konsekwencji ingerencji w równanie polityki pieniężnej:
  - egzogeniczne skalowanie współczynników funkcji reakcji,
  - nieuwzględnienie w funkcji reakcji trendu produktywności.

Problem optymalizacyjny reprezentatywnego gospodarstwa domowego

$$E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t U(C_t, N_t) \mapsto max_{\{(C(t),N(t))\in\Omega\}}$$

$C_t \geq 0$, $N_t \in [0,1]$, $0 < \beta < 1$, przy czym:

$$C_t = [(1-\alpha)^{\frac{1}{\eta}} C_{H,t}^{\frac{\eta-1}{\eta}} + \alpha^{\frac{1}{\eta}} C_{F,t}^{\frac{\eta-1}{\eta}}]^{\frac{\eta}{1-\eta}}$$

$\eta > 0$, $\alpha \in [0,1]$, natomiast:

$C_{H,t} = (\int_{[0,1]} C_{H,t}(j)^{\frac{\epsilon-1}{\epsilon}} dj)^{\frac{\epsilon}{\epsilon-1}}$ oraz $C_{F,t} = (\int_{[0,1]} C_{i,t}^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} di)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$
gdzie $\epsilon > 1$, $\gamma > 0$, oraz:

$$C_{i,t} = (\int_{[0,1]} C_{i,t}(j)^{\frac{\epsilon-1}{\epsilon}} dj)^{\frac{\epsilon}{\epsilon-1}}$$

Problem optymalizacyjny reprezentatywnego gospodarstwa domowego (cont'd)

Ograniczenie budżetowe:

$$\int_{[0,1]} P_{H,t}(j) C_{H,t}(j) dj + \int_{[0,1]} \int_{[0,1]} P_{i,t}(j) C_{i,t}(j) dj di + \\ + E_t(Q_{t,t+1} D_{t,t+1}) \leq D_t + W_t N_t$$

gdzie $Q_{t,t+1}(s) = \frac{V_{\mathbf{t},\mathbf{t}+\mathbf{1}}(s)}{\xi_{\mathbf{t},\mathbf{t}+\mathbf{1}}(s)}$, dla $s \in S_{t+1}$.
Warunek transwersalności:

$$\lim_{T \to \infty} D_T \geq 0$$

Funkcje popytu

Dla ustalonego poziomu wydatków:

$$\int_{[0,1]} P_{i,t} C_{i,t}(j) dj = x_t$$

agent maksymalizuje:

$$L = (\int_{[0,1]} C_{i,t}(j)^{\frac{\epsilon - 1}{\epsilon}} dj)^{\frac{\epsilon}{\epsilon - 1}} - \lambda(\int_{[0,1]} P_{i,t} C_{i,t}(j) dj - x_t)$$

skąd popyt na dobro j pochodzące z kraju i dane jest przez:

$$C_{i,t}(j) = (\frac{P_{i,t}(j)}{P_{i,t}})^{-\epsilon} C_{i,t}$$

dla:

$$P_{i,t} = (\int_{[0,1]} P_{i,t}(j)^{1-\epsilon} dj)^{\frac{1}{1-\epsilon}}$$

Przy czym zachodzi $P_{i,t} C_{i,t} = \int_{[0,1]} P_{i,t}(j) C_{i,t}(j) dj$.

Funkcje popytu (cont'd)

Analogicznie odpowiednie funkcje popytu dane są przez:

$$C_{H,t}(j) = (\frac{P_{H,t}(j)}{P_{H,t}})^{-\epsilon} C_{H,t}, P_{H,t} = (\int_{[0,1]} P_{H,t}(j)^{1-\epsilon} dj)^{\frac{1}{1-\epsilon}}$$

$$C_{i,t} = (\frac{P_{i,t}}{P_{F,t}})^{-\gamma} C_{F,t}, P_{F,t} = (\int_{[0,1]} P_{i,t}^{1-\gamma} di)^{\frac{1}{1-\gamma}}$$

Optymalny podział konsumpcji między dobra krajowe i zagraniczne otrzymujemy maksymalizując:

$$L = [(1-\alpha)^{\frac{1}{\eta}} C_{H,t}^{\frac{\eta-1}{\eta}} + \alpha^{\frac{1}{\eta}} C_{F,t}^{\frac{\eta-1}{\eta}}]^{\frac{\eta}{1-\eta}} - \lambda(C_{H,t}P_{H,t} + C_{F,t}P_{F,t} - x_t)$$

co daje:

$$C_{H,t} = (1-\alpha)(\frac{P_{H,t}}{P_t})^{-\eta} C_t, C_{F,t} = \alpha(\frac{P_{F,t}}{P_t})^{-\eta} C_t$$

dla krajowego indeksu CPI:

$$P_t = [(1-\alpha)P_{H,t}^{1-\eta} + \alpha P_{F,t}^{1-\eta}]^{\frac{1}{1-\eta}}$$

Warunki pierwszego rzędu reprezentatywnego gospodarstwa domowego

Dla ustalonego $t \in \{0, 1, 2, \ldots\}$ musi zachodzić:

$$dU(C_t, N_t) = \frac{\partial U(C_t, N_t)}{\partial C_t} dC_t + \frac{\partial U(C_t, N_t)}{\partial N_t} dN_t = 0$$

$\forall (dC_t, dN_t)$ tż. $P_t dC_t - W_t dN_t = 0$
oraz:

$$\frac{\partial U(C_t, N_t)}{\partial C_t} dC_t + \beta E_t \left(\frac{\partial U(C_{t+1}(s), N_{t+1}(s))}{\partial C_{t+1}(s)} dC_{t+1}(s) \right) = 0$$

$\forall (dC_t, dC_{t+1}(s))$ tż. $\frac{P_t dC_t}{Q_{t,t+1}(s)} - P_{t+1}(s) dC_{t+1}(s) = 0$,
skąd:

$$C_t^{\sigma} N_t^{\varphi} = \frac{W_t}{P_t}$$

oraz:

$$C_t = E_t C_{t+1} \left(\frac{E_t \Pi_{t+1}}{e^{i_t + \rho}} \right)^{\frac{1}{-\sigma}}$$

Nominalna stopa procentowa

Przy kompletności rynków cena w okresie t jednookresowego portfela dającego stochastyczną wypłatę D_{t+1} jest równa:

$$\sum_{s \in S_{t+1}} V_{t,t+1}(s) D_{t+1}(s) = \sum_{s \in S_{t+1}} \xi_{t,t+1}(s) \frac{V_{t,t+1}(s)}{\xi_{t,t+1}(s)} D_{t+1}(s) = E_t\left(\frac{V_{t,t+1}}{\xi_{t,t+1}} D_{t+1}\right)$$

Dyskonto jednookresowych obligacji dane jest przez:

$$Q_t = E_t Q_{t,t+1} = \frac{1}{1 + YTM_t}$$

Natomiast nominalna stopa procentowa przez:

$$i_t = -\ln Q_t \approx YTM_t$$

Problem optymalizacyjny przedsiębiorstw

Przedsiębiorstwo rozwiązuje problem ustalenia ceny optymalnej $\overline{P_{H,t}}$:

$$F(\overline{P_{H,t}}) = \sum_{k=0}^{\infty} \theta^k E_t[Q_{t,t+k}(\overline{P_{H,t}} Y_{t+k,t}(j) - \Psi(Y_{t+k|t}(j)))]$$

Warunek pierwszego rzędu jest więc następujący:

$$0 = \sum_{k=0}^{\infty} \theta^k E_t[Q_{t,t+k} Y_{t+k,t}(j)((1-\epsilon) + \epsilon \frac{\frac{\partial \Psi(Y_{\boldsymbol{t+k,t}}(j))}{\partial Y_{\boldsymbol{t+k,t}}(j)}}{\overline{P_{H,t}}})]$$

i prowadzi do rozwiązania:

$$\overline{P_{H,t}} = \Upsilon(1 - \theta\beta \frac{\phi_Y}{\phi_C^{\sigma}\phi_P}) \sum_{k=0}^{\infty} \theta^k \beta^k [(\frac{\phi_Y}{\phi_C^{\sigma}\phi_P})^k E_t MC_{t+k,t} P_{H,t+k}]$$

gdzie $\Upsilon = \frac{1}{MC} = \frac{\epsilon}{\epsilon - 1}$.

Kurs walutowy, *terms of trade*

Nominalny kurs walutowy: $P_{i,t}(j) = ER_{i,t} P^i_{i,t}(j)$ dla którego zachodzi:
$P_{i,t} = ER_{i,t} P^i_{i,t}$.
Efektywny nominalny kurs walutowy:
$ER_t = (\int_{[0,1]} ER_{i,t}(i)^{1-\gamma_{ER}} di)^{\frac{1}{1-\gamma_{ER}}}$.
Realny kurs walutowy: $\Xi_{i,t} = \frac{ER_{i,t} P^i_t}{P_t}$.
Efektywny realny kurs walutowy: $\Xi_t = (\int_{[0,1]} \Xi_{i,t}(i)^{1-\gamma_\Xi} di)^{\frac{1}{1-\gamma_\Xi}}$.
Terms of trade: $S_{i,t} = \frac{P_{i,t}}{P_{H,t}} = \frac{P_{i,t} ER_{i,t}}{P_{H,t}}$.
Efektywny *Terms of trade*: $S_t = (\int_{[0,1]} S^{1-\gamma}_{i,t})^{\frac{1}{1-\gamma}} = \frac{P_{F,t}}{P_{H,t}}$.

Międzynarodowy podział ryzyka

Przy kompletności rynków dla każdego kraju zachodzić musi następujący warunek:

$$\frac{V_{t,t+1}(s)}{ER_{i,t}P_t^i}(C_t^i)^{-\sigma} = \frac{\xi_{t,t+1}(s)\beta(C_{t+1}^i(s))^{-\sigma}}{ER_{i,t}P_{t+1}^i(s)}$$

równoważny warunkowi:

$$C_t = C_t^i E_t\left(\frac{C_{t+1}(s)}{C_{t+1}^i(s)}\frac{1}{\Xi_{i,t+1}(s)^{\frac{1}{\sigma}}}\right)\Xi_{i,t}^{\frac{1}{\sigma}}$$

który iterując w przód otrzymamy:

$$C_t = C_t^i \kappa \Xi_{i,t}^{\frac{1}{\sigma}}$$

gdzie $\kappa = E_t\left(\frac{C_{t+1}(s)}{C_{t+1}^i(s)}\frac{1}{\Xi_{i,t+1}(s)^{\frac{1}{\sigma}}}\right)$. Przyjmujemy $\kappa = 1$.

Równowaga rynku dóbr

Warunek czyszczenia się rynku dóbr wymaga spełnienia $\forall j \in [0,1]$:

$$Y_t(j) = C_{H,t}(j) + \int_{[0,1]} C^i_{H,t}(j)di$$

gdzie:

$$C^i_{H,t}(j) = (\frac{P_{H,t}(j)}{P_{H,t}})^{-\epsilon}(\frac{P_{H,t}}{P_{F,t}})^{-\gamma}\alpha(\frac{P^i_{F,t}}{P^i_t})^{-\eta}C^i_t$$

skąd:

$$Y_t(j) = (\frac{P_{H,t}(j)}{P_{H,t}})^{-\epsilon}[(1-\alpha)(\frac{P_{H,t}(j)}{P_t})^{-\eta}C_t +$$

$$+\alpha\int_{[0,1]}(\frac{P_{H,t}(j)}{ER_{i,t}P^i_{F,t}})^{-\gamma}(\frac{P^i_{F,t}}{P^i_t})^{-\eta}C^i_t di]$$

Równowaga rynku dóbr (cont'd)

Definiując indeks produkcji krajowej jako:

$$Y_t = [\int_{[0,1]} Y_t(j)^{\frac{\epsilon-1}{\epsilon}}]^{\frac{\epsilon}{\epsilon-1}}$$

otrzymujemy zagregowany warunek równowagi rynku dóbr:

$$Y_t = (\frac{P_{H,t}}{P_t})^{-\eta} C_t[(1-\alpha) + \alpha \int_{[0,1]} (S_t^i S_{i,t})^{\gamma-\eta} \Xi_{i,t}^{\gamma-\frac{1}{\sigma}} di]$$

gdzie $S_t^i = \frac{P_{F,t}^i}{P_{H,t}^i}$.
Warunek ten można aproksymować przez:

$$Y_t = C_t S_t^{\alpha}$$

Równowaga rynku pracy

Definiując indeks zagregowanej podaży pracy jako $N_t = \int_{[0,1]} N_t(j)dj$ mamy warunek czyszczenia się rynku pracy:

$$Y_t = G_t N_t(\int_{[0,1]} (\frac{P_{H,t}(j)}{P_{H,t}})^{-\epsilon} dj)^{-1}$$

gdzie $V_t = (\int_{[0,1]} (\frac{P_{\boldsymbol{H},\boldsymbol{t}}(j)}{P_{\boldsymbol{H},\boldsymbol{t}}})^{-\epsilon} dj)$.
Czyli w przybliżeniu:

$$Y_t = G_t N_t$$

Szok produktywności, realna stopa procentowa, luka popytowa

DIS + NKPC:

$$\tilde{y}_t = E_t(\tilde{y}_{t+1}) - \frac{1}{\sigma_\alpha}(i_t - E_t(\pi_{H,t+1}) - r_t^n)$$

$$r_t^n = \rho + \sigma_\alpha \Gamma_g E_t(\Delta g_{t+1}) + \frac{\alpha\Theta\varphi\sigma_\alpha}{\varphi + \sigma_\alpha} E_t \Delta y_t^\star$$

- Kierunek wpływu innowacji produktywności na lukę popytową zależy od własności dynamicznych szeregu produktywności.
- Istotne są więc oczekiwania co do charakteru szoku.
- Szok stacjonarny obniża naturalną realną stopę procentową.
- Szok niestacjonarny podwyższa naturalną realną stopę procentową.
- Wpływ na lukę popytową nie jest jednoznaczny.

Szok produktywności, realna stopa procentowa, luka popytowa (cont'd)

Rozwiązanie ze względu na lukę popytową:

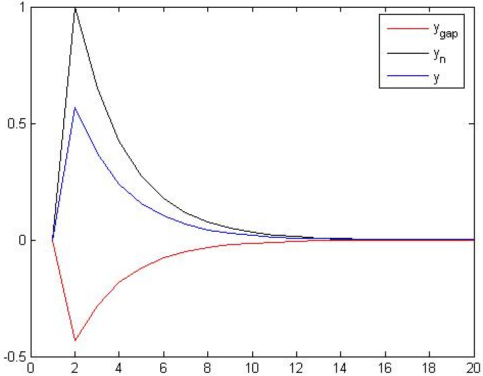
$$\tilde{y}_t = -\sigma \frac{\phi + 1}{\sigma_\alpha + \varphi} \frac{(1 - \beta\rho_g)(1 - \rho_a)}{(1 - \beta\rho_g)[\sigma_\alpha(1 - \rho_a) + \phi_y] + \kappa_\alpha(\phi_\pi - \rho_a)} g_t$$

- Stacjonarny szok produktywności obniża lukę popytową: produkt rośnie wolniej niż produkt naturalny.
- Szok procesu z pierwiastkiem jednostkowym nie wpływa na lukę popytową.
- Kierunek wpływu szoku procesu eksplodującego na lukę popytową zależy od kalibracji.

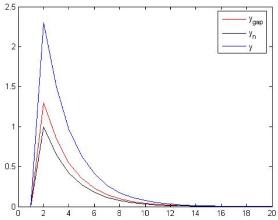
Stabilizacja wahań luki popytowej i inflacji

Równanie polityki pieniężnej:

$$i_t = \rho + \phi_\pi \pi_{H,t} + \phi_y \tilde{y}_t$$



Stabilizacja wahań luki popytowej i inflacji (cont'd)



Funkcja straty społecznej:

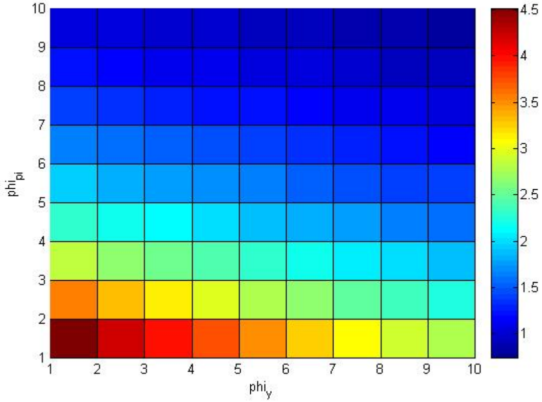
$$WL = \frac{(1-\alpha)}{2} \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left(\frac{\epsilon}{\lambda} \pi_{H,t}^2 + (1+\varphi) \tilde{y}_t^2 \right)$$

w szczególnym przypadku aproksymowana przez:

$$\hat{WL} = \frac{(1-\alpha)}{2} \left(\frac{\epsilon}{\lambda} Var(\pi_{H,t}) + (1+\varphi) Var(\tilde{y}_t) \right)$$

Stabilizacja wahań luki popytowej i inflacji (cont'd)

$$i_t^\star = \rho + \phi_\pi \pi_t^\star + \phi_y \tilde{y}_t^\star = \rho + \phi_\pi \alpha_t \pi_{H,t} + \phi_y \beta_t \tilde{y}_t$$

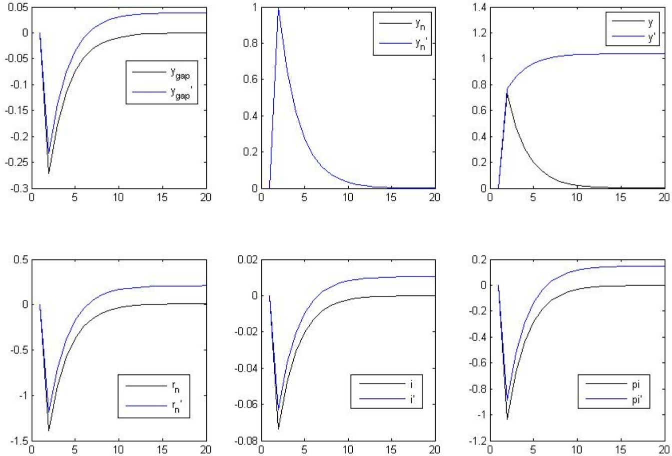


Skutki nieuwzględnienia w funkcji reakcji własności dynamicznych produktywności

$$r_t^n = \rho - \frac{\sigma}{1+\alpha(\sigma\gamma+(1-\alpha)(\sigma\eta-1)-1)} \times$$
$$\times \frac{1+\varphi}{\frac{\sigma}{1+\alpha(\sigma\gamma+(1-\alpha)(\sigma\eta-1)-1)}+\varphi}((1-\rho_g)g_t-\phi)+\ldots$$

- Trend deterministyczny produktywności podnosi naturalny poziom realnej stopy procentowej.
- Nieuwzględnienie bądź niedoszacowanie jego wartości w regule polityki pieniężnej powoduje, że luka popytowa jest przeciętnie otwarta.
- Efekt ten jest tym mniejszy im większy jest stopień otwarcia gospodarki na zagranicę.

Skutki nieuwzględnienia w funkcji reakcji własności dynamicznych produktywności (cont'd)



Scenariusz konwergencji, koszt społeczny

- Gospodarka krajowa (GK) startuje z niższego poziomu produktywności niż gospodarka światowa, jednak ma wyższą stopę wzrostu produktywności.
- Stopa wzrostu produktywności GK dana jest przez $\phi(t)$ gdzie $\frac{d\phi}{dt} < 0$.
- Konwergencja rozpisana jest na 100 kwartałów.
- Przypadek pierwszy - gra na konwergencję nominalnych stóp procentowych: $\tilde{i}_t = a_t i_t + (1 - a_t) i_t^\star$, gdzie $\frac{da}{dt} < 0$
- Przypadek drugi - utrata suwerenności prowadzenia polityki pieniężnej: $\tilde{i}_t = i_t^\star$
- Strata wielkości 0.55% oraz 0.8% konsumpcji w stanie ustalonym odpowiednio.

Disclaimer

- Wyniki pojedynczego projektu badawczego nie determinują wyników całego Raportu na temat pełnego uczestnictwa Rzeczypospolitej Polskiej w trzecim etapie Unii Gospodarczej i Walutowej. Projekty badawcze mają charakter dokumentów wspierających.
- Przedstawione w Raporcie wyniki będą stanowiły podsumowanie kilkudziesięciu projektów, realizowanych zarówno przez pracowników NBP, jak też ekspertów zewnętrznych, oraz dotychczasowej literatury.