

Stylizowany model DSGE małej gospodarki otwartej w niesymetrycznej unii walutowej - wnioski dla Polski

GRZEGORZ KOŁOCH¹

16 września 2008

¹Kolegium Analiz Ekonomicznych, Instytut Ekonometrii, Zakład Analizy i Wspomagania Decyzji, Szkoła Główna Handlowa w Warszawie. Kontakt: gkoloch@gmail.com. Autor dziękuje za cenne uwagi anonimowemu recenzentowi i pracownikom Biura ds. Integracji ze Strefą Euro NBP.

Abstrakt

W niniejszej pracy przedmiotem zainteresowania są makroekonomiczne konsekwencje połączenia dwóch procesów: konwergencji i integracji walutowej. Przedstawiony został model małej gospodarki otwartej i unii walutowej. Gospodarka krajowa jest *ex ante* gorzej rozwinięta niż unia walutowa i dogania ją w kategoriach produktu *per capita*. Zakładamy, że deklaracja dążenia do uczestnictwa w unii walutowej wywołuje grę na konwergencję stóp procentowych. Okazuje się, że w takich okolicznościach może uruchomić się mechanizm, który potencjalnie prowadzi do powstania boomu kredytowego. Na podstawie symulacji skalibrowanego modelu szacujemy kontrybucję tego zjawiska do straty społecznej w zależności od momentu przyjęcia wspólnej waluty. Pokazujemy, że negatywny efekt gry na konwergencję można istotnie zniwelować integrując się z unią walutową szybciej niż oczekują tego międzynarodowe rynki finansowe. Przedstawiony w pracy model implikuje aprecjację realnego kursu walutowego na ścieżce konwergencji, co może potencjalnie stanowić utrudnienie spełnienia kryterium inflacyjnego przy wejściu w mechanizm ERM II. W pracy oszacowano prawdopodobieństwo spełnienia tego kryterium przez Polskę w różnych horyzontach czasowych. Model nie implikuje istotnych problemów z jednoczesnym spełnieniem kryterium inflacyjnego i kursowego.

Klasyfikacja JEL: E51, E52, F4.

Spis treści

Wprowadzenie	4
1 Polska i Strefa Euro - wybrane fakty stylizowane	8
1.1 Konwergencja, stopy procentowe i wygładzanie konsumpcji . . .	8
1.2 Aprecjacja realnego kursu walutowego, kryteria konwergencji i różnice inflacyjne	17
2 Model	20
2.1 Reprezentatywne gospodarstwo domowe	21
2.2 Przedsiębiorstwa	28
2.3 Kurs walutowy, <i>terms of trade</i> i bilans handlowy	31
2.4 Międzynarodowy podział ryzyka	32
2.5 Równowaga	33
2.6 Dynamika modelu w równowadze.	37
2.7 Najważniejsze zależności	37
3 Analiza symulacyjna - wnioski	43
3.1 Konwergencja produktywności i gra na konwergencję stóp pro- centowych	43
3.2 Kryterium inflacyjne i kursu walutowego.	49
Podsumowanie	55
Bibliografia	56

Wprowadzenie

W niniejszej pracy przedmiotem zainteresowania są makroekonomiczne konsekwencje połączenia dwóch procesów: realnej konwergencji i dążenia do integracji walutowej. Obrano perspektywę małej gospodarki otwartej, która dogania unię walutową w kategoriach produktu *per capita*². Narzędziem analizy jest stylizowany³ model DSGE skonstruowany w nurcie nowej syntezy neoklasycznej⁴.

W pracy pokazano, że konwergencja poziomu rozwoju gospodarczego w połączeniu z dążeniem do integracji walutowej może uruchomić w małej gospodarce otwartej⁵ mechanizm prowadzący do boomu kredytowego⁶. Źródła ekspansji kredytu upatruje się we współlistnieniu dwóch czynników. Pierwszym jest różnica stóp wzrostu produktywności w gospodarce doganiającej i unii walutowej. Wynika ona z (realnej) konwergencji. Drugim jest ujemny szok stopy procentowej w gospodarce doganiającej. Wynika on z realizującej się w procesie integracji walutowej gry na konwergencję stóp procentowych,

²Alternatywnie w kategoriach produktywności pracy. Produkt krajowy brutto na głowę mieszkańca traktowany będzie jako przybliżenie produktywności pracy, która w tym opracowaniu jest jedynym czynnikiem wytwórczym. PKB *per capita* traktowany jest też jako wskaźnik rozwoju gospodarczego.

³Ponieważ wykorzystany model jest modelem stylizowanym, podkreślamy, że, pomimo iż został on skalibrowany na podstawie danych opisujących polską gospodarkę i w literaturze można znaleźć pozycje prezentujące wnioski ilościowe na podstawie takich modeli, np. Vasicek i Musil (2006), prezentowane w pracy wnioski należy interpretować raczej jakościowo niż ilościowo.

⁴W kontekście gospodarki otwartej nurt ten nazywany jest NOEM (ang. *New Open Economic Macro*).

⁵Fakt, że rozważana jest mała gospodarka otwarta oznacza, że po pełnej integracji walutowej będzie ona członkiem niesymetrycznej unii walutowej.

⁶Przegląd literatury dotyczącej boomów kredytowych znaleźć można m.in. w pracach Terrones i Mendoza (2004), Gourinchas, Valdes i Landerrechte (2001) czy Becke i Zumer (2005). Różne, także odmienne od prezentowanej w niniejszej pracy, racjonalizacje ekspansji kredytowej znaleźć można m.in. w pracach Cotarelli, Dall’Ariccia i Vladkova-Hollar (2003), Hilbers et al. (2005), Kiss, Nagy i Vonnák (2006), Boissay, Calvo-Gonzalez i Kozluk (2006) czy Hilbers, Otter-Robe i Pazarbasioglu (2006).

której przyczyną są oczekiwania kapitału międzynarodowego co do zbieżności stóp procentowych gospodarki doganiającej do poziomu unii. W konsekwencji ujemnego szoku do stopy procentowej w gospodarce doganiającej, gospodarstwa domowe wygładzają konsumpcję w czasie tworząc podstawy boomu, który identyfikujemy jako wzrost kuli popytowej. Ponieważ zmienność luki popytowej i inflacji⁷ generuje stratę społeczną (ang. *welfare loss*)⁸, zainteresowani jesteśmy jej aproksymacją w celu oceny, czy jej wielkość jest istotna w stosunku do korzyści płynących z integracji walutowej. Rozważane są przy tym trzy ćwiczenia.

W pierwszym ćwiczeniu gospodarka krajowa dogania unię walutową w poziomie rozwoju gospodarczego, jednak nie deklaruje chęci integracji. W trakcie realnej konwergencji stopa procentowa gospodarki krajowej stopniowo konwerguje do poziomu unii, co wynika z faktu, że po dokonaniu się realnej konwergencji, stopa wzrostu produktywności gospodarki krajowej i unii są równe, więc obie gospodarki stają się symetryczne pod względem stabilizujących je stóp procentowych. Na drodze doganiania pod względem rozwoju gospodarczego, gospodarka krajowa bez zakłóceń sprawuje politykę pieniężną⁹.

W drugim ćwiczeniu gospodarka krajowa, tak jak poprzednio, dogania unię w kategoriach PKB *per capita*, jednak, w przeciwieństwie do pierwszego scenariusza, dąży do uczestnictwa w unii walutowej, tzn. po dokonaniu się realnej konwergencji przyjmuje wspólną walutę. Deklaracja chęci uczestnictwa w unii powoduje w gospodarce krajowej ujemny szok stopy procentowej, co zakłóca politykę stabilizacyjną władz monetarnych.

Ćwiczenie trzecie jest analogiczne do drugiego z tą różnicą, że gospodarka krajowa integruje się z unią walutową w różnych punktach czasu, jeszcze przed dokonaniem się realnej konwergencji. Do momentu integracji ma miejsce ujemny szok stopy procentowej, a od chwili pełnego uczestnictwa w unii politykę pieniężną przejmuje unijny bank centralny.

Wyniki analizy symulacyjnej modelu wskazują, że na ścieżce konwergencji produktywności do poziomu unii walutowej realny kurs walutowy ulegał

⁷Jak pokażemy, wzrost luki popytowej tworzy presję na wzrost inflacji.

⁸Przez stratę społeczną rozumiemy ubytek użyteczności gospodarstw domowych w skutek odchylenia (zarówno w górę, jak i w dół) luki popytowej i inflacji od ich poziomów spójnych z równowagą, por. Gali (2008).

⁹Tj. nie ma ujemnego szoku stopy procentowej.

będzie aprecjacji¹⁰. Ponieważ aprecjacja realnego kursu walutowego może stanowić przeszkodę w jednoczesnym spełnieniu dwóch kryteriów z Maastricht - kryterium inflacyjnego i kryterium kursowego (ERM II), podejmujemy próbę kwantyfikacji prawdopodobieństwa spełnienia kryterium inflacyjnego w mechanizmie ERM II¹¹.

Przedstawione w pracy wyniki zostały otrzymane na podstawie analizy symulacyjnej stylizowanego dynamicznego, stochastycznego modelu równowagi ogólnej małej gospodarki otwartej dążącej do uczestnictwa w unii walutowej¹². Gospodarka krajowa jest *ex ante* gorzej rozwinięta niż unia walutowa. Niesymetryczność *ex ante* rozwoju gospodarczego została uwzględniona w postaci niższego poziomu produktywności pracy¹³ w gospodarce krajowej oraz stopniowego jego wzrostu w czasie. Postęp ma charakter egzogeniczny i wyraża się przez założenie, że produktywność pracy jest funkcją czasu.

Wprowadzenie do modelu *niewygasającego*¹⁴ trendu produktywności¹⁵ wymagałoby reparametryzacji (odtrendowania) zmiennych modelu tak, aby można go było po log-linearyzacji zapisać w postaci układu równań liniowych z racjonalnymi oczekiwaniami i rozwiązać¹⁶. Przykład takiej reparametryzacji znaleźć można np. w pracy Chang, Doh i Schorfheide (2006). Model wyrażony w przestrzeni zmiennych stacjonarnych ma już dobrze zdefiniowany stan ustalony i może być rozwiązany przy niekontrowersyjnych warunkach natury algebraicznej, por. Blanchard i Kahn (1980).

W niniejszej pracy założono, że realna konwergencja gospodarki krajowej do unii walutowej opisana jest za pomocą trendu produktywności pracy, przy

¹⁰Wynik ten jest zgodny ze wskazaniami innych analiz, np. Bruha i Podpiera (2007)

¹¹Mechanizm ERM II przybliżany jest reżimem kursu stałego.

¹²Mała gospodarka otwarta nazywana jest dalej także gospodarką krajową lub rodziną, natomiast unia walutowa gospodarką zagraniczną. Gospodarka krajowa reprezentuje Polskę, natomiast unia walutowa odpowiada Strefie Euro.

¹³W niniejszej pracy przedstawiono model, którego jedynym czynnikiem wytwórczym jest praca.

¹⁴Tj. jeśli $G(t)$ oznacza produktywność pracy w okresie t , to wymagamy aby $\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\partial G(t)}{\partial t} > 0$.

¹⁵W niniejszej pracy rozważamy trend deterministyczny.

¹⁶Reparametryzacja modelu nie zawsze jest możliwa, np. funkcja użyteczności reprezentatywnego gospodarstwa domowego musi być homotetyczna. Rozwiązanie modelu po reparametryzacji stwarza też problem znalezienia odpowiedniej reparametryzacji dla mnożników Lagrange'a problemów optymalizacyjnych w modelu. Jeśli nie zależy nam na rozwiązaniu analitycznym, istnieją *slovery* umożliwiające numeryczne rozwiązywanie modeli DSGE ze wzrostem gospodarczym, np. Forma, Dynare czy JBenge.

czym zrównanie poziomów produktywności zostanie osiągnięte po $N > 0$ okresach¹⁷. Przy założeniu upraszczającym, że stopa wzrostu produktywności pracy w unii walutowej jest równa zero, trend produktywności w gospodarce krajowej ma charakter *wygasający*¹⁸. Jeśli $G_H(t)$ oznacza produktywność pracy w okresie t w gospodarce krajowej, natomiast $G_F(t)$ w unii walutowej, to zakładamy, że $G_H(0) < G_F(0)$, tj. gospodarka krajowa jest *ex ante* gorzej rozwinięta. Realna konwergencja oznacza, że $\forall t < N$ $G_H(t) < G_F(t)$ oraz $\forall t \geq N$ $G_H(t) = G_F(t)$. Z założenia upraszczającego wynika, że $\forall t$ $\frac{\partial G_F(t)}{\partial t} = 0$. Jeśli przyjmiemy, że realna konwergencja nie jest procesem skokowym, tzn. jest rozłożona na wszystkie okresy $1, 2, \dots, N-1$, to w czasie jej trwania stopa wzrostu produktywności pracy w gospodarce krajowej jest dodatnia, a więc wyższa niż w unii walutowej: $\forall t < N$ $\frac{\partial G_H(t)}{\partial t} > \frac{\partial G_F(t)}{\partial t} = 0$. Po zakończeniu procesu doganiania produktywność nie podlega już trendowi - $\forall t \geq N$ $\frac{\partial G_H(t)}{\partial t} = \frac{\partial G_F(t)}{\partial t} = 0$, jest więc stacjonarna¹⁹. Jak argumentują Bruha i Podpiera (2007), stan ustalony takiego modelu jest dobrze określony i można zastosować standardowe metody analityczne.

Układ dalszej części pracy jest następujący. W rozdziale 1 przedstawiamy wybrane fakty stylizowane dotyczące konwergencji gospodarki Polskiej do Strefy Euro w kontekście integracji walutowej i boomów kredytowych. W rozdziale 2 przedstawiamy stylizowany model DSGE małej gospodarki otwartej i unii walutowej. Rozdział 3 poświęcony jest prezentacji wyników symulacyjnych. Pracę kończy podsumowanie.

¹⁷Z których każdy odpowiada jednemu kwartałowi.

¹⁸Tzn. jeśli $G_H(t)$ oznacza produktywność pracy w gospodarce krajowej okresie t , to zachodzi $\forall t \geq N$ $\frac{\partial G_H(t)}{\partial t} = 0$.

¹⁹W niniejszym modelu nie ma innych źródeł niestacjonarności. Zauważmy, że istotne w tym kontekście jest założenie, że gospodarka doganiająca nie przegania unii walutowej.

Rozdział 1

Polska i Strefa Euro - wybrane fakty stylizowane

W niniejszym rozdziale przedstawione zostaną wybrane fakty stylizowane dotyczące realnej konwergencji Polski do Strefy Euro w kontekście docelowej pełnej integracji walutowej. Uwaga poświęcona zostanie zjawisku wygładzania konsumpcji w czasie oraz konsekwencjom dla polityki stabilizacyjnej deklaracji chęci uczestnictwa gospodarki doganiającej w unii walutowej.

1.1 Konwergencja, stopy procentowe i wygładzanie konsumpcji

W 2007 r. produkt *per capita* w Polsce¹ wyniósł 15788 USD PPP, co stanowi ok. 50% poziomu odnotowanego w Strefie Euro². Oznacza to, że scenariusz realnej konwergencji³, o którym mowa w Wprowadzeniu, zakłada podwojenie produktu *per capita* w gospodarce krajowej⁴.

Ramka 1 Rysunku 1 przedstawia roczne stopy wzrostu produktywności pracy w Polsce i w Strefie Euro w latach 1996-2006. Różnica obydwu wskaźników waha się od 1.35 pp do 6.34 pp. Linia przerywaną zaznaczono wartości średnie, które różnią się o 3.14 pp. Z rysunku tego wynika, że przyjęcie stałej i równej zero stopy wzrostu produktywności w unii wal-

¹Produkt *per capita* stanowi w tym kontekście przybliżenie produktywności pracy.

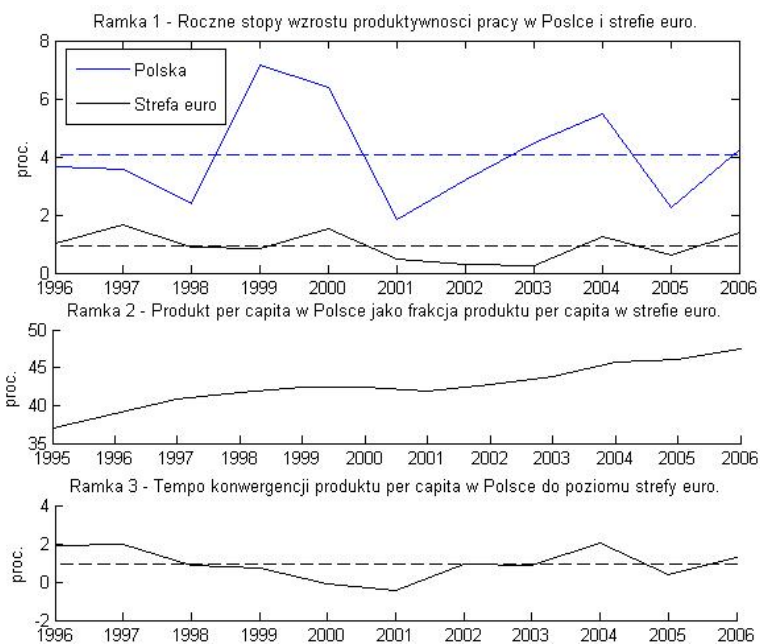
²Przy założeniu produktu *per capita* strefy euro na poziomie z 2006 r., tj. 30948 USD PPP, źródło: OECD.

³Tzn. trajektoria funkcji $G_H(t)$ dla $t = 1, 2, \dots, N$.

⁴Jak zaznaczono we Wprowadzeniu, nie bierze się pod uwagę wzrostu produktywności w strefie euro.

towej jest przybliżeniem, jednak w pracy skupiamy się na zbadaniu konsekwencji różnicy temp wzrostu produktywności abstrahując od ich faktycznych poziomów, co częściowo usprawiedliwia to założenie. Ramka 2 Rysunku 1 przedstawia ewolucję stosunku produktu *per capita* w Polsce i Strefie Euro⁵, ramka 3 natomiast, roczny przyrost tego stosunku, który można interpretować jako tempo realnej konwergencji. W latach 1995-2006 Polska gospodarka doganiała Strefę Euro w średnim tempie 0.95 pp rocznie (linia przerywana). Ekstrapolacja tej tendencji oznacza dogonienie średniego poziomu Strefy Euro w ciągu ok. 50 lat, co stanowi oszacowanie wyższe, niż spotyka się zazwyczaj w literaturze⁶.

Rysunek 1. Konwergencja Polski do strefy euro w latach 1995 - 2006.



Na potrzeby analizy symulacyjnej trajektoria konwergencji produktywności pracy wyznaczona została na podstawie oszacowanego modelu trendu

⁵Oba produkty wyrażone są w PPP.

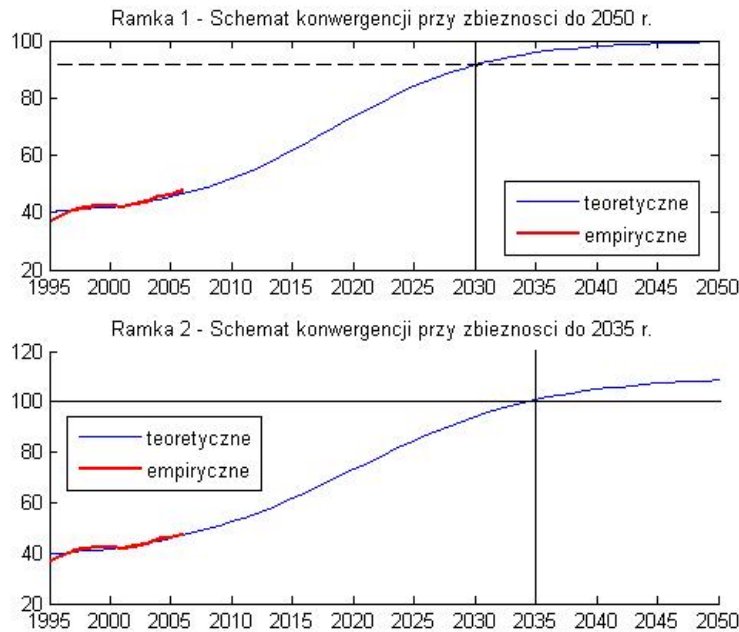
⁶Dla przykładu Bruha i Podpiera (2007) zakładają, że Polska osiągnie średni poziom produktu *per capita* Strefy Euro do 2030 r. Wyniki empiryczne dotyczące procesu konwergencji gospodarek znajdujących się w podobnej sytuacji jak Polska obecnie przedstawione są m.in. w pracach Fischer et al. (1996), De Melo et. al. (1996), Sachs (1996), Henry (2003).

logistycznego postaci:

$$y_\tau = \chi + \frac{(\theta - \chi)}{1 + e^{-a-b\tau}} + \xi_\tau \quad (1.1.1)$$

gdzie zmienna y_τ oznacza stosunek produktu *per capita* w Polsce w okresie t i Strefie Euro, $\tau = 1995, 1996, \dots, 2006$. Obie zmienne mierzone są w PPP, a ich stosunek wyraża się w procentach. Regresja 1.1.1 jest sparametryzowana ze względu na parametr θ , którego wartość definiuje poziom nasycenia zmiennej y_τ ⁷. Parametr θ służy kontroli prędkości zbieżności. Dla $\theta = 100$ gospodarka krajowa dogania unię walutową, ale jej nie przegania, dla $\theta > 100$ natomiast, gospodarka krajowa przegania unię walutową w analogicznym horyzoncie czasowym, więc szybciej do niej zbiega. Wyniki estymacji⁸ i ekstrapolacja trendu przedstawione zostały na Rysunku 2.

Rysunek 2. Oszacowany schemat konwergencji Polski do strefy euro.



Ramka 1 przedstawia empiryczną (kolor czerwony) i teoretyczną (kolor

⁷Zauważmy, że $\lim_{\tau \rightarrow \infty} y_\tau = \theta$.

⁸Regresja 1.1.1 oszacowana została nieliniową metodą najmniejszych kwadratów za pomocą algorytmu Raphsona-Newtona. Zbieżność procedury numerycznej została zweryfikowana symulacyjnie. Dla $\theta = 100$ otrzymano oszacowania (w nawiasach podano oszacowane średnie błędy oszacowań) $\hat{\chi} = 38.57$ (0.84), $\hat{a} = -3.78$ (0.18), $\hat{b} = 0.15$ (0.006). Dla $\theta = 110$ otrzymano natomiast $\hat{\chi} = 36.94$ (0.73), $\hat{a} = -3.41$ (0.12), $\hat{b} = 0.13$ (0.004).

niebieski) trajektorię zmiennej y_τ dla wartości parametru $\theta = 100$, natomiast Ramka 2 dla $\theta = 110$. W pierwszym przypadku proces realnej konwergencji kończy się w 2050 r., tj. $y(2050) \approx 100$, czyli po $N = 43 \times 4$ kwartałach. Powolne tempo zbieżności w końcowej fazie wynika z asymptotycznej zbieżności funkcji logistycznej. Zauważmy, że już np. dla $\tau = 2030$ mamy $y(2030) = 91$. Przy rozważaniu scenariusza szybszej realnej konwergencji, tj. tego z ramki 2, zakładającego zbieżność do 2035 r., przyjmiemy, że dla $\tau = 2007, 2008, \dots, 2035$ zachodzi $y_\tau = \hat{y}_\tau$, natomiast dla $\tau > 2035$ jest $y_\tau = 100$, czyli PKB *per capita* w gospodarce krajowej osiągnie poziom unijny po $N = 28 \times 4$ kwartałach. Oba scenariusze wykorzystane zostaną do symulacji modelu.

Założenie, że wzrost produktywności związany jest jedynie z egzogenicznym wzrostem gospodarczym stanowi uproszczenie i ograniczenie modelu. Polska gospodarka jest gospodarką dynamicznie efektywną. Nie jest jednak w tym względzie odosobniona wśród gospodarek realnie konwergujących, a także wśród gospodarek wysoko rozwiniętych (poza Japonią). Dlatego też w oparciu o doświadczenia gospodarek, które realnie konwergowały na przestrzeni ostatnich 30 lat, można oczekiwać, że głównym motorem doganiania krajów rozwiniętych będzie czynnik produktywności (TFP). Wskazują na to prace m.in. Caselli i Tenreyro (2005), którzy analizują źródła konwergencji dla Europy od 1960 .

Wracając do Rysunku 1, można z niego odczytać, że roczne tempo wzrostu produktywności pracy w okresie 1996 - 2006 było w Polsce przeciętnie o 3.14 pp wyższe niż w strefie euro. Wójcik i Becke (2007) wskazują, że różnica stóp wzrostu produktywności pracy między gospodarką doganiającą, która dąży do uczestnictwa w unii walutowej, oraz unią walutową, może uruchamiać mechanizm wywołujący boom kredytowy w gospodarce konwergującej.

Argumentacja opiera się na modelu pochodzącym z pracy Goodfriend (2003) i jest następująca. Załóżmy, że w scenariuszu bazowym gospodarka krajowa nie dogania, tj. produktywność nie ma trendu, i znajduje się w równowadze, która jest spójna z zamkniętą luką popytową i zerową inflacją⁹. Reprezentatywne gospodarstwo domowe nie uczestniczy w rynku kredytowym.

⁹W standardowych modelach DSGE nie ma źródeł niestacjonarności, jeśli więc nie ma trendu produktywności, zagranica jest w równowadze, efekty szoków przejściowych i sztywności wygasły, to gospodarka znajduje się w równowadze, która jest spójna z zerową inflacją i zamkniętą luką popytową, por. Gali i Monacelli (2007).

Następnie założmy, że, alternatywnie wobec scenariusza bazowego, gospodarka krajowa zaczyna doganiać unię walutową¹⁰, co oznacza, że produktywność gospodarki doganiającej ma dodatni trend¹¹. Ponieważ Goodfriend (2003) opiera rozumowanie na modelu dwuokresowym, gospodarstwa domowe obserwując trend produktywności oczekują, że stopa wzrostu produktywności pozostanie wyższa niż w unii walutowej w istotnym dla nich horyzoncie czasowym¹². Oczekują więc one, że przyszły produkt i konsumpcja będą wyższe niż w scenariuszu bazowym. W celu zachowania optymalności międzyokresowej alokacji konsumpcji, gospodarstwa domowe starają się wygładzać ją w czasie. Rodzi to presję na wzrost konsumpcji i produktu, który w krótkim okresie determinowany jest przez konsumpcję. Aby sfinansować podwyższone żądania konsumpcyjne, gospodarstwa domowe angażują się w rynek kredytowy, co prowadzi do ekspansji kredytu sektora prywatnego. Rozmiar ekspansji, i w szczególności ewentualne powstanie boomu, zależy od reakcji władz monetarnych¹³. Jeśli nie ma przeszkód w implementacji polityki stabilizacyjnej, bank centralny podnosi stopę procentową¹⁴ zwiększając tym samym nachylenie międzyokresowej ścieżki konsumpcji i niwelując podwyższone żądania konsumpcyjne gospodarstw domowych. Plan konsumpcyjny ze scenariusza bazowego znowu staje się optymalny i boom nie występuje. Jakiegokolwiek ograniczenie kontrakcji banku centralnego uniemożliwia

¹⁰W kategoriach produktywności pracy, która w niniejszej pracy jest przybliżana produktem *per capita*.

¹¹W naszym przypadku jest to, jak wskazano we Wprowadzeniu, trend wygasający.

¹²Trend deterministyczny jest szczególnym przypadkiem procesu generującego takie oczekiwania w ujęciu wielookresowym, w szczególności w nieskończonym horyzoncie czasowym.

¹³Goodfriend (2003) argumentuje, że podwyższone żądania konsumpcyjne nie mogą być zrealizowane, gdyż są one konsekwencją *oczekiwanego* wzrostu produktywności, który jeszcze *de facto* nie nadszedł. Konsekwencją jest natomiast wzrost stopy procentowej w gospodarce. W niniejszej pracy przyjmujemy, że wzrost konsumpcji jest możliwy, ponieważ produkt może wzrosnąć powyżej poziomu potencjalnego, tj. możliwe są wahania luki popytowej. Wywoła to reakcję banku centralnego w postaci wzrostu stopy procentowej. Głównym przedmiotem zainteresowania w niniejszej pracy są konsekwencje zakłóceń tej reakcji stabilizującej gospodarke.

¹⁴Zarówno Goodfriend (2003), jak i Wójcik i Becke (2007) zakładają, że bank centralny steruje realną stopą procentową. Dokładniej, zakładają oni, że bank centralny jest na tyle wiarygodny, że agenci w obecnym i przyszłym okresie oczekują zerowej inflacji. O ile w scenariuszu, w którym bank centralny może stabilizować wydaje się to być uzasadnione założenie, o tyle w scenariuszu, w którym występuje egzogeniczny spadek stopy procentowej w gospodarce doganiającej należy je zrewidować, gdyż w oczywisty sposób bank centralny traci wiarygodność utrzymywania inflacji na niskim poziomie. W obydwu powyższych pracach problem ten nie jest jednak istotny, gdyż po drugim okresie następuje koniec świata.

jednak sprowadzenie żądań konsumpcyjnych do poziomu wyjściowego i może stanowić potencjalną przyczynę powstania boomu kredytowego.

Jako przykład takiego ograniczenia Wójcik i Becke (2007) podają tzw. grę na konwergencję stóp procentowych. Polega ona na tym, że kapitał międzynarodowy oczekując zrównania się poziomu długookresowej stopy procentowej gospodarki doganiającej ze stopą obszaru walutowego¹⁵ oraz oczekując realnej aprecjacji waluty tej gospodarki¹⁶, kupuje aktywa denominowane w walucie gospodarki doganiającej. Wzmożony popyt dodatkowo obniża krajowe stopy procentowe. Przyczyną konwergencji stóp procentowych może być także konieczność spełnienia kryteriów konwergencji przez kraj kandydujący do obszaru walutowego¹⁷.

W modelu z Goodfriend (2003), jak i w innych modelach w nurcie nowej syntezy neoklasycznej, stabilizujący gospodarke poziom stopy procentowej¹⁸

¹⁵Empiryczne potwierdzenie konwergencji długookresowych stóp procentowych w Polsce i innych gospodarkach regionu znaleźć można w pracy Orlowski (2005).

¹⁶Realna aprecjacja walut nowych krajów członkowskich Unii Europejskiej, w tym Polski, jest faktem, który dopiero zaczyna być w sposób spójny wyjaśniany w ramach modeli klasy DSGE. Jako przykład można podać pracę Ghironi i Melitz (2005), którzy rozważają model gospodarki otwartej dopuszczając, możliwie także trwałe, endogeniczny efekt Harroda-Balassy-Samuelsona. Bruha i Podpiera (2007) prezentują model ze schematem konwergencji, w którym, podobnie jak w niniejszej pracy, na ścieżce konwergencji ma miejsce realna aprecjacja. W pracy tej występuje ona jednak tylko jeśli wzrost gospodarczy ma charakter intensywny, czyli w rozumieniu autorów poprzez inwestycje w jakość (ang. *quality investment*) w odróżnieniu od wzrostu ekstensywnego (Słowacja jako przykład), w którym to przypadku realny kurs walutowy jest bardziej stabilny.

¹⁷Jak zaznacza De Grauwe (2000), koszt dewaluacji w przypadku kraju kandydującego do Strefy Euro, a w szczególności przebywającego już w systemie ERM II, jest na tyle duży, że wiarygodność władz krajowych dla spełnienia kryteriów konwergencji jest stosunkowo wysoka. Zmniejsza to także premię za ryzyko dla tego kraju.

¹⁸Teraz mowa już o stopie krótkookresowej, tj. o instrumencie stabilizacji władz monetarnych. W modelu prezentowanym w niniejszej pracy pojęcie nominalnej długookresowej stopy procentowej jako osobno oetykietowanego bytu nie jest wprowadzone, a występująca w nim stopa nominalna jest stopą jednookresową (tj. kwartalną). Prawdą jest, że gra na konwergencję dotyczy przede wszystkim długookresowych stóp procentowych. Jest to więc pewne uproszczenie, jednak w jego ramach z powodzeniem budowany jest mechanizm o jakościowo takich samych implikacjach jak w przypadku ujęcia stopy długookresowej *explicitie*. Uproszczenie to można zracjonalizować w następujący sposób. Teoria Fishera wraz z hipotezą racjonalnych oczekiwań implikują, że stopę długookresową determinują oczekiwania co do stóp krótkookresowych oraz premia za ryzyko. Obstarhując od premii za ryzyko, konwergencja stóp długoterminowych jest więc podyktowana zbieżnością oczekiwań co do przyszłych stóp krótkookresowych. Dlatego za przybliżenie gry na konwergencję została przyjęta konwergencja nominalnych stóp krótkookresowych. Dodatkowo, analizę przeprowadzić można w oderwaniu od gry na konwergencję skupiając się na przejęciu kompetencji krajowych władz monetarnych przez Europejski Bank Centralny, co w świetle modelu NNS także prowadzi do egzogenicznego spadku stopy procentowej w gospodarce krajowej.

jest rosnącą funkcją oczekiwanej stopy wzrostu produktywności pracy. Wynika z tego, że poziom stóp procentowych, który stabilizuje gospodarkę doganiającą, jest wyższy niż poziom stóp stabilizujący unię walutową. Jeśli ma miejsce gra na konwergencję, gospodarka doganiająca doznaje ujemnego szoku stopy procentowej, co może stanowić zakłócenie procesu akomodacji przez władze monetarne oczekiwanego wzrostu produktywności. Spadek stopy procentowej poniżej poziomu niwelującego chęć wygładzania konsumpcji przez gospodarstwa domowe stanowi więc może podstawę boomu kredytowego¹⁹. Ostatecznie, uczestnictwo w unii walutowej oznacza oddanie kompetencji stabilizacyjnych władz monetarnych w ręce banku centralnego stabilizującego obszar o niższym tempie wzrostu produktywności, a więc ustalającego niższą od równowagowej stopę procentową²⁰.

Należy podkreślić, że realizacja zwiększonych żądań konsumpcyjnych gospodarstw domowych w okresie oczekiwanego, jak i realizującego się wzrostu produktywności częściowo odbywa się przez import. Kanał ten jest jednak ograniczony przez otwartość gospodarki²¹. Gospodarstwa domowe finansują także częściowo konsumpcję z kredytu zagranicznego²². Kanał ten jest jednak również ograniczony ich skłonnością do podejmowania ryzyka²³. Strata społeczna jest konsekwencją wahań luki popytowej i inflacji, do których przyczynia się ujemny szok stopy procentowej w scenariuszu gry na konwergencję. Efekt ten niwelowany jest finansowaniem konsumpcji kredytem zagranicznym, jednak tylko częściowo. Wynikająca z ujemnego szoku presja na otwieranie się luki popytowej interpretowana jest jako wygładzanie konsumpcji przez gospodarstwa domowe.

Rysunek 3 przedstawia trzymiesięczną (ramka 1) oraz długookresową (ramka 2), odpowiadającą kryteriom z Maastricht stopę procentową w Polsce i Strefie Euro w latach 1995 - 2008²⁴. Zbieżność obu kategorii w czasie jest

¹⁹Należy podkreślić, że zaprezentowany powyżej mechanizm nie ma charakteru równowagowego.

²⁰W pracy przyjmujemy, że gdy gospodarka krajowa w pełni uczestniczy w unii walutowej, to stopa procentowa ustalana przez bank centralny unii wyraża się wzorem $\varsigma i_t^H + (1 - \varsigma) i_t^F$, gdzie i_t^H oznacza stopę stabilizującą gospodarkę krajową w okresie t , i_t^F oznacza stopę stabilizującą unię bez gospodarki krajowej, a waga ς równa jest udziałowi PKB gospodarki krajowej w PKB unii.

²¹Otwartość gospodarki formalnie zostanie wprowadzona w rozdziale Model.

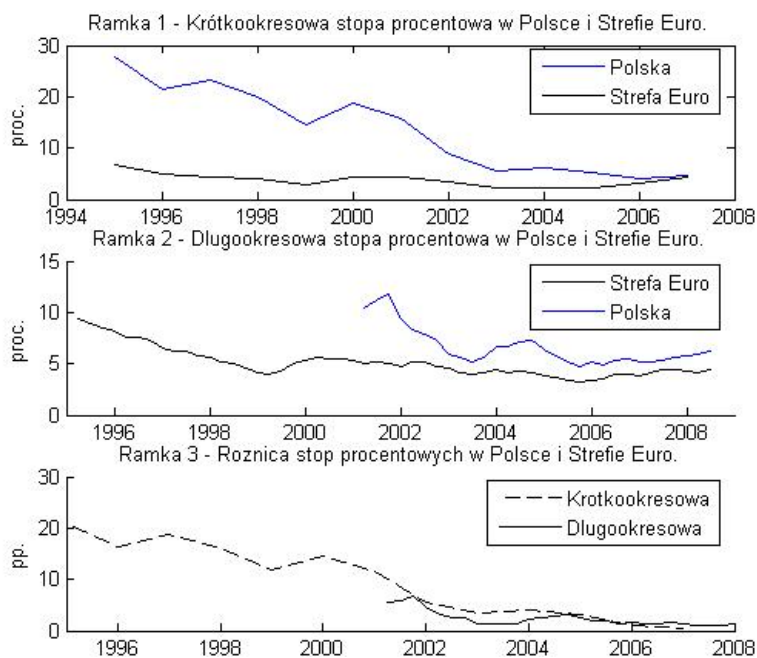
²²W modelu wyprowadzony zostanie warunek międzynarodowego podziału ryzyka.

²³Funkcja użyteczności gospodarstw domowych będzie typu CRRA.

²⁴Źródło: OECD, EUROSTAT.

ewidentna. Orłowski (2005) w ramach analizy ekonometrycznej postuluje, że w przypadku stóp długookresowych w Polsce można stwierdzić, że konwergencja już się dokonała.

Rysunek 3. Stopy procentowe w Polsce i Strefie Euro w latach 1995 - 2008.



Na poziomie globalnym, za najważniejsze przyczyny konwergencji stóp procentowych podaje się²⁵ integrację rynków finansowych, ograniczenie kontroli przepływów kapitałowych, rozpowszechnianie się innowacji finansowych i rozwój technologii informacyjnych, które to czynniki obniżają koszty transakcyjne, por. Grimes (1994), Eckhold (1998), Orłowski (2005). Jak wskazuje raport ECB (2003), wprowadzenie wspólnej waluty i wynikające z niej ułatwienia integracji rynków finansowych prowadzą do przyspieszenia procesu konwergencji, czego przykładem są kraje, które wprowadziły euro w 1999 r. Raport wskazuje również, że kompresje stóp procentowych w krajach kandydują-

²⁵Z teoretycznego punktu widzenia należy wskazać na dwa najważniejsze warunki parytetowe makroekonomii gospodarki otwartej: niezabezpieczony parytet stopy procentowej oraz warunek parytetu siły nabywczej. Połączone razem, implikują, że oczekiwane realne zwroty z inwestycji są równe w przekroju międzykrajowym, który to warunek nosi nazwę realnego parytetu stopy procentowej, por. Mark (1985). Przegląd wyników teoretycznych i empirycznych dotyczących realnego parytetu stopy procentowej znaleźć można w pracy Arghyrou, Gregoriou i Kontonikasa (2007).

cych powodowały też same oczekiwania przyjęcia wspólnej waluty²⁶ i konsekwentna eliminacja ryzyka kursowego²⁷. Z badania Arghyrou, Gregoriou i Kontonikas (2007) przeprowadzonych dla krajów UE25 wynika, że konwergencja nasila w okresie bezpośrednio poprzedzającym przyjęcie wspólnej waluty. Wniosek ten znajduje potwierdzenie w pracach Frankel et al. (2005), w której postuluje się, że w reżimie kursu płynnego konwergencja stóp procentowych postępuje wolniej niż w reżimie ograniczającym zmienność kursu²⁸.

Za występowaniem procesu wygładzania konsumpcji w Polsce przemawiają dane statystyczne. W latach 1995 - 2006²⁹ stosunek konsumpcji do absorpcji utrzymywał się w przedziale 75% – 85% z tendencją do przebywania w górnej połowie tego przedziału po roku 2000. Stosunek bilansu handlowego do PKB, prócz roku 1995, utrzymywał się poniżej zera, jednak malał wyraźnie od 1998 r. Statystyki te przemawiają za finansowaniem konsumpcji kredytem, przynajmniej w początkowym okresie. Wskazują one też, że strona podażowa gospodarki miała, przynajmniej początkowo, problemy z obsługą żądań konsumpcyjnych, jednak z czasem widoczna jest poprawa w tym zakresie. Porównanie Polski ze Strefą Euro pod kątem rocznych realnych stóp wzrostu konsumpcji sektora prywatnego w okresie 1996Q1 - 2008Q1 przedstawia Rysunek 4. Praktycznie w całym oknie czasowym stopa wzrostu konsumpcji jest w Polsce wyższa niż w unii walutowej.

Także kredyt sektora prywatnego Polsce wzrasta szybciej niż w Strefie Euro. W latach 1999 - 2005 przeciętna roczna realna stopa wzrostu wyniosła 7.14% i była o prawie 2 pp. wyższa niż w obszarze euro. Udział kredytu sektora prywatnego w PKB wzrósł w tym samym okresie o ok. 40% w porównaniu ze wzrostem o ok. 30% w Strefie Euro³⁰ i wyniósł w Polsce i Strefie Euro w 2005 r. odpowiednio 24% i 116%. Wysoka dysproporcja daje podstawy do dalszego jego wzrostu w Polsce. W ciągu ostatnich kilku lat

²⁶Uwagę tę empirycznie potwierdzają Arghyrou, Gregoriou i Kontonikasa (2007).

²⁷Bernoth et al. (2004) podkreśla jednak, że sama integracja walutowa nie musi prowadzić do ujednoczenia stóp procentowych. Jeśli nie podejmuje się starań harmonizacji polityk narodowych, w tym głównie polityki fiskalnej, konwergencja specyficznych dla poszczególnych gospodarek premii za ryzyko może nie zachodzić. Empirycznie wyników tych nie potwierdzają np. Cote i Graham (2004), którzy wskazują, że premie za ryzyko krajów przyjmujących euro w 1999 r. zostały wyeliminowane jeszcze przed przyjęciem wspólnej waluty.

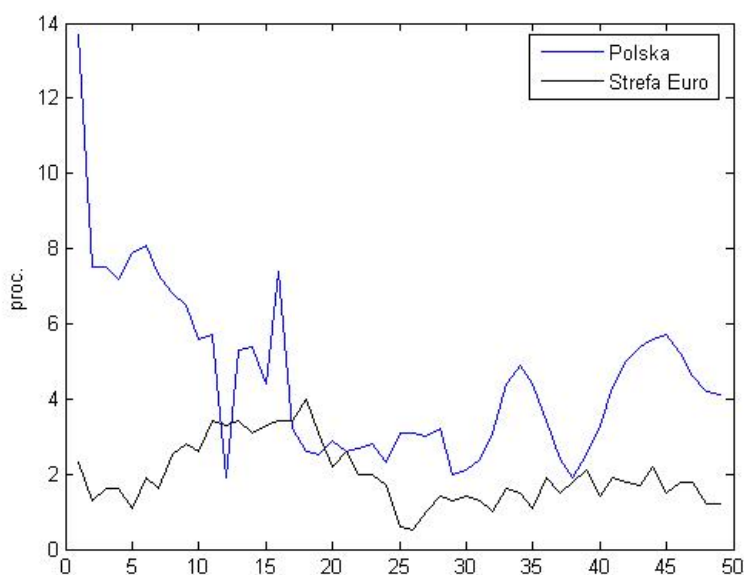
²⁸Chociaż przede wszystkim w reżimie kursu stałego.

²⁹Bayoumi et al. (2004) wskazuje, że dane statystyczne dotyczące gospodarek post-socjalistycznych z okresu przed 1995 r. mogą nie być wiarygodnie.

³⁰Dane pochodzą z pracy Wójcik i Becke (2007).

ekspansja kredytowa odczuwalna była szczególnie na rynku hipotecznym, co sugeruje, że gospodarstwa domowe bardziej intensywnie angażowały się w wyładzanie konsumpcji, tzn. intensywnie zapożyczały się *a conto* oczekiwanych przyszłych przychodów³¹.

Rysunek 4. Roczne stopy wzrostu konsumpcji sektora prywatnego 1996Q1 - 2008Q1.



1.2 Aprecjacja realnego kursu walutowego, kryteria konwergencji i różnice inflacyjne

Prezentowany w pracy model wskazuje, że implikacją realnej konwergencji na drodze do przyjęcia wspólnej waluty jest faktycznie obserwowana³² aprecjacja realnego kursu walutowego. Ponieważ aprecjacja realna stanowi sumę³³ aprecjacji nominalnej oraz różnicy w poziomach inflacji unijnej i krajowej, gospodarka, w której prognozowana jest aprecjacja realna, może mieć prob-

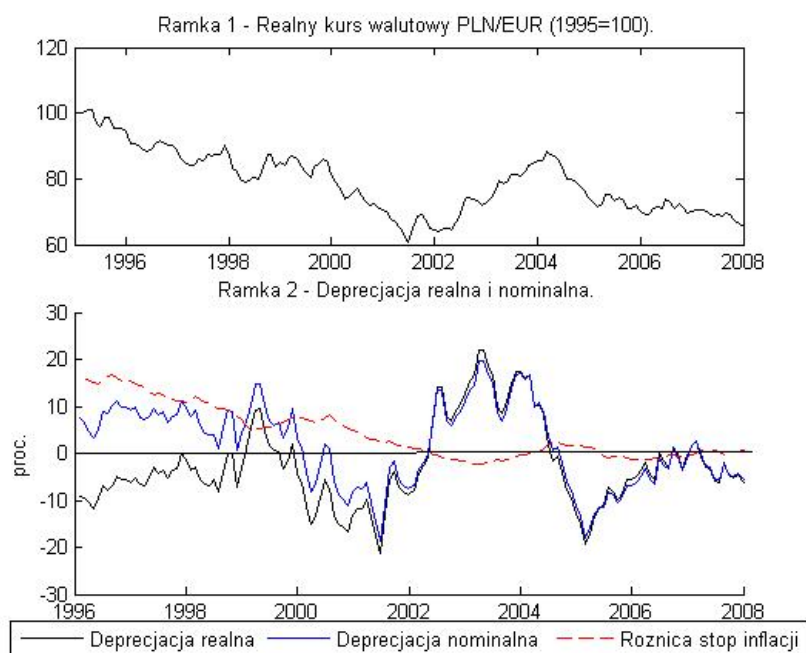
³¹Pewnym zahamowaniem tego procesu, chociaż relatywnie słabo odczuwalnym w regionie, był kryzys na rynku *suprime* pożyczek hipotecznych w Stanach Zjednoczonych w 2007 r.

³²W przypadku Polski i np. Czech, Węgier, Słowacji, ale nie Słowenii.

³³Na poziomie logarytmów.

lemy z jednoczesnym spełnieniem dwóch kryteriów konwergencji³⁴: kryterium inflacyjnego i kryterium stabilności nominalnego kursu walutowego.

Rysunek 5. Dekompozycja aprecjacji realnego kursu walutowego na aprecjację kursu nominalnego i różnicę inflacyjną.



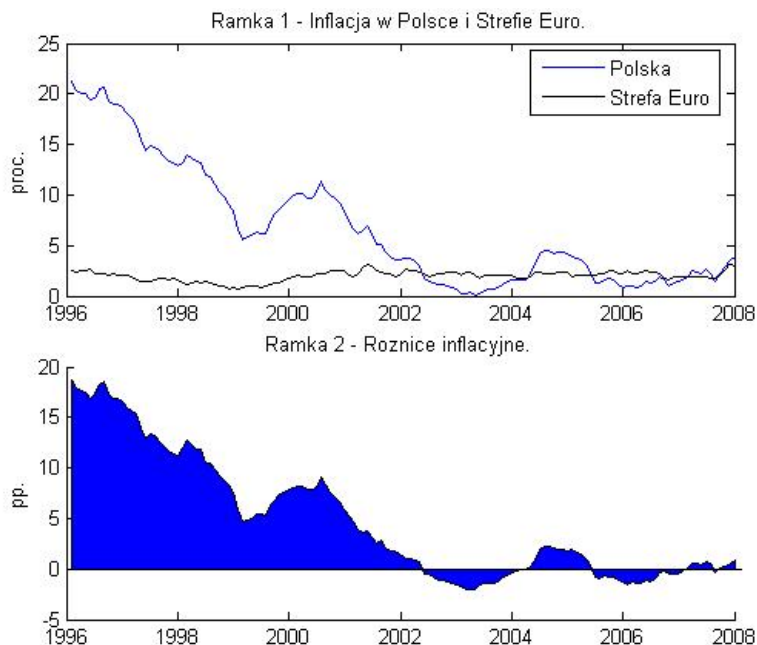
Ramka 2 Rysunku 5 przedstawia dekompozycję deprecjacji realnego kursu walutowego na te dwa składniki w latach 1996 - 2008. Można zauważyć, że udział różnic inflacyjnych w realnej deprecjacji maleje w czasie. Od 2001 r. nominalna deprecjacja stanowi znaczną część deprecjacji realnej. Przedstawiona dekompozycja odnosi się jednak do reżimu kursu zmiennego i jej ekstrapolacja na reżim kursu stałego może być błędna.

Przyjęcie reżimu kursu stałego przy prognozowanej realnej aprecjacji sprzyja powstaniu trwałych różnic w poziomach inflacji między gospodarką doganiającą a unią walutową, por. De Grauwe (2000). Z punktu widzenia małej gospodarki otwartej, ma to istotne znaczenie dla skuteczności polityki stabilizacyjnej unijnego banku centralnego, por. MacDonald i Wójcik (2007). Ponieważ równoczesne spełnienie kryterium stabilności kursu walutowego i kryterium inflacyjnego jest warunkiem koniecznym pełnego uczestnictwa w

³⁴Mowa o kryteriach z Maastricht.

Strefie Euro, kalibrujemy w pracy prawdopodobieństwa zdarzenia, że polska gospodarka spełni jednocześnie obydwie kryteria konwergencji³⁵.

Rysunek 6. Inflacja w Polsce i Strefie Euro w latach 1996-2008.



Konwergencja inflacji gospodarki polskiej po poziomie Strefy Euro zobrazowana jest na Rysunku 6. Zwraca uwagę fakt, że po roku 2002, kiedy inflacja w Polsce po raz pierwszy w okresie 1996 - 2008 osiągnęła poziom porównywalny z unijną, wahałość stopy inflacji w Polsce jest większa niż w Strefie Euro. Odchylenia standardowe i współczynniki zmienności przyjmują odpowiednio wartości 3.08 pp. i 0.47 pp. oraz 80% i 23%. Jeśli tendencja ta nie ulegnie zmianie, dysparytet zmienności stóp inflacji będzie miał istotne konsekwencje dla oddziaływania unijnej polityki stabilizacyjnej na gospodarkę Polską przy pełnym uczestnictwie w unii walutowej.

W kolejnym rozdziale przedstawiamy stylizowany model DSGE, który stanowić będzie narzędzie przedstawionej w rozdziale 3 analizy symulacyjnej. Czytelnik nie zainteresowany wyprowadzeniem modelu może od razu przejść do rozdziału 3.

³⁵Reżim kursu stałego stanowi w tym kontekście przybliżenie systemu ERM II.

Rozdział 2

Model

W niniejszym rozdziale przedstawiamy najważniejsze elementy stylizowanego modelu DSGE małej gospodarki otwartej, który posłuży analizie procesu integracji walutowej Polski ze Strefą Euro. Prezentowany model bazuje w znacznej mierze na pracach Gali i Monacelli (1999), Clarida, Gali i Gertler (2002), Gali i Monacelli (2004) i (2007) oraz na monografii Gali (2008)¹.

Mała gospodarka otwarta reprezentowana jest przez punkt na odcinku $[0,1]$, który reprezentuje gospodarkę światową. Gospodarka światowa, analogicznie jak w Gali i Monacelli (2007), interpretowana jest jako unia walutowa. Ponieważ gospodarkę krajową reprezentuje punkt miary² zero, nie ma ona wpływu na gospodarkę światową. Model utrzymany jest w duchu nowej syntezy neoklasycznej, tzn. reprezentatywne gospodarstwa domowe są cenobiorcami, rynek pracy jest doskonale konkurencyjny³, przedsiębiorstwa produkują zróżnicowane dobra konsumpcyjne i w każdym okresie z ustalonym prawdopodobieństwem reoptymalizują ceny⁴, a więc mają możliwość korekty marży monopolistycznej. Jak pokazujemy w rozdziale 2.5, dynamikę mod-

¹Model najbliższy poniższemu w sensie technicznym rozważany jest w pracach Gali i Monacelli (1999) i Gali (2008), jednak nie ma w nich mowy o unii walutowej i konwergencji. W sensie koncepcyjnym najbliższy poniższemu modelowi jest model z Gali i Monacelli (2007), gdyż w pracy tej rozważany jest model unii walutowej. W odróżnieniu jednak od tego modelu nie uwzględniamy sektora fiskalnego i wprowadzamy konwergencję.

²Np. miary Lebesgue'a.

³Założenie braku sztywności cenowych jest założeniem upraszczającym, zwłaszcza w kontekście Strefy Euro. Henry, Dieppe i McAdam (2003) korzystając z oszacowań makroekonometrycznego modelu dla Strefy Euro dochodzą do wniosku, że rynki pracy w Strefie Euro nie cechują się znaczną elastycznością. W szczególności postulują oni empirycznie istnienie sztywności płac wskazując ich niską elastyczność, nawet przy wysokim poziomie bezrobocia, por. też Gali, Gertler i Lopez-Salido (2001).

⁴Dokładniej sztywności cenowe wprowadzone są w stylu Calvo (1983).

elu w równowadze opisuje rekurencyjny układ dynamicznego równania IS oraz nowokeynesowskiej krzywej Philipsa domkniętych równaniem polityki pieniężnej typu Taylora.

2.1 Reprezentatywne gospodarstwo domowe

Problem optymalizacyjny reprezentatywnego gospodarstwa domowego

Reprezentatywne gospodarstwo domowe ustala⁵ ścieżkę konsumpcji ($C_t \in \mathfrak{R}, t = 0, 1, 2, \dots$) i pracy ($N_t \in [0, 1], t = 0, 1, 2, \dots$) tak, aby zmaksymalizować oczekiwany strumień zdyskontowanej użyteczności:

$$E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t U(C_t, N_t) \quad (2.1.1)$$

gdzie $\beta < 1$ jest czynnikiem dyskontującym. Zakładamy, że funkcja użyteczności jest dana jest funkcją o stałej względnej awersji do ryzyka z parametrami σ i φ dla konsumpcji i pracy odpowiednio:

$$U(C_t, N_t) = \frac{C_t^{1-\sigma}}{1-\sigma} - \frac{N_t^{1-\varphi}}{1-\varphi} \quad (2.1.2)$$

Wielkość⁶ krajowej konsumpcji dana jest indeksem CES (2.1.3) agregującym konsumpcję wytworzoną w kraju $C_{H,t}$ i za granicą (tj. importowaną) $C_{F,t}$:

$$C_t = \left[(1-\alpha)^{\frac{1}{\eta}} C_{H,t}^{\frac{\eta-1}{\eta}} + \alpha^{\frac{1}{\eta}} C_{F,t}^{\frac{\eta-1}{\eta}} \right]^{\frac{\eta}{1-\eta}} \quad (2.1.3)$$

gdzie przyjmujemy $\eta > 0$. Parametr $\alpha \in [0, 1]$ można interpretować jako miarę otwartości gospodarki krajowej⁷. Przypadek graniczny $\alpha = 0$ sprowadza model do modelu gospodarki zamkniętej⁸, dla $\alpha = 1$ natomiast cała krajowa konsumpcja pochodzi z importu.

⁵Przed rozpoczęciem świata.

⁶Większość kategorii ekonomicznych jak np. konsumpcja, ceny, produkt czy efektywny kurs walutowy, danych jest w przyjętej specyfikacji indeksami CES w postaci sum lub całek. W opinii niektórych ekonomistów, np. Delli Gatti, jest to osobliwe rozwiązanie. Wykorzystywane agregaty mają jednak jasną interpretację w kategoriach elastyczności i z technicznego punktu widzenia są bardzo wygodne.

⁷Jest tak dlatego, że przy $\eta \rightarrow \infty$ indeks 2.1.3 dla logarytmów zmiennych jest średnią ważoną konsumpcji krajowej i zagranicznej z wagami $(1-\alpha)$ i α odpowiednio.

⁸Przypadek ten rozważany jest w Gali (2008) Rozdział 4.

Konsumpcja krajowa $C_{H,t}$ dana jest indeksem CES agregującym konsumpcję kontinuum rozróżnialnych dóbr $C_{H,t}(j)$, $j \in [0, 1]$, z których każde reprezentowane jest przez punkt na odcinku $[0,1]$:

$$C_{H,t} = \left(\int_{[0,1]} C_{H,t}(j)^{\frac{\epsilon-1}{\epsilon}} dj \right)^{\frac{\epsilon}{\epsilon-1}} \quad (2.1.4)$$

gdzie przyjmujemy $\epsilon > 1$. Konsumpcji pochodząca z importu $C_{F,t}$ dana jest indeksem CES agregującym konsumpcję pochodzącą z kontinuum gospodarek $C_{i,t}$, $i \in [0, 1]$, z których każda reprezentowana jest przez punkt na odcinku $[0,1]$:

$$C_{F,t} = \left(\int_{[0,1]} C_{i,t}^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} di \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \quad (2.1.5)$$

gdzie indeksy $C_{i,t}$, $i \in [0, 1]$, wyrażają wielkość konsumpcji importowanej z kraju skojarzonego z punktem $i \in [0, 1]$ i dane są analogicznie do 2.1.4:

$$C_{i,t} = \left(\int_{[0,1]} C_{i,t}(j)^{\frac{\epsilon-1}{\epsilon}} dj \right)^{\frac{\epsilon}{\epsilon-1}} \quad (2.1.6)$$

gdzie przyjmujemy $\epsilon > 1$. Ponieważ mała gospodarka otwarta reprezentowana jest przez zbiór miary Lebesgue'a zero, nie ma potrzeby wykluczania jej z indeksu 2.1.5. Z przyjętych definicji indeksów CES 2.1.4, 2.1.5 oraz 2.1.3 wynika, że $\epsilon > 1$ jest elastycznością substytucji między dobrami produkowanymi w dowolnym z krajów, γ jest elastycznością substytucji pomiędzy dobrami produkowanymi w różnych krajach, natomiast $\eta > 0$ jest elastycznością substytucji między dobrami produkowanymi w kraju i za granicą.

Maksymalizacja funkcjonału 2.1.1 odbywa się względem ograniczenia budżetowego:

$$\int_{[0,1]} P_{H,t}(j) C_{H,t}(j) dj + \int_{[0,1]} \int_{[0,1]} P_{i,t}(j) C_{i,t}(j) dj di + E_t(Q_{t,t+1} D_{t,t+1}) \leq D_t + W_t N_t \quad (2.1.7)$$

obowiązującego dla $t = 0, 1, 2, \dots$. $P_{H,t}(j)$ oznacza cenę dobra $j \in [0, 1]$ produkowanego w gospodarce krajowej w okresie t , natomiast $P_{i,t}(j)$ oznacza cenę dobra $j \in [0, 1]$ produkowanego w kraju $i \in [0, 1]$ w okresie t ⁹. W_t oznacza płacę nominalną w gospodarce krajowej w okresie t . $Q_{t,t+1}$ jest

⁹Tak więc dla pewnego $i \in [0, 1]$ jest $P_{H,t}(j) = P_{i,t}(j)$ dla każdego $j \in [0, 1]$.

jednookresowym stochastycznym czynnikiem dyskontującym¹⁰ nominalną, otrzymaną w okresie $t+1$ losową wypłatę z posiadanego w okresie t portfela¹¹ aktywów, tj. D_{t+1} ¹². Zakładamy kompletność rynków. Wszystkie występujące w 2.1.7 ceny i wypłaty wyrażone są w walucie krajowej. Warunkiem domykającym problem wyznaczenia ścieżki alokacji konsumpcji i pracy (C_t, N_t) , $t = 0, 1, 2, \dots$, maksymalizującej funkcjonal 2.1.1 przy ograniczeniu budżetowym 2.1.7 jest warunek transwersalności, tj. $\lim_{T \rightarrow \infty} D_T \geq 0$.

Zanim przedstawimy warunki pierwszego rzędu tak zdefiniowanego problemu optymalizacyjnego wyprowadzamy funkcje popytu na dobra krajowe i importowane.

Optymalna alokacja wydatków konsumpcyjnych - funkcje popytu

Funkcje popytu konsumpcyjnego wyprowadzamy na przykładzie dóbr pochodzących z kraju $i \in [0, 1]$. Poniższe rozumowanie dotyczy więc zarówno gospodarki krajowej, jak i dowolnej z gospodarek zagranicznych. Dla ustalenia uwagi mówić będziemy o gospodarce zagranicznej, jednak zamieniając indeks i na literę H dostaniemy wyprowadzenie obowiązujące dla gospodarki krajowej.

Dla ustalonego poziomu wydatków x_t przeznaczonych na konsumpcję pochodzącą z kraju $i \in [0, 1]$, tj. dla:

$$\int_{[0,1]} P_{i,t} C_{i,t}(j) dj = x_t \quad (2.1.9)$$

¹⁰Stochastyczny czynnik dyskontujący $Q_{t,t+1}$ jest zmienną losową i funkcją określoną na zbiorze możliwych realizacji stanu świata w okresie $t+1$, co podkreślamy pisząc $Q_{t,t+1}(s)$. Dany on jest tożsamością $Q_{t,t+1}(s) = \frac{V_{t,t+1}(s)}{\xi_{t,t+1}(s)}$, gdzie $s \in S_{t+1}$ dla zbioru S_{t+1} możliwych w okresie $t+1$ stanów świata. Symbol $V_{t,t+1}(s)$ oznacza wyrażoną w walucie krajowej cenę w okresie t papieru wartościowego Arrowa, tj. papieru wypłacającego w okresie $t+1$ jedną jednostkę pieniężną, gdy zrealizuje się stan świata $s \in S_{t+1}$ oraz wypłacającego zero w przeciwnym przypadku, $\xi_{t,t+1}(s)$ oznacza natomiast prawdopodobieństwo realizacji w okresie $t+1$ stanu $s \in S_{t+1}$. Przy założeniu kompletności rynków warunek niemożności osiągnięcia zysków arbitrażowych implikuje, że cena w okresie t jednookresowego portfela dającego w okresie $t+1$ losową wypłatę wielkości D_{t+1} równa jest:

$$\sum_{s \in S_{t+1}} V_{t,t+1}(s) D_{t+1}(s) = \sum_{s \in S_{t+1}} \xi_{t,t+1}(s) \frac{V_{t,t+1}(s)}{\xi_{t,t+1}(s)} D_{t+1}(s) = E_t \left(\frac{V_{t,t+1}}{\xi_{t,t+1}} D_{t+1} \right) \quad (2.1.8)$$

skąd $Q_{t,t+1} = \frac{V_{t,t+1}}{\xi_{t,t+1}}$ interpretowany jest jako stochastyczny czynnik dyskontujący.

¹¹Jednookresowego.

¹²Portfel ten zawiera obligacje i udziały w firmach oraz dywidendy.

problem maksymalizacji konsumpcji¹³ $C_{i,t}$ danej przez 2.1.6 rozwiązać można przy pomocy funkcjonału Lagrange'a:

$$L = \left(\int_{[0,1]} C_{i,t}(j)^{\frac{\epsilon-1}{\epsilon}} dj \right)^{\frac{\epsilon}{\epsilon-1}} - \lambda \left(\int_{[0,1]} P_{i,t} C_{i,t}(j) dj - x_t \right) \quad (2.1.10)$$

Dla każdego $j \in [0, 1]$ warunki pierwszego są postaci $\frac{C_{i,t}(j)^{-\frac{1}{\epsilon}}}{P_{i,t}(j)} = \lambda$, tak więc dla dowolnej pary dóbr $(j, l) \in [0, 1] \times [0, 1]$ zachodzi relacja $\frac{C_{i,t}(j)}{C_{i,t}(l)} = \left(\frac{P_{i,t}(j)}{P_{i,t}(l)} \right)^{-\epsilon}$, która, jeśli zostanie uwzględniona w 2.1.9 prowadzi do zależności:

$$C_{i,t}(j) = x_t P_{i,t}(j)^{-\epsilon} P_{i,t}^{\epsilon-1} \quad (2.1.11)$$

gdzie

$$P_{i,t} = \left(\int_{[0,1]} P_{i,t}(j)^{1-\epsilon} dj \right)^{\frac{1}{1-\epsilon}} \quad (2.1.12)$$

oznacza indeks cen produkcji krajowej w kraju $i \in [0, 1]$ ¹⁴ wyrażony w walucie gospodarki krajowej. Zważywszy na definicję 2.1.6 dostajemy zagregowaną tożsamość $P_{i,t} C_{i,t} = \int_{[0,1]} P_{i,t}(j) C_{i,t}(j) dj$. Uwzględniając w niej warunek optymalności 2.1.11 dostajemy standardową funkcję popytu:

$$C_{i,t}(j) = \left(\frac{P_{i,t}(j)}{P_{i,t}} \right)^{-\epsilon} C_{i,t} \quad (2.1.13)$$

Zastępując subskrypt i literą H, analogiczna argumentacja pozwala wyprowadzić funkcję popytu na konsumpcję krajową postaci:

$$C_{H,t}(j) = \left(\frac{P_{H,t}(j)}{P_{H,t}} \right)^{-\epsilon} C_{H,t} \quad (2.1.14)$$

gdzie:

$$P_{H,t} = \left(\int_{[0,1]} P_{H,t}(j)^{1-\epsilon} dj \right)^{\frac{1}{1-\epsilon}} \quad (2.1.15)$$

jest indeksem cen produkcji gospodarki krajowej¹⁵.

¹³Co jest tożsamy z maksymalizacją użyteczności czerpanej z tej konsumpcji.

¹⁴Symbol $P_{i,t}$ oznacza indeks cen konsumpcji importowanej z kraju i -tego, jeśli jest to gospodarka zagraniczna oraz indeks cen produkcji krajowej, jeśli o niej mowa. W drugim przypadku właściwe jest oznaczenie $P_{H,t}$.

¹⁵Także i w tym przypadku zachowana jest tożsamość $P_{H,t} C_{H,t} = \int_{[0,1]} P_{H,t}(j) C_{H,t}(j) dj$.

Analogicznie sformułowany problem i analogiczne rozumowanie prowadzi do optymalnego podziału wydatków na konsumpcję importowaną ze względu na kraj pochodzenia. Dany jest on zależnością, por. 2.1.5:

$$C_{i,t} = \left(\frac{P_{i,t}}{P_{F,t}} \right)^{-\gamma} C_{F,t} \quad (2.1.16)$$

dla każdego kraju $i \in [0, 1]$.

Wyznaczenie optymalnego podziału wydatków konsumpcyjnych między konsumpcję produkowaną w kraju oraz importowaną wymaga maksymalizacji indeksu C_t ¹⁶ przy ustalonej wielkości wydatków $C_{H,t}P_{H,t} + C_{F,t}P_{F,t} = x_t$ ¹⁷. Symbol $P_{F,t}$ oznacza indeks cen konsumpcji importowanej i dany jest agregatem CES:

$$P_{F,t} = \left(\int_{[0,1]} P_{i,t}^{1-\gamma} di \right)^{\frac{1}{1-\gamma}} \quad (2.1.17)$$

agregującym ceny produkcji importowanej $P_{i,t}$ ¹⁸ pochodzącej ze wszystkich krajów $i \in [0, 1]$. Funkcjonał Lagrange'a jest więc postaci:

$$L = [(1 - \alpha)^{\frac{1}{\eta}} C_{H,t}^{\frac{\eta-1}{\eta}} + \alpha^{\frac{1}{\eta}} C_{F,t}^{\frac{\eta-1}{\eta}}]^{\frac{\eta}{1-\eta}} - \lambda(C_{H,t}P_{H,t} + C_{F,t}P_{F,t} - x_t) \quad (2.1.18)$$

Z warunków pierwszego rzędu wynika, że:

$$\frac{(1 - \alpha)^{\frac{1}{\eta}}}{C_{H,t}^{\frac{1}{\eta}} P_{H,t}} = \frac{(\alpha)^{\frac{1}{\eta}}}{C_{F,t}^{\frac{1}{\eta}} P_{F,t}} \quad (2.1.19)$$

Rozwiązując 2.1.19 ze względu na $C_{H,t}$ i $C_{F,t}$, podstawiając otrzymane zależności do wyrażenia na zagregowane wydatki konsumpcyjne x_t oraz definiując indeks CPI małej gospodarki otwartej indeksem CES agregującym ceny konsumpcji krajowej i importowanej¹⁹:

$$P_t = [(1 - \alpha)P_{H,t}^{1-\eta} + \alpha P_{F,t}^{1-\eta}]^{\frac{1}{1-\eta}} \quad (2.1.20)$$

¹⁶Por. 2.1.3.

¹⁷Indeks konsumpcji krajowej $C_{H,t}$, indeks cen produkcji krajowej $P_{H,t}$ oraz wielkość konsumpcji importowanej $C_{F,t}$ dane są odpowiednio definicjami 2.1.4, 2.1.15 oraz 2.1.5.

¹⁸Indeks $P_{i,t}$ dany jest definicją 2.1.12.

¹⁹W gospodarce krajowej - małej gospodarce otwartej - rozróżnia się między indeksem cen produkcji krajowej $P_{H,t}$ oraz indeksem CPI, który dany jest przez 2.1.20 i zależy od indeksu cen produkcji krajowej i importowanej. To samo dotyczy odpowiednich stóp inflacji. W gospodarce światowej nie ma takiego rozróżnienia, ponieważ z jej perspektywy jedynym indeksem cen produkcji importowanej jest indeks $P_{H,t}$, którego kontrybucja w całkowitym indeksie CES gospodarki światowej jest zerowa. Indeks Indeksu CPI przy $\eta \rightarrow \infty$ wyrażony dla logarytmów zmiennych jest średnią ważoną indeksów $P_{H,t}$ i $P_{F,t}$ z wagami $1 - \alpha$ i α odpowiednio.

otrzymamy optymalny podział konsumpcji między konsumpcję krajową i zagraniczną, tj.²⁰:

$$C_{H,t} = (1 - \alpha) \left(\frac{P_{H,t}}{P_t} \right)^{-\eta} C_t \quad (2.1.21)$$

oraz:

$$C_{F,t} = \alpha \left(\frac{P_{F,t}}{P_t} \right)^{-\eta} C_t \quad (2.1.22)$$

Na koniec zauważmy, że całkowite wydatki konsumpcyjne reprezentatywnego gospodarstwa domowego wyrazić można w zagregowany sposób jako $P_t C_t = P_{H,t} C_{H,t} + P_{F,t} C_{F,t}$ ²¹.

Warunki pierwszego rzędu reprezentatywnego gospodarstwa domowego

W niniejszym paragrafie wyprowadzimy reguły optymalnej alokacji konsumpcji i pracy rozwiązujące problem optymalizacyjny reprezentatywnego gospodarstwa domowego, który został postawiony w paragrafie 2.1. Problem ten polega na wyznaczeniu ścieżki alokacji konsumpcji i pracy (C_t, N_t) , $t = 0, 1, 2, \dots$, maksymalizującej funkcjonal 2.1.1 przy ograniczeniu budżetowym 2.1.7 oraz warunku transwersalności.

Optymalność planu alokacji zasobów (C_t, N_t) , dla ustalonego $t \in \{0, 1, 2, \dots\}$, tj. wewnątrzokresowej substytucji konsumpcji i pracy, motywowana jest za pomocą standardowego argumentu wariacyjnego:

$$dU(C_t, N_t) = \frac{\partial U(C_t, N_t)}{\partial C_t} dC_t + \frac{\partial U(C_t, N_t)}{\partial N_t} dN_t = 0 \quad (2.1.23)$$

dla każdej pary różniczek konsumpcji i pracy spełniającej zagregowane ograniczenie budżetowe:

$$P_t C_t + E_t(Q_{t,t+1} D_{t+1}) \leq D_t + W_t N_t \quad (2.1.24)$$

tj. dla każdych dC_t, dN_t takich, że $P_t dC_t - W_t dN_t = 0$. Podstawiając ostatnie wyrażenie do 2.1.23²² otrzymujemy warunek wewnątrzokresowej optymalności ścieżki alokacji konsumpcji i pracy:

$$C_t^\sigma N_t^\varphi = \frac{W_t}{P_t} \quad (2.1.25)$$

²⁰ Indeks konsumpcji gospodarki krajowej C_t dany jest definicją 2.1.3.

²¹ Jest to jedna z technicznych zalet używania indeksów CES w postaci całek i sum.

²² Dla przyjętej postaci funkcji użyteczności 2.1.2.

Warunek międzyokresowej optymalności ścieżki alokacji konsumpcji i pracy motywujemy także standardowym warunkiem wariacyjnym. Dla ustalonych okresów $t \in \{0, 1, 2, \dots\}$ i $t+1$, przy założeniu stałości alokacji konsumpcji w okresach różnych niż t i $t+1$ oraz stałości nakładów pracy we wszystkich okresach, wymaga się, aby zachodziło:

$$\frac{\partial U(C_t, N_t)}{\partial C_t} dC_t + \beta E_t \left(\frac{\partial U(C_{t+1}(s), N_{t+1}(s))}{\partial C_{t+1}(s)} dC_{t+1}(s) \right) = 0 \quad (2.1.26)$$

dla każdego $s \in S_{t+1}$ ²³ oraz dla każdej pary różniczek $dC_t, dC_{t+1}(s)$ spełniającej ograniczenie $\frac{P_t dC_t}{Q_{t,t+1}(s)} - P_{t+1}(s) dC_{t+1}(s) = 0$. Podstawiając ostatnie wyrażenie do 2.1.26 otrzymujemy dla każdego $s \in S_{t+1}$ warunek:

$$Q_{t,t+1}(s) = \beta \left(\frac{C_{t+1}(s)}{C_t} \right)^{-\sigma} \frac{P_t}{P_{t+1}(s)} \quad (2.1.27)$$

i działając obustronnie operatorem wartości oczekiwanej E_t otrzymujemy:

$$E_t Q_{t,t+1} = \beta E_t \left[\left(\frac{C_{t+1}}{C_t} \right)^{-\sigma} \frac{P_t}{P_{t+1}} \right] \quad (2.1.28)$$

Przyjmując w 2.1.28 oznaczenie $Q_t = E_t Q_{t,t+1}$, stochastyczny warunek międzyokresowej optymalności ścieżki alokacji przyjmuje postać²⁴:

$$C_t = E_t C_{t+1} \left(\frac{E_t \Pi_{t+1}}{e^{i_t + \rho}} \right)^{\frac{1}{1-\sigma}} \quad (2.1.30)$$

W 2.1.30 przyjęto oznaczenia: $\Pi_t = \frac{P_t}{P_{t-1}}$, $i_t = -\ln Q_t$ oraz $\rho = -\ln \beta$. Π_t oznacza inflację wskaźnika CPI gospodarki krajowej z okresu $t-1$ na okres t . Wskaźnik ten bierze pod uwagę zarówno zmianę poziomu cen konsumpcji krajowej, jak i importowanej. Zmienna i_t oznacza nominalną stopę procentową. Przyjęcie zależności $i_t = -\ln Q_t$ wynika z faktu, że zmienna

²³ S_{t+1} , jak poprzednio, oznacza skończony zbiór możliwych stanów natury w okresie $t+1$

²⁴Wyprowadzając warunek międzyokresowej optymalności alokacji zasobów nie odwoływaliśmy się *explicite* do założenia o kompletności rynków. Warunek ten został jednak wykorzystany. Przypominając, że, z definicji $Q_{t,t+1}(s) = \frac{V_{t,t+1}(s)}{\xi_{t,t+1}(s)}$, warunek 2.1.26 można przepisać jako:

$$\frac{V_{t,t+1}(s)}{P_t} C_t^{-\sigma} = \frac{\xi_{t,t+1}(s) \beta (C_{t+1}(s))^{-\sigma}}{P_{t+1}(s)} \quad (2.1.29)$$

dla $s \in S_{t+1}$, gdzie $V_{t,t+1}(s)$ oznacza, jak poprzednio, cenę w okresie t papieru wartościowego Arrowa wypłacającego wypłatę w okresie $t+1$ przy realizacji stanu s . Działając obustronnie na 2.1.29 operatorem wartości oczekiwanej E_t otrzymamy warunek 2.1.30.

$Q_t = E_t Q_{t+1}$, jako wartość oczekiwana stochastycznego dyskonta²⁵, oznacza cenę w okresie t jednookresowej obligacji wypłacającej w okresie $t+1$ wypłatę jednostkową. Mamy więc $Q_t = \frac{1}{1+YTM_t}$, gdzie YTM_t oznacza rentowność obligacji. Definicja nominalnej stopy procentowej wynika z przybliżenia²⁶ $i_t = \ln(1+YTM_t) \approx YTM_t$. Czynnikiem ρ jest natomiast czynnikiem dyskontującym.

2.2 Przedsiębiorstwa

Problem optymalizacyjny przedsiębiorstw

Każda z kontinuum firm gospodarki krajowej ma dostęp do jednakowej technologii i produkuje odpowiadające jej zróżnicowane dobro $j \in [0, 1]$ korzystając z funkcji produkcji postaci²⁷:

$$Y_t(j) = G_t N_t(j) \quad (2.2.1)$$

gdzie G_t oznacza produktywność pracy (poziom technologii) gospodarki krajowej w okresie t . Ewolucja produktywności pracy w czasie dana jest egzogenicznie procesem:

$$G_t = A_t e^{f(t)} \quad (2.2.2)$$

składającym się z trendu deterministycznego $f(t)$ oraz stochastycznego procesu autoregresyjnego $A_t > 0$ zdefiniowanego zależnością:

$$A_t = A_{t-1}^{\rho_a} e^{\xi_t} \quad (2.2.3)$$

dla $\rho_a \in [0, 1)$. O procesie ξ_t zakładamy, że jest białym szumem o zerowej wartości średniej i interpretujemy go jako przejściowy szok produktywności pracy. Zauważmy, że trend $f(t)$ może być źródłem niestacjonarności produktywności pracy G_t , a więc i produktu $Y_t(j)$, $j \in [0, 1]$. Za pomocą tej funkcji sterować będziemy procesem konwergencji produktu *per capita* gospodarki krajowej do poziomu w unii walutowej²⁸.

²⁵Tj. wartość oczekiwana ceny w okresie t portfela aktywów wypłacającego w okresie $t+1$ jedną jednostkę pieniądza.

²⁶Z rozwinięcia pierwszego rzędu funkcji $\ln(1+x)$ w szereg Taylora.

²⁷Rozumowanie przedstawione w tym rozdziale dotyczy także dowolnej z kontinuum gospodarek na odcinku $[0, 1]$. Dla ustalenia uwagi mowa będzie jednak o gospodarce krajowej.

²⁸Tj. gospodarki światowej.

Sztywności nominalne

Sztywności cenowe wprowadzamy w sposób zaproponowany w pracy Calvo (1983). W każdym okresie każda z firm ma możliwość zmiany ceny swojej produkcji z prawdopodobieństwem równym $1 - \theta$, $\theta \in [0, 1)$, niezależnie od czasu, jaki upłynął od ostatniego okresu, w którym taką możliwość miała²⁹. Firma $j \in [0, 1]$, która w ustalonym okresie $t \in \{0, 1, 2, \dots\}$ ma możliwość ustalenia optymalnej ceny produkcji $\overline{P}_{H,t}$ rozwiązuje problem maksymalizacji oczekiwanej wartości zdyskontowanych zysków wygenerowanych w czasie, w którym cena $\overline{P}_{H,t}$ obowiązuje. Maksymalizuje więc ze względu na $\overline{P}_{H,t}$ funkcję:

$$F(\overline{P}_{H,t}) = \sum_{k=0}^{\infty} \theta^k E_t[Q_{t,t+k}(\overline{P}_{H,t} Y_{t+k,t}(j) - \Psi(Y_{t+k|t}(j)))] \quad (2.2.4)$$

przy ograniczeniu popytowym postaci:

$$Y_{t+k|t}(j)(s) \leq \left(\frac{\overline{P}_{H,t}}{P_{H,t+k}(s)}\right)^{-\epsilon} (C_{H,t+k}(s) + C_{H,t+k}^*(s)) \quad (2.2.5)$$

dla $s \in S_{t+k}$, gdzie $Q_{t,t+k}(s) = \beta^k \left(\frac{C_{t+k}(s)}{C_t}\right)^{-\sigma} \frac{P_t}{P_{t+k}(s)}$, oznacza, analogicznie jak poprzednio, stochastyczne dyskonto wypłat nominalnych z okresu $t+k$ na okres t , natomiast symbol $\Psi(Y_{t+k|t}(j)(s))$ oznacza funkcję kosztu produkcji w okresie $t+k$ firmy, która ostatnio ustaliła cenę optymalną $\overline{P}_{H,t}$ w okresie t . Koszt ten wyrażony jest w kategoriach nominalnych w walucie krajowej. $C_{H,t+k}^*$ oznacza wielkość popytu zagranicznego na produkcję gospodarki krajowej. Ze względu na symetrię problemu między firmami pomijamy dalej subskrypt j ³⁰. Z symetryczności wynika też, że wszystkie firmy reoptymalizujące cenę w okresie t ustalają tę samą cenę $\overline{P}_{H,t}$, a więc w czasie jej obowiązywania tworzą taki sam poziom produktu³¹. W szczególności, gdyby poziom cen był w gospodarce stały, tzn. firmy reoptymalizujące cenę w okresie t ustalały by ją na poziomie P_{t-1} , wszystkie firmy w gospodarce tworzyłyby ten sam poziom produktu.

²⁹ Wynika z tego, że w każdym okresie średnio odsetek θ firm ma możliwość reoptymalizacji ceny, a przeciętny czas trwania raz ustalonej ceny wynosi $\frac{1}{1-\theta}$.

³⁰ Zarówno w 2.2.4, jak i w 2.2.5 zmienna $Y_{t+k|t}(j)$ jest zależna od $j \in [0, 1]$. Jednak po zastosowaniu 2.2.5 w 2.2.4 widać, że problem wyznaczenia ceny optymalnej $\overline{P}_{H,t}$ jest identyczny dla wszystkich firm.

³¹ Nie oznacza to, że *ex post* tak się stanie.

Warunki pierwszego rzędu przedsiębiorstw

Warunek pierwszego rzędu dla 2.2.4 biorący pod uwagę ograniczenie 2.2.5 jest następujący:

$$0 = \sum_{k=0}^{\infty} \theta^k E_t [Q_{t,t+k} Y_{t+k,t}(j) ((1 - \epsilon) + \epsilon \frac{\frac{\partial \Psi(Y_{t+k,t}(j))}{\partial Y_{t+k,t}(j)}}{\overline{P_{H,t}}})] \quad (2.2.6)$$

Zauważmy, że przy braku sztywności cenowych, tj. dla $\theta = 0$, warunek 2.2.6 sprowadza się do warunku $\overline{P_{H,t}} = \frac{\epsilon}{\epsilon-1} \frac{\partial \Psi(Y_t(j))}{\partial Y_t(j)}$, tak więc stała $\Upsilon = \frac{\epsilon}{\epsilon-1}$ jest optymalną wielkością narzutu monopolistycznego przy braku sztywności cenowych. Wielkość ta jest stała w czasie i równa dla wszystkich firm. Zauważmy także, że warunek 2.2.6, po pomnożeniu przez $\overline{P_{H,t}}$ i podzieleniu przez $1 - \epsilon$, jest równoważny warunkowi:

$$0 = \sum_{k=0}^{\infty} \theta^k E_t [Q_{t,t+k} Y_{t+k}(j) (\overline{P_{H,t}} - \Upsilon \frac{\partial \Psi(Y_{t+k,t}(j))}{\partial Y_{t+k,t}(j)})] \quad (2.2.7)$$

z którego wynika, że optymalna cena $\overline{P_{H,t}}$ ustalana jest na takim poziomie, aby średnio³² równa była optymalnej cenie przy braku sztywności.

Wyprowadzimy teraz *explicite* wyrażenie na cenę optymalną w otoczeniu stanu ustalonego³³. Zauważmy, że w stanie ustalonym zachodzi $E_t Q_{t,t+k} = \beta^k$. Dzieląc 2.2.7 przez $P_{H,t-1}$ otrzymamy:

$$0 = \sum_{k=0}^{\infty} \theta^k \beta^k E_t Y_{t+k} (\frac{\overline{P_{H,t}}}{P_{H,t-1}} - \Upsilon MC_{t+k,t}(j) \Pi_{H,t-1/t+k}) \quad (2.2.8)$$

gdzie $MC_{t+k,t}(j) = \frac{\frac{\partial \Psi(Y_{t+k,t}(j))}{\partial Y_{t+k,t}(j)}}{P_{H,t+k}}$ oznacza realny koszt krańcowy w okresie $t+k$ przedsiębiorstwa, które ostatnio reoptymalizowało cenę w okresie t . Załóżmy, że stan ustalony jest zgodny ze stałym poziomem cen. Z 2.2.8 wynika wtedy, że w stanie ustalonym realny koszt krańcowy jest stały i równy $MC_{t+k,t} = MC = \frac{1}{\Upsilon}$.

Rozwiązanie 2.2.8 ze względu na $\overline{P_{H,t}}$ w otoczeniu stanu ustalonego daje więc:

$$\overline{P_{H,t}} = \Upsilon (1 - \theta \beta) \sum_{k=0}^{\infty} [\theta^k \beta^k E_t MC_{t+k,t} P_{H,t+k}] \quad (2.2.9)$$

³²Tj. względem wartości oczekiwanej.

³³A więc stanu, w którym efekty sztywności i szoków egzogenicznych ustabilizowały się.

Tak więc firma ustala cenę optymalną w sposób analogiczny jak w środowisku bez sztywności cenowych, tylko nominalny koszt krańcowy zastąpiony został oczekiwanym zdyskontowanym ważonym nominalnym kosztem krańcowym w horyzoncie, w którym ustalona cena będzie obowiązywała, z wagami proporcjonalnymi do prawdopodobieństwa tego zdarzenia.

W stanie ustalonym zgodnym ze stałymi cenami krajowymi firmy w każdym okresie ustalają cenę optymalną na poziomie średniej ceny produkcji krajowej w gospodarce z poprzedniego okresu. Stąd wynika, że wytwarzają taki sam poziom produkcji $Y_t(j)$, $j \in [0, 1]$. Ponieważ wyprodukowanie produktu $Y_t(j)$ przy poziomie technologii $G_t(j)$ wymaga nakładu pracy $N_t(j) = \frac{Y_t(j)}{G_t}$, nominalny koszt produkcji wyrażony w walucie krajowej wynosi $\Psi_t(j) = W_t N_t(j) = \frac{W_t Y_t(j)}{G_t}$. Realny koszt krańcowy wynosi więc:

$$MC_t = (1 - \tau) \frac{W_t}{G_t P_{H,t}} \quad (2.2.10)$$

gdzie τ oznacza subsydlum dla siły roboczej neutralizujące siłę monopolistyczną przedsiębiorstw. Trwały wzrost produktywności pociąga w długim okresie ekwiwalentny wzrost płac nominalnych³⁴. Dyskusję na temat marży monopolistycznej pozostawiamy do rozdziału poświęconemu log-liniowemu przybliżeniu modelu.

2.3 Kurs walutowy, *terms of trade* i bilans handlowy

W niniejszym rozdziale wprowadzimy definicje zmiennych związanych z handlem międzynarodowym. Zakładamy, że prawo jednej ceny obowiązuje we wszystkich okresach $t = 0, 1, 2, \dots$, z czego wynika, że dla każdego dobra $j \in [0, 1]$ i kraju $i \in [0, 1]$ zachodzi:

$$P_{i,t}(j) = ER_{i,t} P_{i,t}^i(j) \quad (2.3.1)$$

gdzie $ER_{i,t}$ oznacza bilateralny nominalny kurs walutowy gospodarki krajowej z krajem $i \in [0, 1]$ ³⁵, natomiast $P_{i,t}^i(j)$ oznacza cenę dobra $j \in [0, 1]$

³⁴Zakładamy, że rynek pracy jest doskonale konkurencyjny. Zarówno gospodarstwa domowe, jak i przedsiębiorstwa są płacobiórcami.

³⁵Tzn. cenę jednostki waluty kraju $i \in [0, 1]$ wyrażoną w jednostkach waluty krajowej

wyprodukowanego w kraju i wyrażoną w jednostkach waluty kraju i ³⁶. Efektywny nominalny kurs walutowy zdefiniowany jest natomiast agregatem CES:

$$ER_t = \left(\int_{[0,1]} ER_{i,t}(i)^{1-\gamma_{ER}} di \right)^{\frac{1}{1-\gamma_{ER}}} \quad (2.3.3)$$

Bilateralny realny kurs walutowy gospodarki krajowej z krajem $i \in [0, 1]$ wyrażający stosunek indeksów CPI kraju i oraz gospodarki krajowej³⁷, dany jest zależnością:

$$\Xi_{i,t} = \frac{ER_{i,t} P_t^i}{P_t} \quad (2.3.4)$$

natomiast efektywny realny kurs walutowy gospodarki krajowej dany jest agregatem CES:

$$\Xi_t = \left(\int_{[0,1]} \Xi_{i,t}(i)^{1-\gamma_{\Xi}} di \right)^{\frac{1}{1-\gamma_{\Xi}}} \quad (2.3.5)$$

Bilateralny *terms of trade* gospodarki krajowej z gospodarką $i \in [0, 1]$ wyraża stosunek indeksu cen produkcji w kraju $i \in [0, 1]$ oraz indeksu cen produkcji krajowej³⁸ i zdefiniowany jest przez:

$$S_{i,t} = \frac{P_{i,t}}{P_{H,t}} = \frac{P_{i,t}^i ER_{i,t}}{P_{H,t}} \quad (2.3.6)$$

natomiast efektywny *terms of trade* gospodarki krajowej, wyrażający stosunek indeksu cen produkcji importowanej do indeksu cen produkcji krajowej, por. 2.3.6 i 2.1.17, zdefiniowany jest agregatem CES:

$$S_t = \left(\int_{[0,1]} S_{i,t}^{1-\gamma} \right)^{\frac{1}{1-\gamma}} = \frac{P_{F,t}}{P_{H,t}} \quad (2.3.7)$$

2.4 Międzynarodowy podział ryzyka

Przy założeniu kompletności rynków warunek międzyokresowej optymalności ścieżki konsumpcji analogiczny do 2.1.29 zachodzi dla każdego kraju $i \in$

³⁶Przyjmując, analogicznie, jak w przypadku indeksu cen gospodarki krajowej, że indeks cen krajowych kraju i zdefiniowany jest indeksem CES $P_{i,t}^i = \left(\int_{[0,1]} P_{i,t}^i(j)^{1-\epsilon} dj \right)^{\frac{1}{1-\epsilon}}$, otrzymujemy zagregowaną zależność zachodzącą dla każdego t :

$$P_{i,t} = ER_{i,t} P_{i,t}^i \quad (2.3.2)$$

³⁷Obydwo wyrażonych w jednostkach waluty krajowej.

³⁸Obydwo wyrażonych w jednostkach waluty krajowej

[0, 1]:

$$\frac{V_{t,t+1}^i(s)}{P_{i,t}} C_{i,t}^{-\sigma} = \frac{\xi_{t,t+1}(s) \beta(C_{i,t+1}(s))^{-\sigma}}{P_{i,t+1}(s)} \quad (2.4.1)$$

dla $s \in S_{t+1}$, gdzie $V_{t,t+1}^i(s)$ oznacza cenę w okresie t papieru wartościowego Arrowa wypłacającego wypłatę w okresie $t+1$ przy realizacji stanu s , która jest wyrażona jest w jednostkach waluty kraju i . Warunek 2.4.1 wykorzystujący cenę papieru wartościowego Arrowa wyrażoną w jednostkach waluty krajowej wygląda dla $s \in S_{t+1}$ następująco:

$$\frac{V_{t,t+1}(s)}{ER_{i,t} P_{i,t}} C_{i,t}^{-\sigma} = \frac{\xi_{t,t+1}(s) \beta(C_{i,t+1}(s))^{-\sigma}}{ER_{i,t} P_{i,t+1}(s)} \quad (2.4.2)$$

Przypominając, że $Q_{t,t+1}(s) = \frac{V_{t,t+1}(s)}{\xi_{t,t+1}}$ mamy warunek:

$$Q_{t,t+1}(s) = \beta \left(\frac{C_{i,t+1}(s)}{C_{i,t}} \right)^{-\sigma} \frac{P_{i,t} ER_{i,t}}{P_{i,t+1}(s) ER_{i,t+1}(s)} \quad (2.4.3)$$

który, po uwzględnieniu równania stochastycznego czynnika dyskontującego gospodarki krajowej 2.1.8 oraz definicji bilateralnego realnego kursu walutowego 2.3.4 i po zadziałaniu obustronnie operatorem wartości oczekiwanej E_t umożliwia zapisanie warunku międzynarodowego podziału ryzyka:

$$C_t = C_{i,t} E_t \left(\frac{C_{t+1}(s)}{C_{i,t+1}(s)} \frac{1}{\Xi_{i,t+1}(s)^{\frac{1}{\sigma}}} \right) \Xi_{i,t}^{\frac{1}{\sigma}} \quad (2.4.4)$$

Iterowanie 2.4.4 do przodu daje w końcu:

$$C_t = C_{i,t} \kappa \Xi_{i,t}^{\frac{1}{\sigma}} \quad (2.4.5)$$

gdzie $\kappa = E_t \left(\frac{C_{t+1}(s)}{C_{i,t+1}(s)} \frac{1}{\Xi_{i,t+1}(s)^{\frac{1}{\sigma}}} \right)$ jest stałą zależną początkowych zasobów aktywów międzynarodowych³⁹.

2.5 Równowaga

Strona popytowa - równowaga rynku dóbr

Równowaga strony popytowej modelu, tj. warunek czyszczenia się rynku dóbr, wymaga spełnienia dla każdego $j \in [0, 1]$:

$$Y_t(j) = C_{H,t} + \int_{[0,1]} C_{H,t}^i(j) di \quad (2.5.1)$$

³⁹Przy założeniu symetryczności warunków początkowych w każdym kraju zachodzi $\kappa = 1$. W dalszej części pracy przyjęto to założenie.

gdzie $C_{H,t}^i$ oznacza popyt kraju $i \in [0, 1]$ na konsumpcję dobra j produkowanego w gospodarce krajowej w okresie t . Założenie o symetryczności preferencji między wszystkimi z kontinuum gospodarek na podstawie wyników z paragrafu 2.1, w szczególności na podstawie 2.1.16, 2.1.14 oraz 2.1.21 daje:

$$\begin{aligned} C_{H,t}^i &= \left(\frac{P_{H,t}(j)}{P_{H,t}}\right)^{-\epsilon} C_{H,t}^i = \left(\frac{P_{H,t}(j)}{P_{H,t}}\right)^{-\epsilon} \left(\frac{P_{H,t}}{P_{F,t}}\right)^{-\gamma} C_{F,t}^i = \\ &= \left(\frac{P_{H,t}(j)}{P_{H,t}}\right)^{-\epsilon} \left(\frac{P_{H,t}}{P_{F,t}}\right)^{-\gamma} \alpha \left(\frac{P_{F,t}^i}{P_t^i}\right)^{-\eta} C_t^i \end{aligned} \quad (2.5.2)$$

gdzie $C_{H,t}^i$ oznacza popyt konsumpcyjny kraju i na dobra produkowane w gospodarce krajowej, $C_{F,t}^i$ oznacza import konsumpcyjny kraju i . Symbole $P_{F,t}^i$ i P_t^i oznaczają indeks cen produkcji zagranicznej kraju i oraz indeks CPI kraju i odpowiednio, oba wyrażone w jednostkach waluty kraju i . Symbol C_t^i oznacza indeks konsumpcji kraju i . Korzystając z 2.5.2 przepisujemy warunek czyszczenia się rynku dóbr do postaci:

$$\begin{aligned} Y_t(j) &= \left(\frac{P_{H,t}(j)}{P_{H,t}}\right)^{-\epsilon} [(1 - \alpha) \left(\frac{P_{H,t}(j)}{P_t}\right)^{-\eta} C_t + \\ &+ \alpha \int_{[0,1]} \left(\frac{P_{H,t}(j)}{ER_{i,t} P_{F,t}^i}\right)^{-\gamma} \left(\frac{P_{F,t}^i}{P_t^i}\right)^{-\eta} C_t^i di] \end{aligned} \quad (2.5.3)$$

Definiując zagregowany produkt gospodarki krajowej indeksem CES:

$$Y_t = \left[\int_{[0,1]} Y_t(j)^{\frac{\epsilon-1}{\epsilon}} dj \right]^{\frac{\epsilon}{\epsilon-1}} \quad (2.5.4)$$

otrzymujemy warunek równowagi rynku dóbr na zagregowanym poziomie:

$$\begin{aligned} Y_t &= \left[\int_{[0,1]} \left\{ \left(\frac{P_{H,t}(j)}{P_{H,t}}\right)^{-\epsilon} [(1 - \alpha) \left(\frac{P_{H,t}(j)}{P_t}\right)^{-\eta} C_t + \right. \right. \\ &+ \left. \left. \alpha \int_{[0,1]} \left(\frac{P_{H,t}(j)}{ER_{i,t} P_{F,t}^i}\right)^{-\gamma} \left(\frac{P_{F,t}^i}{P_t^i}\right)^{-\eta} C_t^i di \right\}^{\frac{\epsilon-1}{\epsilon}} dj \right]^{\frac{\epsilon}{\epsilon-1}} = \\ &= (1 - \alpha) \left(\frac{P_{H,t}(j)}{P_t}\right)^{-\eta} C_t + \alpha \int_{[0,1]} \left(\frac{P_{H,t}(j)}{ER_{i,t} P_{F,t}^i}\right)^{-\gamma} \left(\frac{P_{F,t}^i}{P_t^i}\right)^{-\eta} C_t^i di = \quad (2.5.5) \\ &= \left(\frac{P_{H,t}}{P_t}\right)^{-\eta} [(1 - \alpha) C_t + \alpha \int_{[0,1]} \left(\frac{ER_{i,t} P_{F,t}^i}{P_{H,t}}\right)^{\gamma-\eta} \Xi_{i,t}^{\gamma} C_t^i di] = \\ &= \left(\frac{P_{H,t}}{P_t}\right)^{-\eta} C_t [(1 - \alpha) + \alpha \int_{[0,1]} (S_t^i S_{i,t})^{\gamma-\eta} \Xi_{i,t}^{\gamma-\frac{1}{\sigma}} di] \end{aligned}$$

gdzie druga z równości korzysta z definicji bilateralnego realnego kursu walutowego 2.3.4, natomiast ostatnia korzysta z warunku międzynarodowego

podziału ryzyka 2.4.5⁴⁰ oraz z definicji bilateralnego *terma of trade* 2.3.6 i efektywnego *terms of trade* kraju $i \in [0, 1]$ danego analogicznie do 2.3.7 przez $S_t^i = \frac{P_{F,t}^i}{P_{H,t}^i}$, gdzie $P_{F,t}^i$ oznacza indeks cen konsumpcji importowanej kraju i wyrażony w jednostkach waluty tego kraju, natomiast $P_{H,t}^i$ oznacza indeks cen produkcji krajowej kraju i wyrażony w jednostkach waluty tego kraju. Zauważmy, że w przypadku $\eta = \gamma = \sigma = 1$ wyrażenie w nawiasie kwadratowym w 2.5.5 równa się 1, indeks CPI 2.1.20 przyjmuje postać $P_t = P_{H,t}^{1-\alpha} P_{F,t}^\alpha$ i powyższy warunek można zapisać jako⁴¹:

$$Y_t = C_t S_t^\alpha \quad (2.5.6)$$

Strona podaźowa - równowaga rynku pracy, zagregowany produkt

Poziom zatrudnienia w gospodarce krajowej zdefiniowany jest agregatem $N_t = \int_{[0,1]} N_t(j) dj$. Warunek czyszczenia się rynku pracy wymaga, by zachodziło:

$$N_t = \int_{[0,1]} N_t(j) dj = \int_{[0,1]} \frac{Y_t(j)}{G_t} dj = \frac{Y_t}{G_t} \int_{[0,1]} \left(\frac{P_{H,t}(j)}{P_{H,t}} \right)^{-\epsilon} dj \quad (2.5.7)$$

gdzie ostatnia równość w 2.5.7 korzysta z 2.5.3 i 2.5.5. Zagregowana zależność między produkcją, technologią i zatrudnieniem dana jest więc przez:

$$Y_t = G_t N_t \left(\int_{[0,1]} \left(\frac{P_{H,t}(j)}{P_{H,t}} \right)^{-\epsilon} dj \right)^{-1} \quad (2.5.8)$$

gdzie $V_t = \left(\int_{[0,1]} \left(\frac{P_{H,t}(j)}{P_{H,t}} \right)^{-\epsilon} dj \right)$ jest miarą dyspersji cen krajowych, a więc i krajowej produkcji pomiędzy przedsiębiorstwami. Można pokazać, że, w deterministycznym stanie ustalonym, występująca w 2.5.8 miara V_t dyspersji produkcji krajowej między firmami jest równa 1 z dokładnością do przybliżenia pierwszego rzędu, czyli, że wahania V_t są rzędu co najmniej drugiego⁴².

⁴⁰Przypomnijmy, że przyjęto $\kappa = 1$

⁴¹Niech $f(\eta) = ((1-\alpha)x^{1-\eta} + \alpha y^{1-\eta})^{\frac{1}{1-\eta}}$. Oznaczmy $\theta = 1 - \eta$. Mamy wtedy $\lim_{\eta \rightarrow 1} \ln f(\eta) = \lim_{\theta \rightarrow 0} \ln f(\theta) = \lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\ln((1-\alpha)x^\theta + \alpha y^\theta)}{\theta}$ i korzystając z reguły d'Hospitala mamy $\lim_{\theta \rightarrow 0} \ln f(\theta) = (1-\alpha) \ln x + \alpha \ln y$, czyli ostatecznie $\lim_{\eta \rightarrow 1} f(\eta) = e^{(1-\alpha) \ln x + \alpha \ln y} = x^{1-\alpha} y^\alpha$.

⁴²Zauważmy, że rozwijając funkcję podcałkową tożsamości $V_t(p_{H,t}(j)) = \int_{[0,1]} e^{-\epsilon(p_{H,t}(j) - p_{H,t})} dj$, gdzie $p_{H,t}(j) = \ln P_{H,t}(j)$ oraz $p_{H,t} = \ln P_{H,t}$, w szereg Taylora drugiego rzędu w otoczeniu deterministycznego stanu ustalonego, tj. w otoczeniu

Wynika z tego przybliżona zależność między zagregowanym produktem, zatrudnieniem i poziomem technologii:

$$Y_t = G_t N_t \quad (2.5.13)$$

W kolejnym paragrafie przedstawiamy log-liniowe przybliżenie modelu i interpretujemy istotne z punktu widzenia celu pracy zależności łączące poszczególne jego agregaty.

$p_{H,t}(j) = p_{H,t}$ otrzymamy:

$$1 - \epsilon \int_{[0,1]} \left(\frac{P_{H,t}(j)}{P_{H,t}} \right)^{-\epsilon} dj \approx \int_{[0,1]} (p_{H,t}(j) - p_{H,t}) dj + \frac{\epsilon^2}{2} \int_{[0,1]} (p_{H,t}(j) - p_{H,t})^2 dj \quad (2.5.9)$$

Teraz zauważmy, że z definicji indeksu cen krajowych $P_{H,t}$, tj. 2.1.15, wynika, że $\int_{[0,1]} \left(\frac{P_{H,t}(j)}{P_{H,t}} \right)^{1-\epsilon} dj = 1$, a ponieważ rozwinięcie $\int_{[0,1]} \left(\frac{P_{H,t}(j)}{P_{H,t}} \right)^{1-\epsilon} dj$ w szereg Taylora drugiego rzędu w otoczeniu deterministycznego stanu ustalonego jest następujące:

$$1 + (1 - \epsilon) \int_{[0,1]} (p_{H,t}(j) - p_{H,t}) dj + \frac{(1 - \epsilon)^2}{2} \int_{[0,1]} (p_{H,t}(j) - p_{H,t})^2 dj \quad (2.5.10)$$

otrzymujemy przybliżoną zależność:

$$p_{H,t} \approx \int_{[0,1]} p_{H,t}(j) dj + \frac{1 - \epsilon}{2} \int_{[0,1]} (p_{H,t}(j) - p_{H,t})^2 dj = E_j(p_{H,t}(j)) + \frac{1 - \epsilon}{2} \int_{[0,1]} (p_{H,t}(j) - p_{H,t})^2 dj \quad (2.5.11)$$

gdzie $E_j(p_{H,t}(j)) = \int_{[0,1]} p_{H,t}(j) dj$ oznacza przekrojową średnią logarytmów cen produkcji w gospodarce. Podstawiając 2.5.11 do 2.5.9 otrzymujemy:

$$\begin{aligned} & \int_{[0,1]} \left(\frac{P_{H,t}(j)}{P_{H,t}} \right)^{-\epsilon} dj \approx \\ & \approx 1 + \frac{\epsilon(1 - \epsilon)}{2} \int_{[0,1]} (p_{H,t}(j) - p_{H,t})^2 dj + \frac{\epsilon^2}{2} \int_{[0,1]} (p_{H,t}(j) - p_{H,t})^2 dj = \\ & = 1 + \frac{\epsilon}{2} \int_{[0,1]} (p_{H,t}(j) - p_{H,t})^2 dj \approx 1 + \frac{\epsilon}{2} \text{Var}_j(p_{H,t}(j)) \end{aligned} \quad (2.5.12)$$

Drugie z przekształceń w 2.5.12 wynika z faktu, że $\int_{[0,1]} P_{H,t}(j) dj - \int_{[0,1] \times [0,1]} P_{H,t}(j) dj = 0$, natomiast ostatnią przybliżoną zależność w 2.5.12 otrzymamy podstawiając w 2.5.12 przybliżone z dokładnością do pierwszego rzędu wyrażenie na $p_{H,t}$ z 2.5.11 i korzystając z faktu, że $\int_{[0,1]} (p_{H,t}(j) - p_{H,t})^2 dj \approx \int_{[0,1]} (p_{H,t}(j) - E_j(p_{H,t}(j)))^2 dj = \text{Var}_j(p_{H,t}(j))$. Z 2.5.12 wynika już, że w deterministycznym stanie ustalonym występująca w 2.5.8 miara V_t dyspersji produkcji krajowej między firmami jest równa 1 z dokładnością do przybliżenia pierwszego rzędu.

2.6 Dynamika modelu w równowadze.

W niniejszym paragrafie wyprowadzimy logarytmiczno-liniową postać modelu zaprezentowanego w paragrafie poprzednim. Na jej podstawie model można rozwiązać w otoczeniu stanu ustalonego⁴³. Przedstawiamy rekurencyjny układ zadający dynamikę modelu w otoczeniu stanu ustalonego. Małe litery oznaczają będą logarytmy odpowiednich zmiennych, jeżeli zostały one dotychczas zdefiniowane jako poziomy za pomocą wielkich liter⁴⁴.

2.7 Najważniejsze zależności

Wewnątrzokresowy i międzyokresowy warunek pierwszego rzędu reprezentatywnego gospodarstwa domowego 2.1.25 i 2.1.25 mają w logarytmach odpowiednio postać⁴⁵:

$$w_t - p_t = \sigma c_t + \varphi n_t \quad (2.7.1)$$

oraz:

$$c_t = E_t(c_{t+1}) - \frac{1}{\sigma}(i_t - E_t(\pi_{t+1}) - \rho) \quad (2.7.2)$$

Równanie ruchu konsumpcji 2.7.2 stanowi, że agenci wygładzają konsumpcję w czasie⁴⁶.

Równowagowa zależność między zagregowanym produktem, technologią i zatrudnieniem dana jest przez, por.2.5.13:

$$y_t = g_t + n_t \quad (2.7.3)$$

przy czym logarytm produktywności pracy w okresie t , tj. g_t , dany jest zależnością, por. 2.2.2:

$$g_t = a_t + f(t) \quad (2.7.4)$$

⁴³Stosunkowo łatwo to zrobić stosując metodę współczynników nieoznaczonych.

⁴⁴Tak więc np. stopy procentowe wyrażone są w poziomach a nie logarytmach.

⁴⁵Warunek 2.7.1 interpretujemy jako funkcję podaży pracy.

⁴⁶Wynika to z faktu, że rozwiązując 2.7.2 w przód otrzymamy $c_t = -\frac{1}{\sigma} \sum_{k=0}^{\infty} E_t(r_{t+k} - \rho)$, gdzie $r_t = i_t - E_t(\pi_{t+1})$ oznacza realną stopę procentową w okresie t . Zauważmy, że żeby takie rozumowanie miało sens ostatnia suma musi być zbieżna.

gdzie funkcja $f(t)$ determinuje stopę wzrostu technologii⁴⁷, natomiast, por. 2.2.3, składnik stochastyczny a_t dany jest przez:

$$a_t = \rho_a a_{t-1} + \xi_t \quad (2.7.5)$$

dla $\rho_a \in [0, 1]$. Jeśli $\rho_a < 1$, składnik ten jest stacjonarny i jedynym źródłem niestacjonarności w modelu może być trend deterministyczny $f(t)$. W analizie symulacyjnej przyjmujemy, że $\rho_a < 1$. Za funkcję trendu $f(t)$ przyjmujemy oszacowaną we Wprowadzeniu funkcję logistyczną, por.1.1.1. Parametr ρ_a wyznaczony został z modelu autoregresyjnego pierwszego rzędu odtrendowanego kwartalnym filtrem HP produktu *per capita*⁴⁸ w Polsce dla okresu 1995Q1 - 2008Q2:

$$a_t^{HP} = \rho_a a_{t-1}^{HP} + \xi_t \quad (2.7.6)$$

Logarytmiczno-liniowe przybliżenie pierwszego rzędu efektywnego *terms of trade* zdefiniowanego zależnością 2.3.6 w otoczeniu symetrycznego stanu ustalonego⁴⁹ jest następujące:

$$s_t = p_{F,t} - p_{H,t} \approx \int_{[0,1]} s_{i,t} di \quad (2.7.7)$$

gdzie, jak wynika z 2.3.6, $s_{i,t} = p_{i,t} - p_{H,t}$ ⁵⁰. Z 2.7.7 wynika, że logarytmiczno-liniowe przybliżenie pierwszego rzędu indeksu CPI gospodarki krajowej w otoczeniu symetrycznego stanu ustalonego⁵¹, daje przybliżoną zależność między indeksem CPI i *terms of trade*^{52, 53}:

$$p_t = (1 - \alpha)p_{H,t} + \alpha p_{F,t} = p_{H,t} + \alpha s_t \quad (2.7.8)$$

Wpływ logarytmicznego indeksu cen produkcji importowanej na logarytm krajowego indeksu CPI jest więc proporcjonalny do stopnia otwartości gospo-

⁴⁷Zauważmy, że $E_t \frac{\partial g_t}{\partial t} = \frac{\partial f(t)}{\partial t}$ ponieważ $E_t \frac{\partial a_t}{\partial t} = 0$.

⁴⁸Jako przybliżenia produktywności pracy.

⁴⁹Symetryczny stan ustalony jest stanem ustalonym, w którym zachodzi $S_{i,t} = 1$ dla każdego $i \in [0, 1]$. Założenie to ma katalog konsekwencji i powołując się na założenie symetrycznego stanu ustalonego będziemy się do poszczególnych z nich odnosić.

⁵⁰Więc w symetrycznym stanie ustalonym mamy $s_{i,t} = 0$ dla każdego $i \in [0, 1]$.

⁵¹Tj. stanu ustalonego w którym $P_{H,t} = P_{F,t}$.

⁵²Niech $f(x, y) = ((1 - \alpha)x^{1-\eta} + \alpha y^{1-\eta})^{\frac{1}{1-\eta}}$ oraz niech $h(x, y) = \ln f(\ln x, \ln y)$. Rozwinięcie funkcji $h(x, y)$ w szereg Taylora pierwszego rzędu w otoczeniu punktu $(x, y) = (p, p)$ daje: $h(x, y) \approx h(p, p) + dh(x, y) |_{(x,y)=(p,p)}$ $d(x, y) = (1 - \alpha)x + \alpha y$, gdzie $d(x, y) = (x, y) - (p, p)$.

⁵³Zauważmy, że zależności 2.7.7 i 2.7.8 są dokładne, jeśli tylko $\eta = \gamma = 1$.

darki na wymianę handlową mierzonego parametrem α . W pracy przybliżamy jego wartość udziałem importu w PKB Polski w 2007. Biorąc obustronnie przyrosty w 2.7.8 otrzymujemy przybliżoną relację pokazującą, że przyrost *terms of trade* stanowi klin między logarytmem wskaźnika inflacji CPI a logarytmem wskaźnika cen produkcji krajowej:

$$\pi_t = \pi_{H,t} + \alpha \Delta s_t \quad (2.7.9)$$

Log-linearyzacja indeksu cen produkcji importowanej $P_{F,t}$ danej przez 2.1.17 wokół symetrycznego stanu ustalonego⁵⁴ przy wykorzystaniu definicji bilateralnego nominalnego kursu walutowego 2.3.1 daje zależność⁵⁵:

$$p_{F,t} \approx \int_{[0,1]} (er_{i,t} + p_{i,t}^i) di = e_t + p_t^* \quad (2.7.10)$$

gdzie $p_{i,t}^i = \int_{[0,1]} p_{i,t}^i(j) dj$ oznacza logarytm indeksu cen krajowych gospodarki $i \in [0, 1]$ wyrażony w jednostkach waluty gospodarki i , $e_t = \int_{[0,1]} e_{i,t}(i) di$ oznacza logarytm efektywnego nominalnego kursu walutowego gospodarki krajowej, natomiast $p_t^* = \int_{[0,1]} p_{i,t}^i di$ oznacza logarytm indeksu CPI gospodarki światowej. Podstawiając 2.7.7 w 2.7.10 otrzymamy przybliżoną zależność między cenami produkcji krajowej, indeksem cen gospodarki światowej, nominalnym efektywnym kursem walutowym i efektywnym *terms of trade*:

$$s_t = e_t + p_t^* - p_{H,t} \quad (2.7.11)$$

Jeśli założymy, że ceny produkcji zagranicznej są stałe, to wpływ inflacji cen produkcji krajowej na *term of trade* zależy tylko od zmiany nominalnego kursu walutowego. Dla kursu sztywnego konsekwencją inflacji jest spadek *terms of trade*. W reżimie kursu płynnego jedynie nominalna deprecjacja może powstrzymać spadek tego wskaźnika. Można następnie pokazać⁵⁶, że

⁵⁴Tj. stanu, w którym bilateralne nominalne kursy walutowe wszystkich gospodarek są równe 1 (ich logarytmy są równe 0) i wszystkie ceny są równe 1 w kategoriach nominalnych.

⁵⁵Niech $x = x(i)$, $y = y(i)$, $f(x, y) = [\int_{[0,1]} (xy)^{1-\gamma} di]^{\frac{1}{1-\gamma}}$ oraz niech $h(x, y) = \ln f(\ln x, \ln y) = \frac{1}{1-\gamma} \ln \int_{[0,1]} e^{(1-\gamma)x} e^{(1-\gamma)y} di$. Rozwijając funkcję podcałkową w szereg Taylora pierwszego rzędu w otoczeniu punktu $(x, y) = (0, 0)$ otrzymujemy $h(x, y) \approx \frac{1}{1-\gamma} \ln \int_{[0,1]} [1 + (1-\gamma)(x+y)] di$ i korzystając z faktu, że $\ln(1+z) \approx z$, mamy w przybliżeniu $h(x, y) \approx \int_{[0,1]} (x+y) di$.

⁵⁶Zgodna z definicją 2.3.5 log-linearyzacja efektywnego kursu walutowego gospodarki

równanie uzależniające produkcję krajową od realnej stopy procentowej i przyrostu produktu światowego:

$$\begin{aligned}
y_t &= E_t(y_{t+1}) - \frac{1}{\sigma}(i_t - E_t(\pi_{t+1}) - \rho) - \frac{\alpha\omega}{\sigma}E_t(\Delta s_{t+1}) = \\
&= E_t(y_{t+1}) - \frac{1}{\sigma}(i_t - E_t(\pi_{H,t+1}) - \rho) - \frac{\alpha\Theta}{\sigma}E_t(\Delta s_{t+1}) = \\
&= E_t(y_{t+1}) - \frac{1}{\sigma_\alpha}(i_t - E_t(\pi_{t+1}) - \rho) - \alpha\Theta E_t(\Delta y_{t+1}^*)
\end{aligned} \tag{2.7.17}$$

gdzie $\Theta = (\sigma\gamma - 1) + (1 - \alpha)(\sigma\eta - 1) = \omega - 1$.

Korzystając z przybliżonej zagregowanej funkcji produkcji 2.7.3, definicji wprowadzonych w rozdziale 2.3 i równania popytu na pracę 2.1.25 loga-
krajowej dana jest przez $q_t = \int_{[0,1]} q_{i,t} di$, gdzie $q_{i,t} = \ln \Xi_{i,t}$. Wynika z tego, że:

$$\begin{aligned}
q_t &= \int_{[0,1]} (e_{i,t} + p_t^i - p_t) di = e_t + p_t^* - p_t = \\
& \quad s_t + p_{H,t} - p_t \approx (1 - \alpha)s_t
\end{aligned} \tag{2.7.12}$$

gdzie ostatnia z równości w 2.7.12 wynika z przybliżenia w otoczeniu symetrycznego stanu ustalonego lewej jej strony. Spadające *terms of trade* równoważne jest realnej aprecjacji, co wynika z faktu, że spadek *terms of trade* mógł nastąpić tylko wtedy, gdy nominalny kurs walutowy wzrósł nie mocniej niż poziom cen produkcji krajowe. Log-liniową zależność łączącą konsumpcję krajową c_t oraz konsumpcję gospodarki światowej $c_t^* = \int_{[0,1]} c_t^i di$, por. 2.1.14, otrzymujemy logarytmując obustronnie i całkując po względem i po $[0, 1]$ warunek międzynarodowego podziału ryzyka 2.4.5:

$$c_t = c_t^* + \frac{1}{\sigma}q_t \approx c_t^* + \left(\frac{1 - \alpha}{\sigma}\right)s_t \tag{2.7.13}$$

Log-liniowa aproksymacja pierwszego rzędu wokół symetrycznego stanu ustalonego równowagowej zależności łączącej produkt, konsumpcję, *terms of trade* oraz realny kurs walutowy 2.5.5 ma postać:

$$y_t \approx c_t + \alpha\gamma s_t + \alpha\left(\eta - \frac{1}{\sigma}\right)q_t \approx c_t + \frac{\alpha\omega}{\sigma}s_t \tag{2.7.14}$$

przy czym pierwsza z równości w 2.7.3 korzysta z 2.7.8. Zauważmy, że warunek postaci 2.7.14 zachodzić musi dla każdej z kontinuum gospodarek w $[0, 1]$, więc przepisując go dla generycznego kraju i jako $y_t^i \approx c_t^i + \frac{\alpha\omega}{\sigma}s_t^i$, całkując względem i po $[0, 1]$ i uwzględniając symetryczność $\int_{[0,1]} s_t^i di = 0$ mamy warunek czyszczenia się rynku światowego:

$$y_t^* = c_t^* \tag{2.7.15}$$

gdzie przyjęto oznaczenie $y_t^* = \int_{[0,1]} y_t^i di$ dla logarytmicznego indeksu produktu światowego oraz $c_t^* = \int_{[0,1]} c_t^i di$ dla logarytmicznego indeksu konsumpcji światowej. Łącząc trzy ostatnie zależności, tj. 2.7.13, 2.7.14 oraz 2.7.15 otrzymujemy:

$$y_t = y_t^* + \frac{1}{\sigma_\alpha s_t} \tag{2.7.16}$$

gdzie $\sigma_\alpha = \frac{\sigma}{1 + \alpha(\omega - 1)} > 0$. Podstawiając do 2.7.14 równanie ruchu konsumpcji 2.7.2 dostajemy równanie uzależniające produkcję krajową od realnej stopy procentowej i przyrostu produktu światowego 2.7.17.

rytm kosztu krańcowego przedsiębiorstwa 2.2.10 uzależnić można od logarytmicznych indeksów produkcji krajowej i światowej, *terms of trade* oraz logarytmu technologii gospodarki krajowej⁵⁷:

$$\begin{aligned} mc_t &= -\nu + w_t - p_{H,t} - g_t = \sigma c_t + \varphi n_t + \alpha s_t - g_t = \\ &= \sigma y^* + \varphi y_t + s_t - (1 - \varphi)g_t \end{aligned} \quad (2.7.18)$$

gdzie $\nu = -\ln(1-\tau)$. Uwzględniając w 2.7.18 zależność równowagową 2.7.16 można pozbyć się w 2.7.18 *terms of trade*:

$$mc_t = -\nu + (\sigma - \sigma_\alpha)y^* + (\sigma_\alpha + \varphi)y_t - (1 - \varphi)g_t \quad (2.7.19)$$

Wymuszając w 2.7.19 $mc_t = -\mu$, gdzie $\mu = \ln \Upsilon$ ⁵⁸, i rozwiązując ze względu na y_t otrzymujemy wyrażenie na naturalny poziom produktu y_t^n ⁵⁹, który dany jest egzogenicznie przez poziom produktywności pracy oraz przyrost produkcji w gospodarce światowej:

$$y_t^n = \frac{\nu - \mu}{\sigma_\alpha + \varphi} + \frac{1 + \varphi}{\sigma_\alpha + \varphi}g_t - \frac{\alpha\sigma_\alpha\Theta}{\sigma_\alpha + \varphi}y_t^* \quad (2.7.20)$$

Dynamika modelu w równowadze wyrażona zostanie w kategoriach odchylenia produktu od produktu naturalnego, tj. luki popytowej, $\tilde{y}_t = y_t - y_t^n$, oraz inflacji cen produkcji krajowej $\pi_{H,t}$. Kanoniczna reprezentacja dynamiki sprowadza się do układu rekurencyjnego składającego się z dynamicznej krzywej IS (w skrócie DIS) gospodarki otwartej:

$$\tilde{y}_t = E_t(\tilde{y}_{t+1}) - \frac{1}{\sigma_\alpha}(i_t - E_t(\pi_{H,t+1}) - r_t^n) \quad (2.7.21)$$

gdzie przyjęto oznaczenie:

$$r_t^n = \rho + \frac{\sigma_\alpha(1 + \varphi)}{\sigma_\alpha + \varphi}E_t(\Delta g_{t+1}) + \frac{\alpha\sigma_\alpha\Theta\varphi}{\sigma_\alpha + \varphi}E_t(\Delta y_t^*) \quad (2.7.22)$$

dla naturalnego poziomu realnej stopy procentowej w gospodarce, oraz nowokeynesowskiej krzywej Philipsa (w skrócie NKPC):

$$\pi_{H,t} = \beta E_t(\pi_{H,t+1}) + \lambda(\sigma_\alpha + \varphi)\tilde{y}_t \quad (2.7.23)$$

⁵⁷Drugie z przekształceń wynika z tożsamości $w_t - p_{H,t} = w_t - p_t + p_t - p_{H,t}$, trzecie korzyststa natomiast z równowagowego warunku 2.7.14

⁵⁸Tzn. μ jest kosztem krańcowym w stanie ustalonym, lub, równoważnie, kosztem krańcowym przy braku sztywności w jego dostosowaniu.

⁵⁹Produkt naturalny jest więc produktem, jaki realizowałby się w gospodarce bez frykcji, gdy firmy w każdym okresie mają możliwość ustalania marży monopolistycznej, tj. ceny, na optymalnym poziomie.

Równanie DIS 2.7.21 otrzymujemy bezpośrednio z równania ruchu produktu gospodarki otwartej 2.7.17, natomiast nowokeynesowską krzywą Philipsa otrzymujemy łącząc wyrażenia $\pi_{H,t} = \beta E_t(\pi_{H,t+1}) + \lambda \tilde{m}c_t$ oraz $\tilde{m}c_t = (\sigma_\alpha + \varphi)\tilde{y}_t$, gdzie $\tilde{m}c_t = mc_t + \mu$ jest odchyleniem kosztu krańcowego przedsiębiorstw od ich optymalnego poziomu w stanie ustalonym⁶⁰. Rekurencyjny charakter układu 2.7.21 i 2.7.23 polega na tym, że krzywa DIS wyznacza lukę popytową w zależności od oczekiwanej ścieżki naturalnej⁶¹ i faktycznej realnej stopy procentowej⁶², natomiast równanie NKPC wyznacza poziom inflacji w gospodarce w zależności od oczekiwanej ścieżki luki popytowej. Aby wyznaczyć ścieżki zmiennych realnych: luki popytowej \tilde{y}_t oraz inflacji cen produkcji krajowej $\pi_{H,t}$ ⁶³, należy jeszcze wskazać równanie definiujące proces nominalnej stopy procentowej i_t , tzn. równanie⁶⁴ polityki pieniężnej. Przyjmujemy, że jest ono dane regułą Taylora:

$$i_t = \rho + \phi_\pi \pi_{H,t} + \phi_y \tilde{y}_t \quad (2.7.24)$$

⁶⁰Obydwa związki wynikają z optymalizacji cen przez przedsiębiorstwa

⁶¹Ścieżka naturalnego poziomu realnej stopy procentowej dana jest egzogenicznie przez proces produktywności pracy i proces produktu światowego.

⁶²Jest tak ponieważ rozwiązując 2.7.21 do przodu otrzymamy: $\tilde{y}_t = -\frac{1}{\sigma_{alpha}} \sum_{k=0}^{\infty} (r_{t+k} - r_{t+k}^n)$, gdzie $r_t = i_t - E_t(\pi_{H,t})$ oznacza faktyczną realną stopę procentową w gospodarce w okresie t . Żeby ta suma była dobrze określona wymaga się, żeby efekty sztywności nominalnych zanikały w czasie, tj. żeby zachodziło $\lim_{\tau \rightarrow \infty} \tilde{y}_{t+\tau} = 0$.

⁶³A na ich podstawie i na podstawie założonych trajektorii zmiennych egzogenicznych ścieżki pozostałych zmiennych modelu.

⁶⁴Przynajmniej jedno.

Rozdział 3

Analiza symulacyjna - wnioski

Po przeprowadzeniu log-linearyzacji ustosunkujemy się do kwestii poruszonych we Wprowadzeniu. Prezentujemy wnioski z przeprowadzonych symulacji modelu. Został on uprzednio skalibrowany na danych dla polskiej gospodarki z lat 1995Q1 - 2007Q4¹.

3.1 Konwergencja produktywności i gra na konwergencję stóp procentowych

Z definicji 2.7.22 odczytać można jakie konsekwencje dla naturalnego poziomu realnej stopy procentowej ma zmiana w czasie produktywności pracy². Kierunek wpływu innowacji procesu produktywności zależy od własności dynamicznych procesu generującego produktywność. Ważny więc jest nie tyle sam szok, ile oczekiwania co do jego charakteru, tzn. co do stopnia trwałości. Szok stacjonarny³, nietrwały, obniża naturalną stopę procentową i obniża lukę popytową. Jest tak dlatego, że po szoku przejściowym produkt rośnie wolniej niż produkt naturalny. Szok procesu przyrostostacjonarnego bez dryfu nie wpływa ani na naturalną stopę realną, ani na lukę popytową⁴. Szok o trwałym charakterze podwyższa natomiast naturalną realną stopę procentową. Tak więc obecność trendu deterministycznego w procesie produktywności powoduje, że naturalny poziom realnej stopy procentowej jest prze-

¹Kalibracja modelu została przeprowadzona jak w Gali (2008) w sposób standardowy dla literatury przedmiotu, por. Canova (2007).

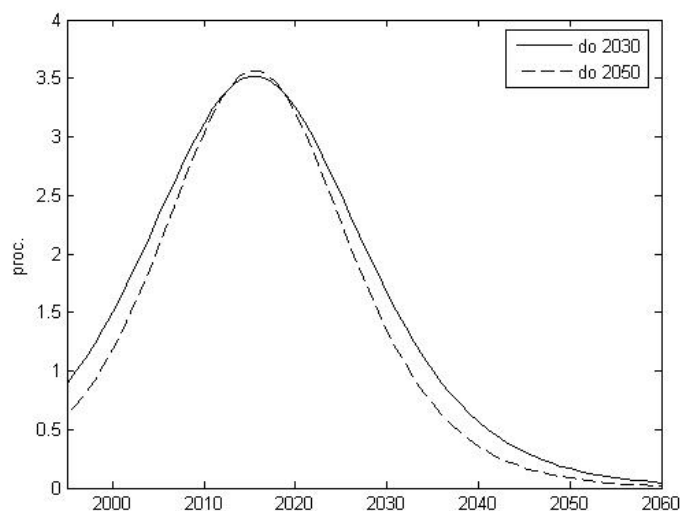
²Zakładając, że przyrost produktu w gospodarce światowej jest zerowy.

³Tzn. taki, dla którego jest $E_t(\Delta g_t) < 0$.

⁴Dla szoku tego typu *a priori* oczekujemy zawsze zerowego przyrostu produktywności.

ciężnie⁵ wyższy niż jej poziom zgodny z zerową inflacją i zamkniętą luką. W konsekwencji tworzy się presja na lukę popytową i inflację. Bezpośredni wpływ trwałego wzrostu produktywności pracy na lukę popytową zależy od reakcji banku centralnego. W szczególnym przypadku, kiedy władze monetarne ustalają w każdym okresie stopę procentową na poziomie zgodnym z równowagą, tzn. $i_t = \rho$, oczekiwany wzrost produktywności w całości przenosi się na lukę popytową. Z drugiej strony, władze monetarne mogą reagować dowolnie mocno i efekt będzie wtedy odwrotny. Po środku znajduje się sytuacja, kiedy bank centralny dokładnie niweluje efekt wzrostu produktywności. Można pokazać, że reguła polityki pieniężnej postaci $i_t = r_t^n + \phi_\pi \pi_{H,t} + \phi_y \tilde{y}_t$ zapewnia stabilizację luki popytowej i krajowej inflacji⁶. Wynika to z faktu, że wprowadzając ją do równania DIS, wpływ zmian naturalnej realnej stopy procentowej zostaje wyeliminowany. Sytuacja, w której nominalna stopa procentowa doznaje ujemnego szoku, tworzy jednak presję na otwarcie się luki popytowej. Ogólnie, egzogeniczna ingerencja w równanie polityki pieniężnej może potencjalnie generować stratę społeczną.

Rysunek 7. Implikowane roczne stopy wzrostu produktywności pracy.



⁵Ponieważ szoki przejściowe mogą w niektórych okresach oddziaływać na naturalną realną stopę procentową w kierunku przeciwnym niż trend deterministyczny.

⁶Dostatecznym warunkiem pozbycia się problemu stochastycznych cen jest założenie, że $\kappa_\alpha(\phi_\pi - 1) + (1 - \beta)\phi_y > 0$.

Rozpatrzmy teraz trzy scenariusze stabilizacji na ścieżce konwergencji gospodarki, które *ex ante* ma niższy niż unia walutowa poziom rozwoju gospodarczego mierzonego produktem *per capita*. W każdym z nich uwzględnione zostaną dwa przypadki: realnej konwergencji rozpisanej do 2050 r. i 2035 r. Rysunek 7. przedstawia implikowane roczne stopy wzrostu produktywności pracy w obydwu przypadkach. Zostały one wyznaczone na podstawie oszacowań modelu trendu logistycznego 1.1.1.

W pierwszym scenariuszu gospodarka krajowa dogania unię walutową i w całym okresie realnej konwergencji efektywnie sprawuje politykę pieniężną, tzn. bezfrykcyjnie reaguje na oczekiwane na ścieżce konwergencji przyrosty produktywności. W drugim scenariuszu, interpretowanym jako wynik gry na konwergencję stopy procentowej, nominalna stopa procentowa gospodarki krajowej jest średnią ważoną stopy danej przez równanie polityki pieniężnej 2.7.24, którą oznaczymy symbolem i_t^{TR} , oraz stopy ustalonej przez unijny bank centralny, czyli ρ ⁷:

$$i_t = \delta_t i_t^{TR} + (1 - \delta_t)\rho \quad (3.1.1)$$

gdzie w uproszczeniu przyjęto, że $\delta_t = \frac{N-t}{N}$ dla $t=0,1,\dots,N$. Oznacza to, że $\delta_0 = 1$, tzn. w okresie $t = 0$ ⁸ stopa procentowa jest na poziomie wynikającym z reguły Taylora, następnie doznaje systematycznie coraz większego szoku w kierunku stopy unijnej, by w okresie $t = N$ ⁹, dla $\delta_N = 0$, przyjąć wartość ρ . W trzecim scenariuszu rozważamy dwa przypadki. W pierwszym ustalamy $i_t = i_t^{TR}$ dla $t < t^*$, natomiast dla $t > t^*$ przyjmujemy $i_t = \rho$ oraz $\Delta er_{i,t} = 0$, co odpowiada pełnemu uczestnictwu w unii walutowej od chwili t^* . Do chwili t^* nominalna stopa procentowa gospodarki krajowej nie doświadcza więc ujemnych szoków. W drugim przypadku, do chwili t^* ma miejsce gra na konwergencję, przy czym stopa procentowa zbiega do poziomu unijnego w okresach $0,1,2,\dots,t^*$, tzn. w 3.1.1 przyjęto $\delta_t = \frac{t^*-t}{t^*}$ dla $t=0,1,\dots,t^*$. W każdym scenariuszu aproksymujemy stratę społeczną wynikającą z wariacji luki popytowej i inflacji. Wyrażona jest ona w procentach konsumpcji w stanie ustalonym¹⁰.

⁷Zakładamy, że unia walutowa jest w równowadze, do której gospodarka krajowa konwerguje. Jest ona zgodna z regułą $i_t = \rho$. Równość równowagowej stopy dla gospodarki krajowej i unii walutowej wynika z założenia takich samych preferencji.

⁸Okres $t = 0$ odpowiada 1995 r.

⁹A więc w chwili zakończenia konwergencji.

¹⁰Zastosowana procedura aproksymacji straty społecznej bazuje na metodologii zapro-

Tabela 1. Porównanie straty społecznej przy pełnej stabilizacji oraz przy grze na konwergencję stóp procentowych.

	Pełna stabilizacja	Gra na konwergencję stopy procentowej
Konwergencja do 2050 r.	0.55%	0.66%
Konwergencja do 2035 r.	0.45%	0.53%

Wyniki symulacji modelu dla dwóch pierwszych scenariuszy przedstawia Tabela 1. Wynika z niej, że niezależnie od przyjętego scenariusza, szybsza realna konwergencja oznacza niższą stratę społeczną. Wniosek ten wynika z tego, że po dokonaniu się realnej konwergencji gospodarka krajowa staje się symetryczna względem unii walutowej i razem z nią znajduje się w równowadze, a więc obie wymagają takiego samego poziomu stabilizującej stopy procentowej. Scenariusz gry na konwergencję generuje wyższą stratę społeczną o 0.08 pp i 0.11 pp dla szybszej i wolniejszej realnej konwergencji odpowiednio.

Badania symulacyjne oparte na modelu DSGE przedstawione w pracy Daras i Hagemeyer (2008) kwantyfikują długookresowe efekty wprowadzenia wspólnej waluty w Polsce na 7.5% w odniesieniu do wskaźnika PKB. Wzrost straty społecznej w scenariuszu, w którym polityka stabilizacja banku centralnego jest zakłócona¹¹ o 0.08 pp i 0.11 pp stanowi odpowiednio 1% i 1.4% tej wielkości. Kontrybucja ujemnego szoku stopy procentowej wynikającego z dążenia do uczestnictwa w unii walutowej w stosunku do scenariusza pełnej

ponowanej w pracy Rotemberg i Woodford (1999). Metodologia ta opiera się na przybliżeniu drugiego rzędu straty użyteczności reprezentatywnego gospodarstwa domowego wynikającej z odchylenia się od efektywnej alokacji w stanie ustalonym. W wyniku przybliżenia otrzymujemy funkcję straty w otoczeniu efektywnego stanu ustalonego postaci:

$$W = -\frac{1-\alpha}{2} E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left(\frac{\epsilon}{\lambda} \pi_{H,t}^2 + (1-\phi) \tilde{y}_t^2 \right)$$

Formalne jej wyprowadzenie w modelu DSGE gospodarki otwartej znaleźć można w monografii Gali (2008). Aby było ono uprawnione wprowadzone zostało subsydlum siły roboczej τ , por. 2.2.10 niwelujące siłę monopolistyczną przedsiębiorstw, które zapewnia efektywność alokacji w stanie ustalonym. Powyższa funkcja może być aproksymowana statystyką, por. Gali (2008):

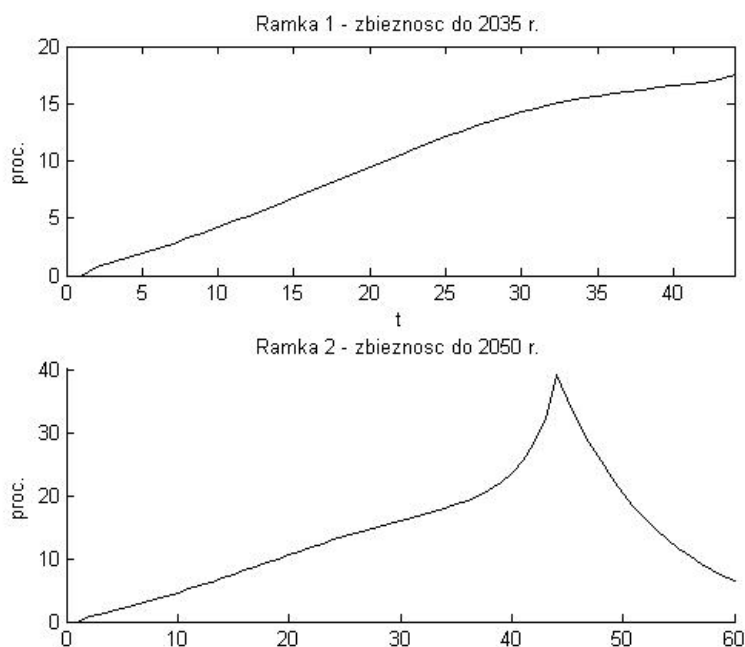
$$\hat{W} = -\frac{1-\alpha}{2} \left(\frac{\epsilon}{\lambda} \text{Var}(\pi_{H,t}) + (1-\phi) \text{Var}(\tilde{y}_t) \right)$$

¹¹Strata społeczna odnosi się do wielkości konsumpcji w stanie ustalonym, jednak obie miary można porównać, gdyż w wykorzystanym modelu w równowadze konsumpcja jest równa produktowi.

stabilizacji i nieuczestniczenia w unii jest więc niewielka. Należy podkreślić, że wyniki ilościowe modelu stylizowanego trzeba traktować z ostrożnością¹². Przechodzimy teraz do oszacowania wpływu gry na konwergencję stóp procentowych na lukę popytową.

Rysunek 8 przedstawia trajektorię odchylenia luki popytowej wygenerowanej przy założeniu gry na konwergencję od luki wygenerowanej przy pełnej stabilizacji władz monetarnych. Odchylenie luki popytowej przy założeniu gry na konwergencję stopy procentowej w stosunku do pełnej stabilizacji stanowi przybliżoną kwantyfikację boomu kredytowego wygenerowanego w konsekwencji ujemnego szoku krajowej stopy procentowej. W scenariuszu szybszej realnej konwergencji (do 2035 r.) stosunek luk popytowych stale rośnie. Wynika to z tego, że dojście produktywności pracy do poziomu unii nie jest w nim gładkie, jak w przypadku zbieżności do 2050 r. Z rysunku tego odczytać można, że przy szybszej realnej konwergencji luka popytowa w przypadku gry na konwergencję stóp procentowych nie przewyższa luki generowanej przy autonomicznej stabilizacji o więcej niż 20%, natomiast przy realnej konwergencji trwającej do 2050 r. różnica dochodzi do 40%.

Rysunek 8. Luka popytowa pod wpływem gry na konwergencję.



¹²Mowa o modelu wykorzystanym w niniejszej pracy.

Spiczasty kształt wykresu przedstawionego w Ramce 2 wynika z tego, że zmiana stosunku luk popytowych wynika z dwóch źródeł, których kształt wykresu jest wypadkową: zmiany stopy wzrostu produktywności pracy oraz ujemnego szoku nominalnej stopy procentowej. Pod koniec okna czasowego, ponieważ w przypadku realnej konwergencji rozpisanej do 2050 r. doganianie do poziomu unii jest gładkie, efekt niskiej stopy wzrostu produktywności przeważa nad efektem spadku stopy procentowej. Wnioski z Rysunku 8 potwierdzają, że przy szybszej konwergencji realnej efekty gry na konwergencję stóp procentowych są mniejsze.

Przechodzimy teraz do wyników trzeciego ćwiczenia, w którym gospodarka krajowa integruje się z unią walutową w różnych punktach czasu, a do chwili integracji ma miejsce gra na konwergencję stopy procentowej.

W Tabeli 2 przedstawiamy znormalizowaną (przyjęcie waluty natychmiast generuje stratę równą 100) stratę społeczną, która wynika z przyjęcia unijnej stopy procentowej w różnych okresach¹³ w przypadku pełnej stabilizacji (kolumna 1) oraz w przypadku gry na konwergencję stóp procentowych (kolumna 2). W przypadkach pełnej stabilizacji strata maleje w czasie. Wynika to z dwóch mechanizmów. Po pierwsze późniejsze ustalenie unijnej stopy procentowej oznacza dłuższą efektywną stabilizację, po drugie, wraz z postępem realnej konwergencji stopa stabilizująca gospodarkę krajową zbiega do stopy stabilizującej unię. Malejąca w czasie strata w przypadku pełnej stabilizacji odzwierciedla efekt wygładzania konsumpcji w czasie, kiedy gospodarstwa domowe spodziewając się rosnącej produktywności tworzą presję na lukę popytową w początkowych okresach. W miarę realizacji wzrostu produktywności presja na otwieranie się luki maleje.

Z Tabeli 2 wynika także, że gra na konwergencją stóp procentowych zwiększa koszt integracji, jednak z czasem w coraz mniejszym stopniu. Wynika to z faktu, że w bliskim horyzoncie przyjęcia wspólnej waluty efekt gry na konwergencję realizuje się szybko, tzn. stopa procentowa w bliskim horyzoncie czasowym doznaje większego ujemnego szoku.

Teoretycznie, zniwelowanie skutków gry na konwergencję mogłoby być osiągnięte poprzez zaskoczenie rynków międzynarodowych przyjęciem wspólnej

¹³W drugiej kolumnie w nawiasach podano stosunek odpowiednich wartości z kolumny drugiej i pierwszej. W trzeciej kolumnie w nawiasach podano stosunek odpowiednich wartości z kolumny trzeciej i drugiej.

waluty szybciej, niż one tego oczekują. W ostatnim wierszu Tabeli 2 przedstawiona jest strata społeczna przy założeniu, do chwili przyjęcia wspólnej waluty realizuje się scenariusz gry na konwergencję, w którym rynki międzynarodowe zakładają, że wspólna waluta zostanie przyjęta w 2035 r. W momencie wejścia do unii walutowej (które następuje w okresach korespondujących z odpowiednimi wierszami Tabeli 2), gra na konwergencję zostaje przerwana i gospodarka krajowa przyjmuje unijną stopę procentową jako instrument polityki pieniężnej.

Tabela 2. Strata społeczna przy integracji w różnych punktach czasu.

Rok przejścia.	Pełna stabilizacja do chwili przejścia.	Gra na konwergencję do chwili przejścia.	Nieoczekiwana integracja
2008	100	100 (1)	100 (0)
2010	37.27	79.80 (2.14)	37.80 (0.47)
2012	10.41	39.09 (3.75)	11.06 (0.28)
2016	8.91	21.69 (2.43)	9.66 (0.44)
2020	7.41	12.35 (1.66)	8.48 (0.60)
2035	6.55	8.80 (1.34)	6.65 (0.75)
2050	5.90	7.08 (1.2)	5.90 (0.83)

Z przytoczonych oszacowań wynika następujące spostrzeżenie. W bliskich horyzontach przyjęcia wspólnej waluty szybka i nieoczekiwana integracja z obszarem walutowym pozwala wydatnie (o ponad 50%) zmniejszyć efekt gry na konwergencję. Praktyczna implementacja takiej strategii mogłaby być utrudniona ze względu na obowiązek uczestniczenia w mechanizmie ERM II przez co najmniej 2 lata. Jeśli jednak uznać system ERM II za dostatecznie dobre przybliżenie reżimu kursu stałego, niespodziewanie szybkie ogłoszenie wejścia do tego mechanizmu mogłoby potencjalnie generować wskazany pozytywny efekt.

3.2 Kryterium inflacyjne i kursu walutowego.

Spełnienie kryterium inflacyjnego i stabilności nominalnego kursu walutowego stanowi warunek konieczny pełnego uczestnictwa w unii walutowej. Prognozowana przez model aprecjacja realnego kursu walutowego stanowi potencjalną przeszkodę w spełnieniu kryterium inflacyjnego po wejściu w system ERM II.

Przy prezentacji graficznej ograniczamy się do przypadku, w którym parytet centralny ustalony jest na poziomie równowagowym¹⁴. Pod koniec paragrafu przedstawiamy kwantyfikację konsekwencji ustalenia zbyt wysokiego parytetu¹⁵.

W niniejszym paragrafie podejmujemy próbę oszacowania prawdopodobieństwa spełnienia kryterium walutowego w systemie ERM II. Rozważamy przy tym dwa przypadki: w pierwszym system ERM II przybliżany jest reżimem kursu stałego, w drugim natomiast dopuszczamy zmienność kursu nominalnego w granicach przewidzianych w ramach tego systemu. Zakładamy, że w systemie ERM II gospodarka krajowa ustala parytet centralny waluty krajowej w stosunku do waluty unijnej i bazując na implikowanej stopie deprecjacji kursu realnego wyliczamy prawdopodobieństwo spełnienia kryterium inflacyjnego. W tym celu, tak jak w pracy Bruha i Podpiera (2007), dekomponujemy prognozowaną stopę deprecjacji kursu realnego na stopę deprecjacji kursu nominalnego i różnicę inflacyjną¹⁶:

$$\Delta q_t = \Delta er_t + \pi_t^* - \pi_{H,t} \quad (3.2.1)$$

gdzie er_t oznacza nominalny kurs walutowy gospodarki krajowej w stosunku do unii¹⁷, π_t^* oznacza natomiast stopę inflacji w unii walutowej. Na podstawie implikowanej trajektorii deprecjacji kursu realnego i przy założeniu, że $\pi_t^* = 0.02$, wyliczana jest ścieżka inflacji gospodarki krajowej:

$$\pi_{H,t} = \pi_t^* - \Delta q_t \quad (3.2.2)$$

przy założeniu, że spełnione jest kryterium stabilności nominalnego kursu walutowego, tzn. $\Delta er_t = 0$ ¹⁸. Otrzymana w ten sposób ścieżka inflacji powinna być porównana z nieznaną¹⁹ ścieżką kryterium inflacyjnego, które oznaczymy przez $\tilde{\pi}_t$. Prawdopodobieństwa spełnienia kryterium inflacyjnego

¹⁴W prezentowanym modelu parytetem zbyt wysokim, tzn. generującym dodatkową presję inflacyjną, będzie każdy parytet powyżej kursu równowagowego w stanie ustalonym. Analogiczna uwaga dotyczy parytetu zbyt niskiego.

¹⁵A więc, ze względu na symetryczność, także zbyt niskiego kursu walutowego w stosunku do wspólnej waluty.

¹⁶Zakładamy dla uproszczenia, że inflacja CPI gospodarki krajowej jest równa inflacji cen produkcji krajowej.

¹⁷Jest to efektywny kurs walutowy gospodarki krajowej.

¹⁸System ERM II przybliżany jest więc reżimem kursy niezmiennego.

¹⁹Przyszlą.

można przybliżyć korzystając ze statystyki:

$$t = \frac{\tilde{\pi}_t - \pi_{H,t}}{\sigma} \quad (3.2.3)$$

gdzie $\sigma = (\text{var}(\tilde{\pi}_t) + \text{var}(\pi_{H,t}) - 2\text{cov}(\tilde{\pi}_t, \pi_{H,t}))^{0.5}$. Statystyka σ obliczona została na podstawie historycznej zmienności odtrendowanej inflacji krajowej (tj. $\pi_{H,t}$), celu inflacyjnego (tj. $\tilde{\pi}_t$) i ich kowariancji korzystając z danych kwartalnych z okresu 1995 - 2007. Dla okresów przyszłych, tj. dla $t \geq 2008Q1$, przyjmujemy $\tilde{\pi}_t = 0.025$, co odpowiada średniej wartości celu inflacyjnego w ostatniej dekadzie. Na podstawie statystyki 3.2.3 estymujemy empiryczne prawdopodobieństwo, że inflacja krajowa będzie nie większa niż kryterium inflacyjne²⁰. Empiryczne prawdopodobieństwa spełnienia kryterium inflacyjnego w poszczególnych latach przedstawione są na Rysunku 10²¹.

Linia ciągła przedstawia empiryczne prawdopodobieństwo spełnienia kryterium inflacyjnego, gdy reżim ERM II przybliżany jest reżimem kursu *stricte* stałego. Linia przerywana przedstawia prawdopodobieństwo, gdy dopuszczamy przewidziany w ERM II przedział wahań kursu nominalnego. Okres spadku prawdopodobieństwa spełnienia kryterium inflacyjnego w obu przypadkach pokrywa się z okresem wzrostu produktywności i presji na lukę popytową i inflację. Dla reżimu kursu stałego prawdopodobieństwo spełnienia kryterium inflacyjnego jest stosunkowo niskie, chociaż otrzymane wyniki są bardziej optymistyczne niż te zaprezentowane w pracy Bruha i Podpiera (2007)²². Jest to konsekwencją tego, że prezentowany tutaj model implikuje słabszą aprecjację realnego kursu walutowego na ścieżce konwergencji. Z Rysunku 10 wynika, że w całym horyzoncie doganiania Strefy Euro w kategoriach produktu *per capita* prawdopodobieństwo spełnienia przez Polskę kryterium

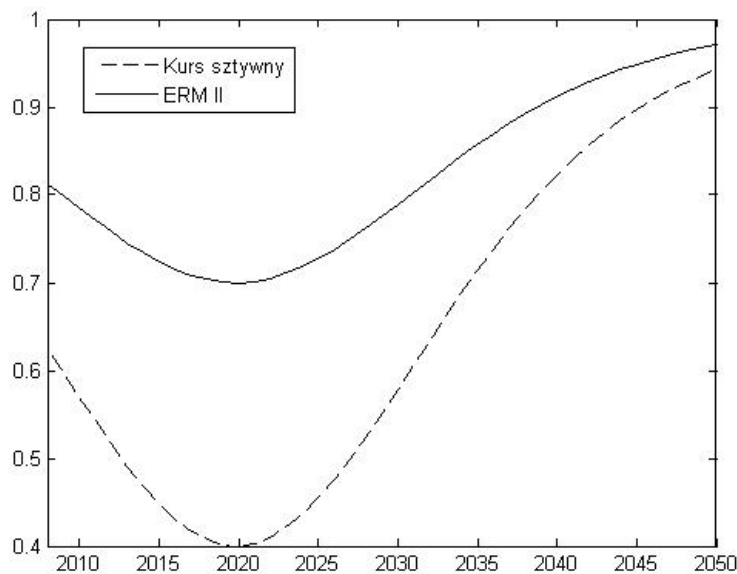
²⁰Statystyka 3.2.3 ma znany rozkład (t-Studenta). Oznaczmy jego gęstość przez f . Niech w okresie $t \geq 2008Q1$ statystyka przyjmie wartość θ_t . Za miarę szans spełnienia kryterium inflacyjnego, tj. za miarę prawdopodobieństwa zdarzenia $\tilde{\pi}_t \geq \pi_{H,t}$, przyjmujemy liczbę $\int_{\theta_t}^{\infty} f$.

²¹Z rysunku tego można odczytać, jakie jest prawdopodobieństwo spełnienia kryterium inflacyjnego dla poszczególnych dat wstąpienia w system ERM II.

²²Należy podkreślić, że różnica w wynikach prezentowanych w niniejszej pracy i w pracy Bruha i Podpiera (2007) wynika przede wszystkim z odmiennej specyfikacji modelu DSGE, a w szczególności z przyjęcia zupełnie innej racjonalizacji procesu aprecjacji realnego kursu walutowego na drodze realnej konwergencji. W przywołanej pracy efekt realnej aprecjacji uzyskany jest poprzez rozszerzenie funkcji produkcji o składową, której czynniki produkcji autorzy interpretują w kategoriach inwestycji w jakość (*quality investment*). W modelu wykorzystanym w niniejszej pracy nie ma kategorii inwestycji.

inflacyjnego w systemie ERM II nie spada poniżej 70%. Daje to podstawy do stwierdzenia, że jest ono wysokie. Stwierdzenie to jest dodatkowo motywowane faktem, że w ramach systemu ERM II możliwa jest rewaluacja parytetu centralnego, co sprawia, że w rzeczywistości prawdopodobieństwo spełnienia kryterium inflacyjnego jest wyższe niż wyżej przedstawione.

Rysunek 10. Prawdopodobieństwo spełnienia kryterium inflacyjnego w reżimie kursu stałego.



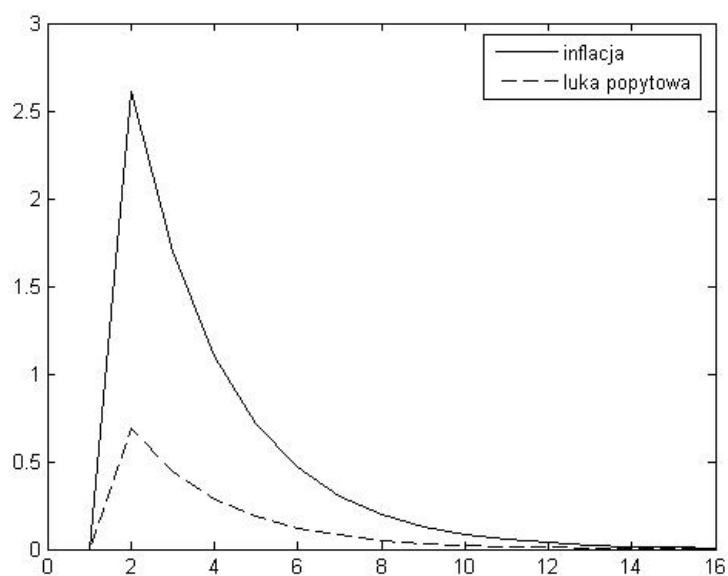
Także sama wartość ustalonego kursu wymiany wpływa na to prawdopodobieństwo. Ustalenie zbyt wysokiego parytetu tworzy dodatkową, obok mechanizmu realnej aprecjacji, presję na wzrost inflacji. Sytuacja jest o tyle niebezpieczna, że kurs walutowy ma tendencję do przestrzeliwania. W szczególności prezentowany model implikuje taki efekt np. po przejściowym szoku polityki pieniężnej. Można pokazać, że po kontrakcji władz monetarnych *terms of trade* obniża się, a nominalny kurs walutowy ulega aprecjacji²³. O ile jednak *terms of trade* wraca w długim okresie do poziomu sprzed szoku, to nominalny kurs walutowy, po początkowej aprecjacji, ulega

²³Rozwiązując układ 2.7.21, 2.7.23 oraz 2.7.24 metodą współczynników nieoznaczonych otrzymujemy, że wpływ stacjonarnego szoku polityki pieniężnej ξ_t na *terms of trade* wynosi $-A\xi_t$, natomiast jego wpływ na przyrost logarytmicznego indeksu efektywnego nominalnego kursu walutowego wynosi $-A\Delta\xi_t - B\xi_t$.

trwałej deprecjacji²⁴. Powrót nominalnego kursu do kursu równowagi²⁵ może więc trwać długo, co utrudnia ustalenie właściwego parytetu.

Rysunek 11 przedstawia funkcję reakcji luki popytowej i inflacji w modelu skalibrowanym dla Polski na przejściowy, dodatni szok nominalnego kursu walutowego wielkości 10%²⁶ zadanego procesem autoregresyjnym pierwszego rzędu o współczynniku autoregresji równym, dla ustalenia uwagi, 0.65.

Rysunek 11. Reakcja luki popytowej i inflacji na dodatni, przejściowy szok kursu walutowego.



W wyniku 10% deprecjacji luka popytowa wzrasta o ok. 0.5%, natomiast inflacja o ok. 2.5%. Efekt zanika jednak po ok 10-12 kwartałach. Konsekwencje ustalenia kursu walutowego w stosunku do wspólnej waluty przy wejściu do obszaru walutowego na poziomie innym niż równowagowy zobrazować można za pomocą funkcji reakcji na szok o trwałym charakterze, tzn. o współczynniku autoregresyjnym bliskim 1. Efekty ustalenia kursu o 10% wyższego niż kurs równowagowy przedstawione są na Rysunku 12. W tym przypadku presja na lukę popytową i inflację nie zanika w cza-

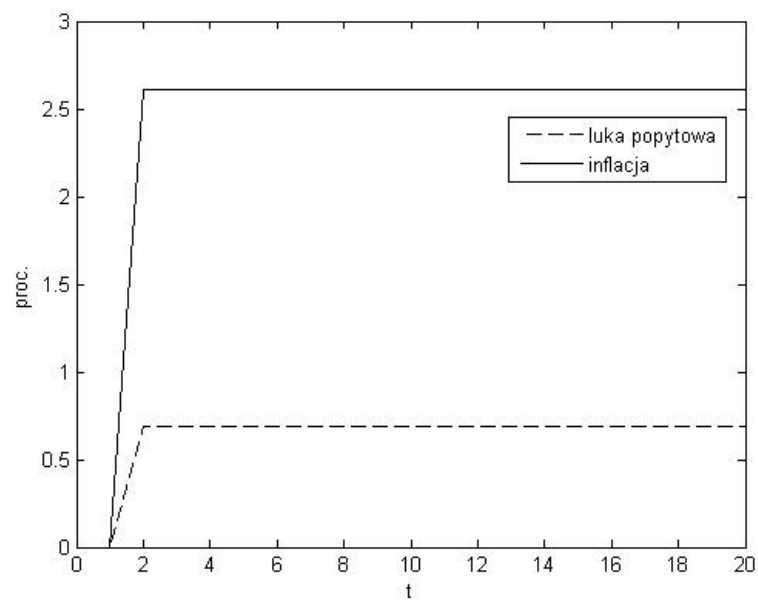
²⁴Ostatni ruch wynika z niezabezpieczonego parytetu stopy procentowej.

²⁵Kurs nominalny w stanie ustalonym jest równy jedności (0 dla logarytmu).

²⁶Shok pojawia się w drugim okresie

się, tworząc permanentne podstawy destabilizacji. Konsekwencje ustalenia kursu zbyt niskiego są analogiczne, z tą różnicą, że szoki (zarówno przejściowy, jak i trwały) oddziałują w przeciwnym kierunku. Efekty szoków o innej wielkości niż 10% łatwo odczytać, gdyż uwzględnione są one w funkcji reakcji multiplikatywnie.

Rysunek 12. Efekt ustalenia zbyt wysokiego kursu przy wejściu do unii walutowej.



Podsumowanie

W niniejszej pracy podjęto próbę identyfikacji mechanizmów makroekonomicznych pojawiających przy współistnieniu dwóch procesów: realnej konwergencji i dążenia do integracji walutowej. Przedstawiona analiza jest jednostronna i skupia się na kwestiach potencjalnie utrudniających proces integracji. Przedstawiono mechanizm bazujący na założeniu gry na konwergencję stóp procentowych, który może potencjalnie generować presję na otwarcie luki popytowej i wzrost inflacji. Zbadano kontrybucję tego mechanizmu do straty społecznej wynikającej ze zmienności luki popytowej i inflacji. Oszacowania wskazują, że wynosi ona od 1% do 1.4% długookresowych pozytywnych efektów wynikających z przyjęcie wspólnej waluty, jest więc niewielka. Strata jest tm większa, im szybciej przyjmuje się wspólną walutę. Paradoksalnie jednak, okazuje się, że efekt gry na konwergencję można w znacznym stopniu zniwelować przyjmując wspólną walutę szybciej niż spodziewają się tego międzynarodowe rynki finansowe. Skuteczność implementacji takiej strategii w praktyce może być jednak dyskusyjna. W pracy podjęto także próbę oszacowania prawdopodobieństw spełnienia kryterium inflacyjnego w systemie ERM II w różnych punktach czasu. Wyniki sugerują, że Polska nie powinna mieć znacznych problemów z realizacją tego kryterium, pomimo prognozowanej aprecjacji realnego kursu walutowego na ścieżce realnej konwergencji - oszacowane prawdopodobieństwa w żadnym z okresów nie spadają poniżej 70%.

Reasumując, niniejsza praca zwraca uwagę na negatywne zjawiska mogące powstawać na drodze do pełnej integracji walutowej, jednak wskazuje, że nie powinny one stanowić istotnej przeszkody dla skutecznej realizacji tego procesu.

Bibliografia

Arghyrou, M. G., A. Gregoriou, i A. Kontanikas (2007) Do real interest rate converge? Evidence from European Union, Cardiff Business School Working Paper.

Bayoumi T., M. Kumhof, D. Laxton i K. Nakoni (2004), Exchange rate regimes, international linkages, and the macroeconomic performance of the New Member States, w: C. Detken, V. Gaspar, G. Noblet (ed.), The New EU Member States Convergence and Stability, Proceedings of the Third ECB Central Banking Conference.

Becké, P. i T. Zumer (2005), Developments in credit to the private sector in CEE EU Member States: Emerging from financial repression - a comparative overview, Focus on European Economic Integration, 10 (2).

Bernoth, K., J. von Hagen i L. Schunknecht (2004), Sovereign risk premia in the european government bond market, ECB Working paper 369.

Blanchard, O. J. i C. M. Kahn (1980), The solution of linear difference models under rational expectations, *Econometrica*, Vol. 48, No. 5, 1305 - 1311.

Boissay, F., O. Calvo-Gonzalez i T. Kozluk (2006), Is lending in Central and Eastern Europe developing too fast? "Finance and Consumption Workshop: Consumption and Credit in Countries with Developing Credit Markets".

Bruha, J. i J. Podpiera (2007), Transition economy convergence in a two country model. Implications for monetary integration. European Central Bank Working Paper Series No. 740 / March 2007.

Calvo, G. (1983), Staggered proces in a utility maximizing framework, *Journal od Monetary Economics*, 12.

Canova, F. (2007). *Methods for Applied Macroeconomics*, Princeton University Press.

Caselli, F. i S. Tenreyro (2005), Is Poland the next Spain?, NBER Working Paper No. 11045.

Chang, Y., T. Doh, i F. Schorfheide (2006), Non-stationary hours in a DSGE model, Federal Reserve Bank of Philadelphia Research Department Working Paper.

Clarida, R., J. Gali i M. Gertler (2002), A simple framework for international monetary policy analysis, *Journal of Monetary Economics*, 29, 879 - 904.

Cote, D. i C. Graham (2004), Convergence of government bond yields in the Euro Zone: the role of policy harmonization, Bank of Canada Working Paper No. 2004/23.

Cottarelli, C., G. Dell’Ariccia, i I. Vladkova-Hollar (2003), Early birds, late risers, and sleeping beauties: bank credit growth to the private sector in Central and Eastern Europe and the Balkans, IMF Working Paper WP/03/213

De Grauwe, P. (2000), *Economics of Monetary Integration*, Oxford University Press.

Duenwald, C., N. Gueorguiev i A. Schaechter (2005), Too much of a good thing? Credit booms in transition economies: The cases of Bulgaria, Romania, and Ukraine. IMF Working Paper No. 128.

Eckhold, K. R. (1998), Determinants of New Zeland bond yields, The Reserve Bank of New Zeland Working Paper No. G98/1.

European Central Bank (2003), ECB Monthly Bulletin (November 2003).

Frankel, J., S. L. Schmukler i L. Serven (2004), Global transmission of interest rates: monetary independence and currency regimes. *Journal of International Money and Finance*, 23.

Gali, J., M. Gertler i J. D. Lopez-Salido (2001), European inflation dynamics, *European Economic Review*, 45.

Gali, J. i T. Monacelli (2005), Monetary Policy and Exchange Rate Volatility in a Small Open Economy, *Review of Economic Studies*, 72, 707 - 734.

Gali, J. i T. Monacelli (2007), Optimal monetary and fiscal policy in a currency union, Draft, July 2, 2007.

Gali, J. (2008), *Monetary Policy, Inflation and Business Cycle*, Oxford University Press.

Gaurichas, P., R. Valdes i O. Landerretche (2001), Lending booms: Latin America and the world, Working Paper 8249. NBER.

Ghironi F. i M. Melitz (2005), International trade and macroeconomic dynamics with heterogenous firms, Quarterly Journal of Economics, CXX, 865 - 915.

Goodfriend, M. (2002), Monetary policy in the new neoclassical synthesis: a primer, Federal Reserve Bank of Richmond.

Grimes, A. (1994), The determinants of New Zeland bond yields. The National Bank od New Zeland: Economics Division Financial Research Paper No. FRP1.

Henry, J., A. Dieppe i P. McAdam (2003), Labor market dynamics in the euro-area: A model-based sensitivity analysis, Modeling, Computing and Mastering Complexity 2003 09, Society for Computational Economics.

Hilbers, P., I. Otter-Robe, C. Pazarbasioglu, i G. Johnsen (2005), Assessing and managing rapid credit growth and the role of supervisory and prudential policies, IMF Working Paper 05/151.

Hilbers, P., I. Otter-Robe i C. Pazarbasioglu (2006), Going too fast? Managing rapid credit growth in Central and Eastern Europe. Finance and Development, 43 (1).

Kiss, G., M. Nagy i B. Vonnák (2006), Credit Growth in Central and Eastern Europe: trend, cycle or boom? "Finance and Consumption Workshop: Consumption and Credit in Countries with Developing Credit Markets".

MacDonald, R. i C. Wójcik (2006), "Catching-up, inflation differentials and credit booms in a heterogeneous monetary union: some implications for EMU and new EU Member States", CESifo Working Paper 1761, Monachium.

Mark, N. C. (1985), Some evidence on the international equality of real interest rates, Journal of International Monay and Finance, 4.

Orlowski, L. T. i K. Lommatzsch (2005), Bond yield compression in the countries converging to the Euro, Working Paper.

Terrones, M. i E. Mendoza (2004), Are credit booms in emerging markets a concern? World Economic Outlook, Chapter IV. Washington D.C.: International Monetary Fund.

Vasicek i Musil (2006), Behavior of the Czech Economy: new open economy macroeconomics DSGE model, Research Centre for Competitiveness of

Czech Economy, Working Paper No. 23/2006.

Wójcik, C. i P. Becke (2007), Catching-up and credit booms in CEE EU new member states: an interpretation within the new neoclassical synthesis, CESifo working papers.