

MATERIAŁY I STUDIA

Zeszyt nr 150

Terminowa struktura dochodowości skarbowych papierów wartościowych w Polsce w latach 1998-2001

Marek Świętoń

Praca powstała pod kierunkiem naukowym prof. dr hab. Zbigniewa Polańskiego w Katedrze Polityki Pieniężnej Szkoły Głównej Handlowej w Warszawie.
Autor pragnie podziękować prof. dr hab. Zbigniewowi Polańskiemu za okazaną cierpliwość i wszelką udzieloną pomoc.

Projekt graficzny:

Oliwka s.c.

Skład i druk:

Drukarnia NBP

Wydął:

Narodowy Bank Polski
Departament Komunikacji Społecznej
00-919 Warszawa, ul. Świętokrzyska 11/21
tel. (22) 653 23 35, fax (22) 653 13 21

© Copyright Narodowy Bank Polski, 2002

Materiały i Studia rozprowadzane są bezpłatnie.

Dostępne są również na stronie internetowej NBP: <http://www.nbp.pl>

 Spis treści

Zestawienie symboli	5
Spis Tabel i wykresów	6
Wstęp	7
1. Teoria krzywej dochodowości	10
1.1. Terminowa struktura stóp procentowych	10
1.2. Zerokuponowe stopy procentowe	12
1.3. Krzywa dochodowości	15
1.4. Podstawowe teorie terminowej struktury stóp procentowych	16
1.4.1. Teoria oczekiwań	17
1.4.2. Teoria preferencji płynności	21
1.4.3. Teoria preferowanych habitatów	22
1.5. Płaszczyzny praktycznych zastosowań terminowej struktury stóp procentowych	24
1.5.1. Zarządzanie finansowe	24
1.5.2. Polityka pieniężna i prognozy inflacyjne	25
1.5.3. Zjawiska w sferze gospodarki realnej	27
1.6. Podsumowanie	29
2. Rynek skarbowych papierów dłużnych w Polsce (1998-2001)	30
2.1. Charakterystyka instrumentów dostępnych na polskim rynku skarbowych papierów dłużnych	31
2.2. Czynniki kształtujące dochodowość skarbowych papierów wartościowych	33
2.3. Wpływ polityki pieniężnej na rynek skarbowych papierów wartościowych	33
2.3.1. Rola stóp procentowych w polityce pieniężnej	33
2.3.2. Polityka pieniężna NBP w latach 1998-2001	35
2.3.3. Rezultaty antyinflacyjnej polityki NBP	37
2.3.4. Polityka pieniężna a oczekiwania inflacyjne	37
2.4. Rynek pierwotny skarbowych papierów wartościowych	38
2.5. Rynek wtórny skarbowych papierów wartościowych	41
2.6. Podsumowanie	41
3. Stopy dochodowości instrumentów dłużnych: kalkulacja i interpretacja	43
3.1. Stopa zwrotu w terminie do wykupu	43
3.2. Natychmiastowe stopy procentowe	45

3.3. Implikowane terminowe stopy procentowe	.47
3.4. Logarytmiczne stopy procentowe	.49
3.4.1. Kapitalizacja ciągła	.49
3.4.2. Logarytmiczne stopy natychmiastowe	.50
3.4.3. Logarytmiczne stopy zwrotu w czasie trwania inwestycji	.51
3.4.4. Logarytmiczne ujęcie spreadu krzywej dochodowości i dochodu nadwyżkowego	.52
3.4.5. Logarytmiczne terminowe stopy procentowe	.53
3.4.6. Chwilowe stopy terminowe	.54
3.5. Podsumowanie	.55
4. Estymacja krzywej dochodowości	.56
4.1. Podstawowe zasady estymacji krzywej dochodowości	.56
4.2. Modele regresyjne	.58
4.3. Modele rozszczepiane	.59
4.4. Wygładzane modele łączonych wielomianów	.61
4.5. Modele „oszczędne” (model Nelsona-Siegela oraz model Svenssona)	.62
4.6. Wyniki estymacji krzywej dochodowości na polskim rynku obligacji skarbowych	.67
4.7. Podsumowanie	.71
5. Potencjał informacyjny krzywej dochodowości w Polsce	.72
5.1. Testy hipotezy oczekiwania	.72
5.1.1. Potencjał prognostyczny implikowanych stóp terminowych	.72
5.1.2. Testy oparte na równoważności strategii inwestycyjnych	.74
5.2. Efekt Fishera i prognozy inflacyjne	.78
5.2.1. Długookresowy Efekt Fishera	.79
5.2.2. Krótkookresowy Efekt Fishera	.81
5.2.3. Spread krzywej dochodowości a zmiany tempa inflacji	.82
5.3. Krzywa dochodowości a tempo wzrostu gospodarczego	.84
5.4. Podsumowanie	.86
6. Zakończenie	.87
7. Bibliografia	.89

Zestawienie symboli

F – wartość nominalna instrumentu

P – cena instrumentu

i – stopa oprocentowania

Stopy procentowe ujęte w konwencji kapitalizacji rocznej:

d_t – czynnik dyskontowy, stosowany w kalkulacji wartości bieżącej płatności przypadającej po upływie czasu t .

R_t – natychmiastowa stopa procentowa (stopa dochodowości w terminie do wykupu instrumentu zerokuponowego o czasie zapadalności wynoszącym t lat)

$RET_t(m, m+t')$ – stopa zwrotu w czasie trwania inwestycji (wynoszącym t' lat), rozpoczętej w chwili m i zakończonej w chwili $m+t'$, osiągnięta na instrumencie o czasie zapadalności wynoszącym t lat.

S_t – spread krzywej dochodowości (różnica pomiędzy stopami natychmiastowymi: t -letnią i jednookresową)

R_t – natychmiastowa t -letnia stopa procentowa, kształtująca się na rynku w chwili m

$F_t(m)$ – implikowana t -letnia stopa terminowa, właściwa dla inwestycji rozpoczynającej się w chwili m oraz momencie zakończenia $m+t$

$L_{t,t'}$ – premia czasowa zawarta w stopie terminowej, wyrównującej dochodowość inwestycji zakładającej zakup obligacji o czasie zapadalności równym t lat oraz inwestycji zakładającej zakup instrumentu o krótszym czasie zapadalności t' , połączonej z późniejszym zakupem instrumentu $(t-t')$ -letniego

$L_{1,t}$ – premia czasowa zawarta w stopie zwrotu instrumentu długoterminowego (t -letniego) w stosunku do bieżącej stopy dochodowości instrumentu jednookresowego

$L_{t,1}$ – premia czasowa zawarta w stopie dochodowości instrumentu długoterminowego w stosunku do stopy zwrotu uzyskanej w strategii reinwestowania w instrumenty krótkoterminowe

Y – stopa zwrotu w terminie do wykupu

Logarytmiczne stopy procentowe:

$r_t(m)$ – logarytmiczna natychmiastowa stopa procentowa kształtująca się w chwili m

$f_1(m+t)$ – jednookresowa terminowa logarytmiczna stopa procentowa, właściwa dla inwestycji rozpoczynającej się po upływie czasu t od chwili m .

$f_{t-t'}(m+t')$ – logarytmiczna stopa terminowa, właściwa dla inwestycji rozpoczynającej się w chwili $m+t'$ i kończącej w chwili $m+t$ (jest to zatem stopa o czasie zapadalności $t-t'$ lat)

$ret_t(m, m+t')$ – logarytmiczna stopa zwrotu w czasie trwania inwestycji

$s_t(m)$ – logarytmiczny spread krzywej dochodowości kształtujący się w chwili m

$f(t)$ – chwilowa stopa terminowa, właściwa dla inwestycji rozpoczynającej się po upływie czasu t

Spis tabel i wykresów

- Tabela 1.1 Podsumowanie teorii krzywej dochodowości
- Tabela 2.1 Odsetkowe i zerokuponowe papiery skarbowe sprzedawane na przetargach w Narodowym Banku Polskim (1998-2001)
- Tabela 2.2 Podaż, popyt oraz wartość transakcji na pierwotnym rynku instrumentów skarbowych (1998-2001)
- Tabela 3.1 Dekompozycja obligacji odsetkowej na portfel obligacji zerokuponowych
- Tabela 4.1 Wpływ doboru parametrów na kształt krzywej Nelsona-Siegela
- Tabela 5.1 Wyniki estymacji modelu (5.8)
- Tabela 5.2 Wyniki estymacji modelu (5.9)
- Tabela 5.3 Wyniki estymacji modelu (5.13)
- Tabela 5.4 Wyniki estymacji modelu (5.17)
- Tabela 5.5 Wyniki estymacji modelu (5.22)
-
- Wykres 1.1 Podstawowe kształty krzywej dochodowości
- Wykres 2.1 Poziom oficjalnych stóp procentowych NBP (1998-2001)
- Wykres 2.2 Poziom wskaźnika cen towarów i usług konsumpcyjnych (1998-2001)
- Wykres 2.3 Rentowność bonów skarbowych na przetargach NBP (1998-2001)
- Wykres 2.4 Stopy dochodowości obligacji skarbowych na rynku pierwotnym (1998-2001)
- Wykres 4.1 Dekompozycja funkcji stopy natychmiastowej Nelsona-Siegela
- Wykres 4.2 Przykładowe kształty krzywej Nelsona-Siegela
- Wykres 4.3 Oszacowane wartości długoterminowej stopy procentowej (parametru β_0)
- Wykres 4.4 Oszacowane wartości krótkoterminowej stopy procentowej (sumy parametrów β_0 i β_1)
- Wykres 4.5 Oszacowane wartości spreadu krzywej dochodowości (parametru β_1)
- Wykres 4.6 Reakcja krzywej dochodowości na wzrost oficjalnych stóp procentowych we wrześniu 1999 r.
- Wykres 4.7 Reakcja krzywej dochodowości na wzrost oficjalnych stóp procentowych w listopadzie 1999 r.
- Wykres 4.8 Reakcja krzywej dochodowości na obniżenie oficjalnych stóp procentowych 29 marca 2001 r.

Wstęp

Terminowa struktura stóp procentowych oraz, będąca jej graficznym obrazem, krzywa dochodowości stanowią ważne narzędzie analityczne, znajdujące szerokie zastosowanie zarówno w praktyce zarządzania portfelami instrumentów dłużnych, jak i w polityce pieniężnej.

Dla inwestorów operujących na rynku instrumentów dłużnych znajomość struktury terminowej stwarza możliwość dokonywania prawidłowej wyceny dostępnych instrumentów, niezależnie od ich konstrukcji. Porównanie modelowego rozkładu stóp procentowych ze stopami kształtującymi się na rynku pozwala na identyfikację „nieprawidłowo” wycenionych instrumentów i dokonywanie korzystnych inwestycji. Struktura terminowa, odzwierciedlająca oczekiwania odnośnie przyszłego poziomu stóp procentowych, może być porównywana z innymi metodami ich prognozowania, zaś wynikające stąd wnioski również mogą stać się podstawą decyzji inwestycyjnych.

Dla banków centralnych, odpowiedzialnych przede wszystkim za stabilizację wartości pieniądza (zwalczanie inflacji) oraz za stwarzanie długookresowych warunków sprzyjających wzrostowi gospodarstwu, niebagatelne znaczenie mają zawarte w strukturze terminowej informacji odnośnie oczekiwań inflacyjnych oraz możliwość zastosowania krzywej dochodowości jako wskaźnika wyprzedzającego w stosunku do zmian w tempie wzrostu gospodarczego. Obserwując reakcje krzywej dochodowości na zmiany oficjalnych stóp procentowych, władze monetarne uzyskują ważne źródło oceny wiarygodności polityki pieniężnej w oparciu o oczekiwania inwestorów.

Prognozami opartymi na krzywej dochodowości zainteresowane są również instytucje zajmujące się prognozowaniem rozwoju sytuacji gospodarczej. Struktura terminowa dochodowości papierów skarbowych może być również istotnym parametrem wykorzystywanym w zarządzaniu długiem publicznym, mającym na celu minimalizację kosztów obsługi zadłużenia, przy uzyskaniu optymalnego średniego czasu zapadalności długu. Ponieważ rentowność skarbowych papierów dłużnych stanowi stawkę referencyjną dla oprocentowania licznych emisji dokonywanych przez podmioty gospodarcze i komunalne, znajomość rozkładu terminowego stóp może być pomocna dla emitentów w wyborze optymalnego czasu zapadalności.

Zastosowania krzywej dochodowości i metody jej estymacji na bazie instrumentów dostępnych na rynkach są tematem szeroko obecnym w literaturze zagranicznej, tak w podręcznikach akademickich, jak i w specjalistycznych opracowaniach naukowych. Zbiór polskich opracowań dotyczących struktury terminowej jest natomiast nadal bardzo ubogi, podczas gdy zagadnienie godne jest wnikliwych studiów i dalszych opracowań.

Celem niniejszej pracy jest dokonanie estymacji krzywej dochodowości na polskim rynku obligacji skarbowych w regularnych odstępach czasu oraz weryfikacja jej potencjału informacyjnego. Zdaniem autora, rynek finansowy w Polsce osiągnął już stopień rozwoju wystarczający do podjęcia powyższych badań. Podstawowym problemem w warunkach polskich jest mały zakres danych historycznych dotyczących kształtowania się dochodowości papierów skarbowych, co wiąże się z faktem, iż miniona dekada była okresem, w którym polski rynkowy system finansowy zaczął się rozwijać. Dopiero w roku 1997 struktura terminowa zapadalności obligacji stała się na tyle gęsta, iż pozwoliło to na estymację krzywej na odcinku do pięcioletniego terminu zapadalności. Dane dotyczące notowań wtórnego rynku obligacji skarbowych dostępne są dla okresu od końca marca 1998 r. To ostatnie ograniczenie determinuje okres badawczy pracy. Jest nim czas od marca 1998 r. do września 2001 r. Dla tak zdefiniowanego okresu dokonana zostanie estymacja krzywej dochodowości w regularnych odstępach czasu, co pozwoli następnie na weryfikację potencjału informacyjnego struktury terminowej.

Zastosowany w pracy model Nelsona-Siegela pozwala na estymację krzywej dochodowości z zachowaniem kryteriów racjonalności. Jedynie w początkowym okresie parametry modelu podlegają zaburzeniom, wynikającym z wprowadzania na rynek nowych serii obligacji. Tym niemniej, szczególnie wart podkreślenia jest fakt zgodnych z teorią reakcji modelowej krzywej dochodowości na zmiany oficjalnych stóp procentowych. Uzasadnia to hipotezę, iż na polskim rynku instrumentów skarbowych krzywa dochodowości stanowi wyraz bieżącego stopnia restrykcyjności polityki pieniężnej. Tym samym, terminowa struktura stóp dochodowości powinna zawierać potencjał informacyjny w zakresie przyszłych zmian inflacji, stóp procentowych oraz tempa wzrostu gospodarczego. Kolejną istotną obserwacją jest potwierdzenie wiarygodności antyinflacyjnej strategii Narodowego Banku Polskiego przez reakcje krzywej dochodowości na impulsy polityki pieniężnej.

Ograniczony zakres dostępnych danych pozwala jedynie na selektywną weryfikację potencjału informacyjnego terminowej struktury stóp procentowych w Polsce. W szczególności możliwe jest zbadanie jedynie krótkoterminowych związków postulowanych przez odpowiednie teorie. W pracy znajduję potwierdzenie dla czystej teorii oczekiwań w badaniu jednomiesięcznych zmian stóp dochodowości o terminach zapadalności nie przekraczających jednego roku. Z kolei zmiany długoterminowych stóp procentowych w horyzoncie rocznym potwierdzają teorię oczekiwań ze stałą premią czasową. Analiza zmian krótkoterminowych stóp procentowych w zróżnicowanych horyzontach czasowych dostarcza potwierdzenia teorii oczekiwań, niemniej brak tu w zasadzie dowodów na stałość premii czasowej. Wyjątkiem są zmiany zachodzące w horyzoncie rocznym, potwierdzające czystą wersję teorii oczekiwań.

Analiza związków pomiędzy krzywą dochodowości a zmianami tempa inflacji prowadzi do wniosku, iż w zasadzie brak jest potwierdzeń dla występowania Efektu Fishera. Jedynie zachodzące w jednomiesięcznym horyzoncie zmiany jednomiesięcznych stóp procentowych i poziomów inflacji wykazują istotny statystycznie związek. Wydaje się, iż brak dowodów występowania potencjału informacyjnego krzywej dochodowości w zakresie zmian tempa inflacji wynika, po pierwsze, z ograniczonego horyzontu czasowego analiz, po drugie zaś, z założenia racjonalności krótkookresowych oczekiwań inflacyjnych. Nie należy jednak zapominać, iż w całym analizowanym okresie krzywa dochodowości miała kształt ujemnie nachylony, czego nie sposób interpretować inaczej, niż jako odzwierciedlenia długoterminowych oczekiwań spadku inflacji i poziomu stóp procentowych, kształtujących się pod wpływem oceny polityki prowadzonej przez NBP.

Najtrudniejszym zagadnieniem jest weryfikacja potencjału informacyjnego krzywej dochodowości w zakresie zmian koniunktury gospodarczej. Dysponujemy w tym przypadku zaledwie jedną obserwacją: wzrostem ujemnego nachylenia krzywej dochodowości w okresie poprzedzającym zaostrzenie polityki pieniężnej przez NBP (czwarty kwartał 1999 r.), połączonym ze znaczącym osłabieniem dynamiki PKB, począwszy od trzeciego kwartału 2000 r.

Praca składa się z pięciu rozdziałów.

W pierwszym rozdziale przedstawiam zarys teorii krzywej dochodowości, poprzedzony ogólnym wprowadzeniem w tematykę stóp zwrotu instrumentów dłużnych. W rozdziale tym celowo unikam szczegółowej analizy matematycznych związków pomiędzy natychmiastowymi i terminowymi stopami procentowymi. Drugi rozdział pracy zawiera zarys rozwoju rynku instrumentów skarbowych w Polsce do 2001 r. oraz analizę czynników wpływających na kształtowanie się stóp dochodowości w badanym okresie (1998-2001). Rozdział trzeci rozwija zagadnienie kalkulacji stóp zwrotu dla obligacji kuponowych oraz przedstawia matematyczne ujęcie teorii oczekiwań. W rozdziale tym zawarte jest również wprowadzenie do popularnej na rynkach finansowych teorii logarytmicznie ujętych stóp procentowych. W rozdziale czwartym przedstawiam zarys metod estymacji krzywej dochodowości, obejmujący najpowszechniej wykorzystywane modele struktury terminowej. Podejmuję w nim również próbę zastosowania parametrycznego modelu Nelsona-Siegela do estymacji krzywej dochodowości w warunkach polskich. Rozdział piąty przedstawia zarys badań nad weryfikacją hipotezy oczekiwań oraz podejmuje zagadnienie wykorzystania spreadu krzywej dochodowości jako wskaźnika prognostycznego zmian tempa inflacji i tempa wzrostu gospodarczego. Podobnie, jak w poprzednim rozdziale, podejmuję tu próbę za-

stosowania wybranych modeli do wykorzystania potencjału prognostycznego struktury terminowej na rynku polskim.

Podsumowanie pracy opisuje przesłanki, których spełnienie powinno pozwolić na poprawę funkcjonalności struktury terminowej w Polsce, oraz zawiera wskazanie możliwych dalszych kierunków studiów. Dla ułatwienia lektury, na końcu pracy zamieszczono zestawienie wykorzystywanych symboli.

Teoria krzywej dochodowości

1.1. Terminowa struktura stóp procentowych

Stopa procentowa jest jedną z najważniejszych zmiennych decydujących o funkcjonowaniu gospodarki rynkowej. Jej poziom wpływa na decyzje gospodarstw domowych, podejmowane w zakresie alokacji zasobów pieniężnych pomiędzy bieżącą konsumpcją a oszczędnością. Będąc miarą kosztu pozyskania pieniądza, stopa procentowa wpływa na decyzje podmiotów gospodarczych w zakresie powiększania ich majątku produkcyjnego poprzez nakłady inwestycyjne. Stopa procentowa stanowi również jeden z podstawowych instrumentów polityki pieniężnej.

Pojęcie jednolitej stopy procentowej jest koncepcją czysto akademicką, bowiem w rzeczywistych warunkach obserwuje się istotne zróżnicowanie stóp procentowych ze względu na takie czynniki, jak wiarygodność podmiotu pozyskującego środki finansowe, czy też czas, na jaki są one udostępniane.

Struktury stóp procentowych są jednym z ważniejszych kierunków badań prowadzonych w zakresie teorii dochodowości inwestycji. W niniejszej pracy zajmuję się zróżnicowaniem stóp dochodowości dłużnych instrumentów finansowych. Trzema najważniejszymi rodzajami struktur dochodowości tych instrumentów są:

- terminowa struktura stóp procentowych, przedstawiająca relacje pomiędzy poziomami dochodowości instrumentów, a czasem pozostałym w danej chwili do ich wykupu,
- struktura stóp procentowych ze względu na poziom ryzyka, związany z inwestycją w konkretne instrumenty (najważniejszy podział przebiega tu pomiędzy papierami rządowymi a instrumentami emitowanymi przez przedsiębiorstwa i związki komunalne),
- międzynarodowa struktura stóp procentowych, która oprócz stóp zwrotu wynikających z kształtowania się cen papierów, uwzględnia kurs walutowy i jego zmiany jako czynnik wpływający na zysk inwestora.

Jakkolwiek praca poświęcona jest w całości terminowej strukturze stóp procentowych, należy wspomnieć, iż dwie pozostałe struktury są również przedmiotem licznych analiz. W szczególności, zróżnicowanie dochodowości papierów skarbowych i komercyjnych postrzegane jest jako odzwierciedlenie oczekiwań rynkowych co do poziomu koniunktury gospodarczej. Wyższa stopa dochodowości, oferowana przez nieskarbowe instrumenty dłużne, stanowi premię za zwiększony poziom ryzyka inwestycji, polegający na prawdopodobieństwie wystąpienia niewypłacalności emitenta. Prawdopodobieństwo to jest tym wyższe, im bardziej realne jest znaczące pogorszenie koniunktury gospodarczej, prowadzące do wystąpienia zatorów płatniczych w przedsiębiorstwach. Stąd też, rozmiar spreadu pomiędzy stopami dochodowości papierów skarbowych i komercyjnych może być traktowany jako wskaźnik wyprzedzający w stosunku do zjawisk w sferze gospodarki realnej.

Międzynarodowa struktura stóp procentowych porównuje poziomy stóp procentowych, kształtujące się w różnych krajach¹. Jest ona ściśle powiązana z teorią kursu walutowego opartą na parytecie stóp procentowych. Teoria ta bazuje na tzw. hipotezie oczekiwań kursu walutowego, przedstawionej m. in. w dziełach Keynesa [1930] i Fishera [1930]. W myśl powyższej hipotezy, zróżnicowanie stóp dochodowości, kształtujących się w dwu różnych gospodarkach, powinno odpo-

¹ BEKAERT G., HODRICK J. [2000], s. 3.

wiadać oczekiwanej stopie deprecjacji waluty kraju o wyższej stopie procentowej, względem waluty oferującej niższy poziom oprocentowania.

Terminowa struktura stóp procentowych odzwierciedla relacje, w jakich pozostają stopy dochodowości instrumentów dłużnych o różnych terminach wykupu. Częstość zmiennie z pojęciem struktury terminowej operuje się terminem „krzywa dochodowości”. W tym przypadku rozważa się graficzny obraz zależności pomiędzy stopą zwrotu z danego instrumentu, a długością czasu, jaki w danym momencie pozostał do jego zapadalności. Zdefiniowanie czasu do wykupu, jako kryterium zróżnicowania stóp procentowych, oznacza, iż porównywane instrumenty powinny być jednorodne (homogeniczne) ze względu na wszystkie pozostałe parametry wpływające na poziom dochodowości. Szczególnie ważne jest zachowanie homogeniczności ze względu na poziom ryzyka, wynikającego z czynników innych niż czas do wykupu. Pozwala to traktować badania struktury terminowej jako „studia nad rynkową wyceną czasu”².

W praktyce struktura terminowa najczęściej odnoszona jest do skarbowych papierów wartościowych. Przemawia za tym szereg argumentów:

- specyfika sytuacji finansowej poszczególnych przedsiębiorstw jest na tyle duża, iż trudno uznać za homogeniczne ze względu na ryzyko papiery różnych emitentów, nawet działających w jednej branży, bądź otrzymujących jednakowe oceny wiarygodności kredytowej,
- skarbowe papiery wartościowe traktowane są najczęściej jako instrumenty wolne od ryzyka, co oznacza, iż przyjmuje się prawdopodobieństwo niewypłacalności emitenta na poziomie bliskim zera, bez względu na sytuację gospodarczą i koszty związane z finansowaniem wykupu długu³,
- założenie całkowitej pewności uzyskania oczekiwanych dochodów, powoduje że zróżnicowanie cen papierów skarbowych zależy wyłącznie od zróżnicowania stóp procentowych,
- Skarb Państwa w większości krajów jest bardzo aktywnym emitentem papierów dłużnych, oferującym instrumenty o zróżnicowanej konstrukcji płatności i stosunkowo dużej częstotliwości terminów zapadalności, wynikającej z regularnego powtarzania emisji,
- kolejną przewagą instrumentów skarbowych jest znacznie większa płynność rynku i dostępność danych dotyczących notowań (poziomu bieżącej wyceny rynkowej) niż w przypadku innych rynków papierów dłużnych,
- segment skarbowych papierów wartościowych jest (szczególnie w warunkach polskich) najważniejszym segmentem rynku instrumentów dłużnych, co wynika z wartości notowanych na nim instrumentów, jak również wartości obserwowanych obrotów.

W tej pracy analiza struktury terminowej ograniczona jest do rynku polskich skarbowych papierów wartościowych, traktowanych jako instrumenty wolne od ryzyka niewypłacalności emitenta.

Dla zachowania porównywalności stóp procentowych konieczne jest również wyeliminowanie ryzyka związanego z reinwestowaniem odsetek. Analiza struktury terminowej powinna być zatem prowadzona na bazie zerokuponowych instrumentów dłużnych⁴. Prawidłową krzywą dochodowości jest tzw. krzywa natychmiastowych stóp procentowych⁵ (*spot yield curve*). Nieprawidłowym podejściem jest natomiast utożsamianie krzywej dochodowości z rozkładem stóp zwrotu w terminie do wykupu, wyznaczanych dla obligacji kuponowych (*yield-to-maturity curve*). Estymacja zerokuponowej krzywej dochodowości związana jest z pewnymi trudnościami, bowiem długoterminowe skarbowe papiery dłużne z reguły są instrumentami odsetkowymi. Istnieją jednak meto-

² SHILLER R. [1990], s. 629.

³ Doświadczenia światowe wskazują, że w znakomitej większości przypadków państwa zachowują doskonałą wypłacalność na przestrzeni wielu lat, niemniej druga połowa minionej dekady dostarczyła spektakularnych przykładów ich niewypłacalności (np. kraje Azji wschodniej w 1997 r., Rosja w 1998 r.). W latach osiemdziesiątych kryzysów płatniczych doświadczały również niektóre kraje Trzeciego Świata (CAMPBELL J.Y. [1995]).

⁴ FABOZZI F.J. [2000], s. 107-108.

⁵ Krzywa ta określana jest również jako zerokuponowa krzywa dochodowości (*zero-coupon yield curve*).

dy pozwalające na wyznaczenie stóp natychmiastowych na bazie dostępnych na rynku obligacji o oprocentowaniu stałym⁶.

Przyjmując zerokuponową krzywą dochodowości instrumentów skarbowych jako obiekt studiów pracy, postępuję zgodnie z metodologią przyjętą w większości badań dotyczących struktury terminowej⁷. Stąd też, w pierwszym rozdziale zajmuję się wyłącznie stopami zerokuponowymi. Bazując na teorii zmiennej wartości pieniądza w czasie, przedstawiam zagadnienie wyceny instrumentów dyskontowych.

Najważniejszym celem obecnego rozdziału jest prezentacja teorii wyjaśniających terminową strukturę stóp procentowych. Przedstawiam hipotezę oczekiwań w wersji czystej, a następnie jej modyfikacje, uwzględniające obecność premii w stopach dochodowości skarbowych instrumentów dłużnych. W dalszej części rozdziału omawiam teorie wiążące kształt krzywej dochodowości z oczekiwaniami, dotyczącymi przyszłego poziomu inflacji oraz zjawisk w realnej sferze gospodarki.

1.2. Zerokuponowe stopy procentowe

Zakup instrumentu dłużnego może być traktowany jako inwestycja, w której w zamian za zapłaconą cenę, inwestor nabywa prawo do otrzymania w przyszłości pewnego strumienia dochodów, na który składają się odsetki i zapłata wartości nominalnej instrumentu w momencie jego wykupu przez emitenta. Wśród instrumentów dłużnych wyróżnić można instrumenty zerokuponowe (*zero-coupon securities*), czyli takie, które nie zawierają zobowiązania emitenta do wypłaty odsetek według pewnej stopy oprocentowania oraz instrumenty kuponowe (*coupon-bearing securities*), oferujące oprocentowanie, według stałej lub zmiennej stopy procentowej. Instrumenty zerokuponowe bywają również określane mianem dyskontowych (*pure discount securities*), bowiem dochodem inwestora nie są tu regularnie płacone odsetki, lecz jedynie różnica pomiędzy ceną zakupu instrumentu, a jego wartością nominalną (tzw. dyskonto).

Do podstawowych własności instrumentów kuponowych należą: stopa oprocentowania, według której naliczane są odsetki, oraz częstotliwość ich wypłaty w ciągu roku (rodzaj okresu odsetkowego). Instrumenty kuponowe występują w dwu podstawowych formach:

- instrumenty o oprocentowaniu stałym (*fixed income securities*), w przypadku których poziom rocznej stopy oprocentowania jest stały przez cały czas trwania inwestycji,
- instrumenty o oprocentowaniu zmiennym (*floating rate notes*), w przypadku których w każdym okresie odsetkowym dokonuje się korygowania bieżącej stopy oprocentowania, w zależności od kształtowania się ustalonej zmiennej ekonomicznej⁸.

Generalnie, krótkoterminowe instrumenty dłużne są najczęściej instrumentami dyskontowymi (bonami), zaś obligacje długoterminowe oferują pewien poziom regularnie płaconych odsetek.

Podstawowymi parametrami charakteryzującymi dłużny papier wartościowy są:

- wartość nominalna (*face value*, F)⁹,
- czas zapadalności (*maturity*) wyrażony w liczbie lat lub dni (t),
- roczna stopa oprocentowania (*interest rate*, ir).

Dla instrumentów o stałej stopie oprocentowania, wartość odsetek należnych w każdym okresie odsetkowym (I) jest jednakowa i równa iloczynowi wartości nominalnej oraz stopy oprocentowania.

⁶ McCULLOCH J.H. [1971, 1975].

⁷ MELINO A. [1986], s. 2, FABOZZI F. [2000], s. 107.

⁸ Najczęściej oprocentowanie to korygowane jest w stosunku do zmian tempa inflacji lub zmian stóp dochodowości instrumentów o oprocentowaniu stałym. Instrumenty, których oprocentowanie dostosowywane jest do zmian tempa inflacji, określa się niekiedy jako instrumenty o stałej realnej stopie procentowej.

⁹ Wartość nominalna obligacji bywa również określana terminem *principal*.

towania, właściwej dla pojedynczego okresu odsetkowego. W przypadku płatności odsetek raz do roku (jak ma to miejsce dla polskich obligacji skarbowych o oprocentowaniu stałym):

$$I = F \cdot ir \quad (1.1)$$

Dysponując informacjami o strukturze płatności oferowanych przez dany instrument, inwestor staje przed zagadnieniem określenia ceny (*price*, P), jaką może zapłacić za uzyskanie prawa do wspomnianych dochodów, czyli wyznaczenia wartości instrumentu. W każdej gospodarce istnieje możliwość dokonania inwestycji posiadanych w chwili obecnej środków w lokatę oprocentowaną pewną nieujemną stopą procentową (R), co pozwala na koniec okresu uzyskać środki równe początkowej wartości lokaty, powiększonej o stosowne odsetki. Dla uproszczenia przyjmuję, iż czas trwania lokaty wynosi jeden rok, zaś R jest stopą procentową wyrażoną w skali rocznej. Stąd, związek pomiędzy bieżącą wartością posiadanych środków (*present value*, PV), a ich wartością przyszłą (*future value*, FV), przy założeniu dokonania lokaty oprocentowanej stopą R , jest następujący:

$$FV = PV + (PV \cdot R) = PV \cdot (1 + R) \quad (1.2)$$

Jeżeli po zakończeniu pierwszego okresu inwestor dokona ponownej lokaty w kwocie równej posiadanym środkom, powiększonym o otrzymane odsetki i będzie powtarzał taki proces przez t lat, wartość przyszła posiadanej kwoty wyniesie:

$$FV = PV \cdot (1 + R)^t \quad (1.3)$$

Proces polegający na reinwestowaniu początkowego kapitału i otrzymanych odsetek określane jest jako kapitalizacja odsetek. Stopa zwrotu uzyskiwana w takiej lokacie wykorzystuje mechanizm procentu składanego, co oznacza, że nominalne wartości odsetek, dopisywanych po zakończeniu kolejnych okresów, są coraz wyższe.

Natomiast dysponując przyrzeczeniem zapłaty w przyszłości pewnej sumy pieniężnej, inwestor może rozważyć, jaka jest wartość bieżąca należnej kwoty, zakładając, iż dysponując tymi środkami w chwili obecnej byłby w stanie dokonać ich lokaty, oprocentowanej według stopy R , na czas wynoszący t lat¹⁰.

$$PV = \frac{FV}{(1 + R)^t} \quad (1.4)$$

W przypadku szczególnym, gdy płatność przypada po upływie jednego roku i nie następuje kapitalizacja odsetek:

$$PV = \frac{FV}{(1 + R)} \quad (1.5)$$

Operacja wyznaczania bieżącej wartości przyszłej płatności nosi nazwę dyskontowania. Stąd, stopę procentową R w równaniu (1.4) określa się mianem stopy dyskontowej (*discount rate*). Wartość bieżącą pieniądza można również wyrazić jako funkcję czynnika dyskontowego d_t , będącego odwrotnością sumy $(1+R)$, podniesionej do odpowiedniej potęgi t , równej długości okresu, po upływie którego nastąpi zapłata kwoty:

$$PV = FV \cdot d_t \quad (1.6)$$

$$d_t = \frac{1}{(1 + R)^t} \quad (1.7)$$

Jeżeli dochody pojawiają się w różnych momentach przyszłości, ich porównanie wymaga wyznaczenia szeregu indywidualnych wartości bieżących, czyli uwzględnienia zmiennej wartości pieniądza w czasie. Aby wyznaczyć wartość bieżącą strumienia dochodów, należnego posiadaczowi obligacji, konieczne jest dokonanie operacji zdyskontowania każdej z należnych posiadaczowi instrumentu płatności, przypadających po upływie odpowiednich odcinków czasu, właściwych dla

¹⁰ SOROCZYŃSKI S., WITEK M. [2000], s. 13.

każdego okresu odsetkowego. W obecnym rozdziale ograniczam się do zagadnienia wyceny obligacji zerokuponowej, będącej przypadkiem szczególnym i uproszczonym, zaś proces wyceny obligacji kuponowej przedstawiony zostanie w rozdziale trzecim.

Wycena instrumentu zerokuponowego polega na zdyskontowaniu (czyli wyznaczeniu wartości bieżącej) jedynej płatności, jaką oferuje posiadaczowi taki instrument po upływie czasu zapadalności. Płatność ta równa jest wartości nominalnej F i dokonywana jest po upływie czasu t .

$$P = F * \frac{1}{(1 + R)^t} = F * d_t \quad (1.8)$$

Procesem, będącym odwróceniem wyceny obligacji jest określenie dochodowości inwestycji, w której zakupu instrumentu finansowego dokonuje się po pewnej cenie P , kształtującej się w danym momencie na rynku, celem uzyskania określonego przyszłego strumienia płatności. Ponieważ cena za instrument musi być uiszczona w momencie rozpoczęcia inwestycji, jej wartość bieżąca równa jest wartości nominalnej. Operacja dyskontowania pozwala natomiast wyznaczyć wartość bieżącą płatności dokonywanych przez emitenta. Wyznaczając różnicę pomiędzy wartością bieżącą dochodów, a nakładem początkowym (ceną instrumentu) otrzymujemy tzw. wartość bieżącą netto (*Net Present Value, NPV*) inwestycji¹¹.

$$NPV = \frac{F}{(1 + R)^t} - P \quad (1.9)$$

Każdy projekt inwestycyjny można scharakteryzować tzw. wewnętrzną stopą zwrotu (*Internal Rate of Return, IRR*), czyli takim poziomem stopy dyskontowej R , dla której wartość bieżąca netto projektu jest zerowa, czyli dochodzi do wyrównania poziomu nakładu początkowego i zdyskontowanej wartości płatności¹². W przypadku instrumentów dłużnych, traktując cenę P , jako określoną przez rynek oraz wartości płatności, jako ustalone przez emitenta, można wyznaczyć stopę dyskontową R , zapewniającą zrównanie wartości bieżących tych wielkości. Stopa ta, będąca wewnętrzną stopą zwrotu z inwestycji w instrument, jest jednocześnie miarą stopy dochodu w terminie do wykupu (*Yield to maturity, YTM*)¹³.

Dla instrumentów kuponowych wyznaczenia stopy YTM dokonuje się metodą iteracyjną, co oznacza, iż uzyskiwany wynik jest jedynie przybliżeniem poszukiwanej wartości, z dokładnością zależną od liczby iteracji. W przypadku instrumentu dyskontowego, wyznaczenie stopy zwrotu w terminie do wykupu jest natomiast stosunkowo łatwe, bowiem stopa ta, przy zadanych parametrach P , F oraz t , jest rozwiązaniem równania:

$$P = F * \frac{1}{(1 + R)^t} \Rightarrow$$

$$R = YTM = \sqrt[t]{\frac{F}{P}} - 1 \quad (1.10)$$

Stopa YTM jest zatem takim poziomem stopy dyskontowej, który wyrównuje bieżącą wartość płatności (F) z obecnym poziomem rynkowej wyceny obligacji (P). Stopa zwrotu w terminie do wykupu wyznaczona dla obligacji zerokuponowej jest szczególnym rodzajem stopy procentowej, określanym jako „zerokuponowa”, bądź „natychmiastowa” stopa procentowa¹⁴.

W badaniu struktury terminowej stopy natychmiastowe mają podstawowe znaczenie, pomimo, iż porównując dochodowość inwestycji, najczęściej pojęcie stopy zwrotu utożsamia się ze stopą YTM ¹⁵. Tymczasem stopy zwrotu w terminie do wykupu są równoznaczne stopom natychmiastowym jedynie w przypadku zerokuponowych (dyskontowych) instrumentów dłużnych, zaś równoznaczność ta nie zachodzi w przypadku powszechnie występujących obligacji o oprocentowaniu

¹¹ STEINER R. [2000], s. 38.

¹² ELTON E. J., GRUBER M. J. [1996], s. 617.

¹³ DEACON M., DERRY A. [1994], s. 12.

¹⁴ FABOZZI F. J. [2000], s. 108.

¹⁵ SHILLER R. J. [1990], s. 634.

stałym. Ze względu na konieczność wyraźnego rozróżnienia stóp natychmiastowych i stóp zwrotu w terminie do wykupu, w dalszej części pracy symbolem (R_t) oznaczam wyłącznie zerokuponowe stopy procentowe, wyrażone w skali rocznej i wyznaczone dla instrumentów o czasie zapadalności wynoszącym t lat.

Stopa zwrotu w terminie do wykupu oraz stopa natychmiastowa mierzą dochód inwestora, którego horyzont inwestycyjny równy jest czasowi zapadalności obligacji. Powstaje w tym miejscu pytanie o stopę mierzącą dochód w strategii uwzględniającej „przedterminową” odsprzedaż obligacji na rynku wtórnym¹⁶. Stopa zwrotu w okresie trwania inwestycji (*holding period return*, RET) jest stopą zwrotu z inwestycji, polegającej na zakupieniu obligacji za pewną cenę rynkową i późniejszej odsprzedaży przed nastaniem terminu jej zapadalności (po upływie czasu t'). Ogólnie, stopa ta jest stosunkiem sumy płatności, jakie w trakcie trwania inwestycji uzyskuje posiadacz obligacji, do początkowej ceny zakupu.

W przypadku obligacji zerokuponowej, gdy pomiędzy zakupem a sprzedażą instrumentu nie uzyskuje się żadnych płatności ze strony emitenta, stopa *holding period return* jest uzależniona wyłącznie od cen kształtujących się w momencie zakupu (m) i odsprzedaży ($m+t'$). Jako $RET_t(m, m+t')$ oznaczam stopę zwrotu w czasie trwania inwestycji (t') osiągniętą na instrumencie, którego czas zapadalności wynosi t lat, zakupionego w momencie m .

$$[RET_t(m, m+t')]^{t'} = \frac{P_{m+t'}}{P_m} - 1 \quad (1.11)$$

Ponieważ ceny $P_{m+t'}$ i P_m jednoznacznie określają odpowiadające im poziomy natychmiastowych stóp zwrotu, otrzymujemy:

$$P_m = \frac{F}{[1 + R_t(m)]^t} \Rightarrow [1 + R_t(m)]^t = \frac{F}{P_m}$$

$$P_{m+t'} = \frac{F}{[1 + R_{t-t'}(m+t')]^{t-t'}} \Rightarrow [1 + R_{t-t'}(m+t')]^{t-t'} = \frac{F}{P_{m+t'}}$$

Stopa *holding period return* może być określona także jako funkcja stóp natychmiastowych, obserwowanych dla danego instrumentu w momentach jego zakupu i odsprzedaży:

$$[RET_t(m, m+t')]^{t'} = \frac{[1 + R_t(m)]^t}{[1 + R_{t-t'}(m+t')]^{t-t'}} - 1 \quad (1.12)$$

Z powyższego wynika, iż stopa *holding period return*, osiągnięta w okresie pomiędzy chwilą bieżącą, a pewnym momentem w przyszłości, uzależniona jest od relacji pomiędzy poziomami stopy dochodowości, obserwowanymi dla danego instrumentu w chwili rozpoczęcia i zakończenia inwestycji. Warto zauważyć, iż jeżeli w okresie trwania inwestycji nie dojdzie do zmiany stopy dochodowości obligacji, zrealizowana stopa zwrotu będzie równa początkowemu poziomowi stopy natychmiastowej¹⁷.

1.3. Krzywa dochodowości

Krzywa dochodowości, tj. graficzna prezentacja terminowej struktury stóp procentowych, może przybierać różne kształty. Wśród typowych kształtów krzywej wyróżnia się¹⁸:

- a) normalny, czyli rosnący (*normal*),
- b) płaski (*flat*),

¹⁶ CAMPBELL J. Y. [1995], s. 3.

¹⁷ CAMPBELL J.Y., LO A.W., MacKINLAY A.C. [1997], s. 398.

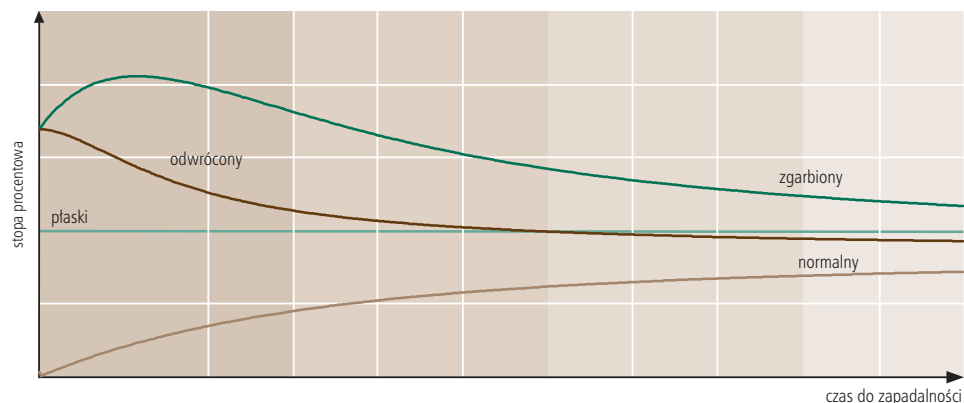
¹⁸ FABOZZI F. J. [2000], s. 120.

c) odwrócony, czyli malejący (*inverted*),

d) zgarbiony (*hump-shaped*).

Wykres 1.1

Podstawowe kształty krzywej dochodowości



Źródło: opracowanie własne.

W kategoriach ilościowych kształt krzywej dochodowości określany jest wartościami spreadów, czyli różnic pomiędzy jednookresową stopą procentową (R_1) a stopami o dłuższych terminach zapadalności:

$$S_t = R_t - R_1 \quad (1.13)$$

Spread krzywej dochodowości odzwierciedla zatem relacje, w jakich pozostają krótko- i długoterminowe stopy procentowe.

Częstokroć w ramach kształtu normalnego wyróżnia się dwa przypadki. Po pierwsze, właściwy kształt normalny, czyli taki, w którym krzywa dochodowości ma przebieg łagodnie rosnący ze względu na czas. Po drugie, właściwy kształt rosnący, kiedy nachylenie krzywej jest duże. Oznacza to, iż w przypadku kształtu normalnego występuje niewielka wartość spreadów pomiędzy krótkoterminowymi i długoterminowymi stopami natychmiastowymi, natomiast w przypadku kształtu rosnącego wartość spreadów jest duża. Należy też zwrócić uwagę, iż idealny kształt płaski (przypadek, w którym dla każdego t , wartość spreadu $S_t=0$) jest w zasadzie kształtem czysto teoretycznym – jego występowania w praktyce nie zaobserwowano. Kształt odwrócony charakteryzuje się malejącą wartością spreadu dla rosnących wartości czasu zapadalności¹⁹. Wreszcie, w przypadku kształtu zgarbionego (określanego również jako łukowaty), spread osiąga pewną wartość maksymalną dla pewnego czasu zapadalności t^* , zaś spready stóp o czasach zapadalności różnych od t^* , są dodatnie, jakkolwiek niższe od S_{t^*} . Campbell [1995] wyróżnia także odwrócony kształt łukowaty (*trough-shaped yield curve*, *inverted-hump-shaped yield curve*). W tym przypadku, dla czasu t^* , spread krzywej dochodowości osiąga wartość najniższą.

1.4. Podstawowe teorie struktury terminowej stóp procentowych

Wyjaśnienia obserwowanego kształtu krzywej dochodowości można dokonać na gruncie jednej z teorii struktury terminowej. Fabozzi [2000] wśród podstawowych teorii krzywej dochodowości wyróżnia:

– teorię oczekiwań (*expectations theory*),

¹⁹ Mówiąc o malejącej wartości spreadu mamy na myśli coraz większe wartości ujemne.

- teorię preferencji płynności (*liquidity theory*),
- teorię preferowanych habitatów (*preferred habitat theory*).

Przystępując do analizy czynników wyjaśniających terminową strukturę stóp procentowych, należy podkreślić, że do chwili obecnej nie opracowano w tym zakresie jednolitej i kompleksowej teorii. Żadna z przedstawionych hipotez nie może być traktowana jako zadowalające wyjaśnienie obserwowanych faktów empirycznych, niemniej rozwój prac nad teorią krzywej dochodowości jest doskonałym przykładem ewolucji i modyfikowania koncepcji teoretycznych, które okazują się sprzeczne z rzeczywistością.

W pracy zajmują się przede wszystkim teorią oczekiwań, sformułowaną po raz pierwszy przez Irvinga Fishera („The Theory of Interest”, [1930]) i rozwiniętą przez F. A. Lutza [1940]. Wcześniejsze badania nad mechanizmem wyjaśniającym terminowe zróżnicowanie stóp procentowych prowadzone były m. in. przez Bohm-Bawerka²⁰, który stwierdził jednak, iż terminowa struktura stóp procentowych powinna być zawsze płaska. Malkiel [1966] sugeruje, że pewne przewidywania, zmierzające w kierunku hipotezy oczekiwań, zawierały prace Saya²¹ i Sidgwicka²². Według Shillera [1990], teoria oczekiwań powstała prawdopodobnie na bazie obserwacji sposobu podejmowania przez inwestorów decyzji, w zakresie alokacji zasobów pieniężnych pomiędzy instrumenty dłużne o zróżnicowanych terminach zapadalności oraz wpływu przeprowadzanych transakcji na rozkład stóp dochodowości.

Teoria oczekiwań nie jest jednorodna, lecz posiada kilka odmian. Ich cechą wspólną jest hipoteza, iż długoterminowe stopy procentowe odzwierciedlają oczekiwania inwestorów dotyczące przyszłego poziomu stóp krótkoterminowych²³. Odmiany powyższej teorii różnią się jednak w kwestii, czy oczekiwania są jedynym czynnikiem determinującym kształt krzywej dochodowości. Uwzględnienie czynników dodatkowych pozwoliło na sformułowanie tzw. obciążonych wersji teorii oczekiwań (*biased expectations theories*)²⁴, w myśl których na poziom długoterminowych stóp procentowych wpływa również obecność premii za ryzyko.

1.4.1. Teoria oczekiwań

Prezentację teorii oczekiwań warto poprzedzić krótkim zarysem teorii stopy procentowej w ujęciu J.M. Keynesa z początku lat trzydziestych, bowiem ta właśnie teoria legła u podstawy sformułowania przez F.A. Lutza [1940] czystej (nieobciążonej) wersji hipotezy oczekiwań. Keynes [1930] wychodzi z założenia, iż pewien poziom stopy procentowej uważany jest powszechnie za poziom normalny, będący długoterminowym punktem równowagi, ku któremu zmierzają zmiany rynkowej stopy procentowej. Każde krótkoterminowe odchylenie się stopy procentowej od poziomu normalnego wywołuje powszechne oczekiwania wystąpienia ruchu powrotnego. Dla inwestorów operujących na rynku papierów dłużnych oznacza to oczekiwania:

- spadku cen obligacji, jeżeli uprzednio nastąpił spadek stopy procentowej i oczekiwany jest jej wzrost do poziomu równowagi,
- wzrostu cen obligacji, jeżeli wystąpił wzrost stopy procentowej i oczekuje się spadku do poziomu równowagi.

Ten tok rozumowania pozwolił Keynesowi na stworzenie teorii stopy procentowej opartej na preferencji płynności, tj. teorii stwierdzającej, że zmiany stopy procentowej zmieniają alokację popytu inwestorów pomiędzy gotówkę (traktowaną jako instrument o doskonałej płynności) i różnego rodzaju papiery dłużne, zależnie od stopnia ich płynności. Warto zwrócić uwagę, iż koncepcja „normalnej” stopy procentowej implikuje łatwość przewidzenia kierunku przyszłych zmian stóp procentowych. Oczekiwania inwestorów mają zatem charakter powszechny i jednorodny. Tym sa-

²⁰ BOHM-BAWERK E. V. [1891]: „The positive theory of Capital”, G.E. Schwert & Co., London.

²¹ SAY J. B. [1853]: „A treatise on political economy”, Lippincott Grambo & Co., Philadelphia.

²² SIDGWICK H. [1887]: „The principles of political economy”, MacMillan, London.

²³ MISHKIN F. S. [1990], s. 1.

²⁴ FABOZZI F. J. [2000], s. 121.

mym, spekulacja związana z oczekiwanymi zmianami stóp procentowych jest według Keynesa głównym czynnikiem kształtującym aktywność inwestorów na rynku papierów dłużnych²⁵.

Dla inwestorów o profilu spekulacyjnym ryzyko ma umiarkowane znaczenie, zaś podstawą decyzji inwestycyjnych są porównania relacji stóp zwrotu z alternatywnych operacji. Spekulanci w podejmowanych decyzjach nie kierują się preferencjami w zakresie terminów zapadalności instrumentów, zaś dostępne na rynku obligacje o zróżnicowanych terminach wykupu mogą być uznane za doskonałe substytuty.

Aby wyjaśnić hipotezę oczekiwań, zakładam, iż początkowo krzywa dochodowości ma kształt płaski. Jeżeli inwestorzy spodziewają się wzrostu stóp procentowych, oczekiwany dochód z reinwestowania kapitału w papiery krótkoterminowe przewyższa bieżące stopy dochodowości instrumentów długoterminowych. Pomimo ryzyka związanego z taką operacją, spekulanci dokonywaliby transakcji sprzedaży obligacji długoterminowych, celem nabycia papierów o krótkich terminach zapadalności. Doprowadza to w efekcie do wyrównania oczekiwanych dochodowości poprzez zmiany cen instrumentów. Jednocześnie, krzywa dochodowości przyjmie kształt rosnący.

Podobnie, oczekiwania spadku stóp procentowych zachęciłyby spekulantów do zakupu instrumentów długoterminowych, pomimo związanego z taką operacją ryzyka utraty płynności. Jednocześnie nastąpiłaby wzmożona wyprzedaż instrumentów krótkoterminowych. Również w tym przypadku proces zakończy się z chwilą wyrównania oczekiwanych dochodów, zaś krzywa dochodowości przyjmie kształt odwrócony. Podsumowując, masowa spekulacja oparta na oczekiwaniach, zapewnia ich odzwierciedlenie w bieżącym kształcie krzywej dochodowości.

Z teorii oczekiwań wynika, że stopy krótko- i długoterminowe nie są w stosunku do siebie ani relatywnie wysokie, ani relatywnie niskie, jeżeli oczekiwany dochód z reinwestowania kapitału w papiery krótkoterminowe jest równy dochodowi z ulokowania kapitału w instrument długoterminowy²⁶. Najważniejszymi wnioskami wynikającymi z hipotezy oczekiwań są:

- a) stopy dochodowości instrumentów długoterminowych kształtują się wyłącznie pod wpływem oczekiwań dotyczących przyszłego poziomu stóp procentowych i nie zawierają jakiegokolwiek premii w stosunku do stóp dochodowości obligacji krótkoterminowych,
- b) bieżąca struktura terminowa odzwierciedla (dokładnie i wyłącznie) oczekiwania inwestorów odnośnie przyszłych zmian stóp procentowych.

Powyższe wnioski pozwalają przejść do interpretacji teorii oczekiwań²⁷. Zakładam, iż w danej chwili m , na rynku obligacji kształtują się następujące poziomy stóp dochodowości:

- a) obligacji krótkoterminowej (o czasie zapadalności równym t')

$$R_{t'}(m)$$

- b) obligacji długoterminowej (o czasie zapadalności równym t)

$$R_t(m)$$

Na bazie powyższych stóp, łatwo wyznaczyć poziom przyszłej stopy procentowej, zapewniającej wyrównanie strategii, z których jedna polega na zakupie obligacji długoterminowej, druga zaś zakłada reinwestowanie w instrumenty krótkoterminowe. Stopa ta – jako ściśle związana z bieżącą strukturą terminową – nosi nazwę implikowanej stopy terminowej (*implied forward rate, F*)²⁸:

$$[1 + R_t(m)]^t = [1 + R_{t'}(m)]^{t'} * [1 + F_{t-t'}(m+t')]^{t-t'} \quad (1.14)$$

²⁵ SŁAWIŃSKI A. [1992], s. 22-23.

²⁶ SŁAWIŃSKI A. [1996], s. 2.

²⁷ Klasyfikacja i szerokie omówienie interpretacji hipotezy oczekiwań zawarte są w: COX J., INGERSOLL J., ROSS S. [1981].

²⁸ Termin „implikowana stopa terminowa” oznacza, iż stopa ta nie jest obserwowana bezpośrednio na rynku terminowym, lecz wyznaczana w oparciu odpowiednio poziomy stóp natychmiastowych (STĘPNIAK I., ZIELIŃSKI J. [2000], s. 5).

$$[1 + F_{t-t'}(m + t')]^{t-t'} = \frac{[1 + R_t(m)]^t}{[1 + R_{t'}(m)]^{t'}} \\ F_{t-t'}(m + t') = \left[\frac{[1 + R_t(m)]^t}{[1 + R_{t'}(m)]^{t'}} \right]^{\frac{1}{t-t'}} - 1 \quad (1.15)$$

Według najwcześniejszej²⁹ interpretacji teorii oczekiwań, implikowane stopy terminowe powinny dokładnie odzwierciedlać oczekiwania inwestorów co do przyszłego poziomu stóp procentowych³⁰:

$$E_m[R_{t-t'}(m + t')] = F_{t-t'}(m + t') \quad (1.16)$$

gdzie symbol E_m oznacza oczekiwania kształtujące się w chwili m .

W myśl teorii oczekiwań, długoterminowe stopy procentowe nie zawierają w stosunku do stóp krótkoterminowych jakiegokolwiek premii za ryzyko. W ramach powyższego stwierdzenia, wyróżnia się trzy kolejne interpretacje hipotezy oczekiwań³¹.

Pierwsza z interpretacji nosi nazwę teorii oczekiwań stopy zwrotu w terminie do wykupu (*return-to-maturity expectations*). Oparta jest ona o założenie braku ryzyka związanego z reinwestowaniem. W myśl tej teorii, stopa zwrotu osiągnięta w strategii wieloletniego reinwestowania w obligacje krótkoterminowe, równa jest stopie zwrotu w terminie do wykupu obligacji długoterminowej, której czas zapadalności równy jest horyzontowi czasowemu strategii reinwestowania. Dla uproszczenia przyjmuję, iż obligacje krótkoterminowe są instrumentami jednorocznymi.

$$R_t(m)^t = (1 + E_m[R_1(m)]) * (1 + E_m[R_1(m+1)]) * \dots * (1 + E_m[R_1(m+t-1)]) \quad (1.17)$$

dla dowolnego t, m .

Druga interpretacja określana jest jako lokalna teoria oczekiwań (*local expectations theory*). Bazuje ona na założeniu braku ryzyka związanego z przedterminową likwidacją inwestycji. Interpretacja powyższa stwierdza równość krótkoterminowych stóp zwrotu, osiągniętych z obligacji o zróżnicowanych terminach zapadalności w jednakowym horyzoncie inwestycyjnym:

$$RET_t(m, m+1) = R_t(m) \quad (1.18)$$

dla dowolnego t, m .

Najszerza interpretacja hipotezy oczekiwań mówi, że stopa zwrotu w danym horyzoncie inwestycyjnym jest zupełnie niezależna od wyboru strategii³². Przykładowo, inwestor pragnący dokonać pięcioletniej inwestycji, powinien osiągnąć jednakową stopę zwrotu:

- reinwestując kapitał w obligacje jednoroczne,
- nabywając i przetrzymując do wykupu obligację pięcioletnią,
- kupując obligację dziesięcioletnią i odsprzedając ją po upływie pięciu lat na rynku wtórnym.

Podstawą krytyki teorii oczekiwań jest przyjmowane przez nią założenie łatwości przewidzenia przyszłych stóp procentowych, implikujące trafność i jednorodność oczekiwań inwestorów³³. Tymczasem, przeprowadzone przez J. Tobina [1958] badania wykazały, że przewidzenie przyszłego poziomu stóp procentowych nie jest łatwe, co więcej, nie występuje jednorodność oczekiwań inwestorów. Transakcje motywowane oczekiwaniami nie mają zatem charakteru jednokierunkowego,

²⁹ SHILLER R. [1990], s. 645.

³⁰ MEISELMAN D. [1962], KESSEL R.A. [1965].

³¹ FABOZZI F.J. [2000], s. 123.

³² LUTZ [1940].

³³ MELINO A. [1986].

zaś ich efektem nie jest osiągnięcie przez krzywą dochodowości kształtu dokładnie odzwierciedlającego oczekiwania uczestników rynku.

Inwestycjom na rynku instrumentów dłużnych towarzyszy zatem niepewność, zaś najważniejszą wadą teorii oczekiwań jest pominięcie zagadnień ryzyka inwestycyjnego³⁴. Ryzyko to występuje w dwu podstawowych formach:

- ryzyka cenowego, związanego z niepewnością co do przyszłego poziomu ceny instrumentów długoterminowych, w okresie poprzedzającym ich zapadalność,
- ryzyka reinwestycji, wiążącego się ze niepewnością w zakresie przyszłych poziomów stóp dochodowości instrumentów krótkoterminowych.

Pierwszy rodzaj ryzyka występuje w strategiach zakładających zakup instrumentu o terminie zapadalności dłuższym niż horyzont inwestycyjny. Inwestor zakładając „przedterminową” odsprzedaż obligacji, nie może być pewny przyszłego poziomu jej ceny, a tym samym poziomu możliwej do osiągnięcia stopy zwrotu w czasie trwania inwestycji. Poziom ryzyka cenowego jest tym większy, im dłuższy jest czas zapadalności instrumentu.

Ryzyko reinwestycji występuje w strategiach, zakładających regularne powtarzanie zakupu instrumentów o terminach zapadalności krótszych od horyzontu inwestycyjnego. Przyszłe stopy dochodowości instrumentów krótkoterminowych nie są jednak znane, stąd inwestor nie może być pewny, jaką stopę zwrotu osiągnie w strategii reinwestowania.

W efekcie, ryzyko związane ze zmianami stóp procentowych w kierunku innym niż oczekiwany jest na tyle istotne, że nie sposób było pominąć jego wpływu w teorii struktury terminowej. Już pod koniec lat trzydziestych ekonomiści zasugerowali, że długoterminowe stopy procentowe nie są wyłącznie odzwierciedleniem oczekiwań inwestorów, lecz zawierają również pewien poziom premii, zależny od czasu zapadalności instrumentu³⁵. Hicks [1939] i Lutz [1940] zauważyli, iż pożyczkodawcy generalnie preferują krótkie terminy zapadalności, pozwalające na zachowanie płynności inwestycji, podczas gdy kredytobiorcy zainteresowani są uzyskaniem długiego terminu zapadalności instrumentów³⁶. Normalnym zjawiskiem powinna być zatem rosnąca krzywa dochodowości, odzwierciedlająca coraz wyższy poziom premii za czas zapadalności (*term premium*).

Punktem wyjścia dla dalszych badań była również niezgodność hipotezy oczekiwań z obserwacjami empirycznymi³⁷. F. Macaulay [1938], opisując implikacje teorii oczekiwań, zauważył, iż powszechnemu występowaniu normalnej (rosnącej) krzywej dochodowości nie towarzyszy stopniowy wzrost stóp procentowych. Niezgodność prognoz opartych na strukturze terminowej z rzeczywistym zachowaniem stóp procentowych w przyszłości zauważył również Culbertson [1957].

Ze względu na obecność premii w długoterminowych stopach dochodowości, Lutz [1940] wyodrębnił w ramach teorii oczekiwań dwie wersje:

- czystą teorię oczekiwań (*pure expectations theory*), w myśl której długoterminowe stopy procentowe odzwierciedlają wyłącznie oczekiwania inwestorów i nie zawierają jakiegokolwiek premii czasowej³⁸,
- teorię oczekiwań, wyrażającą pogląd, iż długoterminowe stopy procentowe odzwierciedlają zarówno oczekiwania inwestorów jak i premię czasową.

Druga ze sformułowanych przez Lutza wersji teorii oczekiwań stała się przedmiotem licznych dalszych badań. Ich celem było przede wszystkim określenie natury premii czasowej. Grupę sformułowanych w ten sposób teorii, Kane [1981] określił zbiorczym mianem teorii premii czasowej (*term*

³⁴ FABOZZI F. J. [2000].

³⁵ KALDOR N. [1939]: "Speculation and instability", *Review of Economic Studies*, No. 7, pp. 1-27, KALECKI M. [1939]: "Essays in the theory of economic fluctuations", Allen and Unwin, London.

³⁶ CAMPBELL J.Y., LO A.W., MACKINLAY A. C. [1997], s. 418.

³⁷ Najwcześniejsze próby weryfikacji empirycznej hipotezy oczekiwań ograniczały się wyłącznie do badania relacji pomiędzy implikowanymi stopami terminowymi, a przyszłym poziomem stóp procentowych (SHILLER R. [1990], s. 645).

³⁸ Wersja ta odpowiada zatem teorii sformułowanej przez Fishera [1930]. MALKIEL [1966] określił ją jako klasyczną hipotezę oczekiwań (*Classic expectations hypothesis*).

premium theories)³⁹. Spośród alternatywnych wersji teorii oczekiwań, powszechnym uznaniem cieszą się obecnie teoria preferencji płynności oraz teoria preferowanych habitatów⁴⁰.

1.4.2. Teoria preferencji płynności

Teoria ta została sformułowana przez Hicksa w 1939 r., a następnie rozwinięta w drugim wydaniu dzieła „Value and Capital” [1946]. Jej podstawę stanowią wcześniej zasygnalizowane obserwacje Hicksa o powszechności występowania normalnego kształtu krzywej dochodowości oraz postulat obecności premii w stopach dochodowości obligacji długoterminowych, wynikający ze zróżnicowanych preferencji inwestorów i emitentów instrumentów dłużnych.

Spekulanci, których dominację na rynku zakłada teoria oczekiwań, są grupą inwestorów, która nie wymaga, aby stopa dochodowości papierów zawierała premię za ryzyko. Teoria preferencji płynności przyjmuje założenie, że na rynku występuje równowaga pomiędzy siłą spekulantów, a siłą inwestorów dokonujących długoterminowych inwestycji o charakterze lokacyjnym. Grupa ta wymaga jednak, aby stopa zwrotu z instrumentu zawierała premię, kompensującą ryzyko ewentualnej niekorzystnej zmiany stóp procentowych. Ryzyko niekorzystnej zmiany stóp jest szczególnie istotne, gdy przyjmie się założenie, iż inwestorzy na ogół dobierają strukturę portfela w taki sposób, że średni termin zapadalności nabytych aktywów jest dłuższy niż horyzont czasowy inwestora (przeciętny termin zapadalności zaciągniętych przez niego zobowiązań). Skoro zatem inwestor *ex ante* przyjmuje założenie, że będzie musiał dokonać przedterminowej likwidacji inwestycji, naraża się na ryzyko, że zrealizowana przez niego stopa zwrotu będzie niższa od stopy YTM, wyznaczanej w momencie zakupu instrumentu. Jeżeli w okresie inwestycji nastąpi wzrost stóp procentowych, zdyskontowana wartość płatności oferowanych przez instrument zmniejszy się, co doprowadzi do spadku jego wartości bieżącej i ceny rynkowej. Dokonując przedterminowej sprzedaży, inwestor poniesie wówczas stratę kapitałową. W myśl teorii preferencji płynności, inwestorzy będą skłonni nabywać obligacje długoterminowe tylko wówczas, gdy ich stopy dochodowości będą wyższe niż przeciętna wartość oczekiwanych przyszłych stóp procentowych⁴¹.

Ryzyko niekorzystnej zmiany ceny jest tym większe, im dłuższy termin do zapadalności instrumentu⁴². Premia za ryzyko powinna być zatem pozytywnie skorelowana z czasem zapadalności. Stąd, Lutz i Hicks premię tą określają mianem premii czasowej.

Hicks, w oparciu o ekonomiczną interpretację premii czasowej, zawarł w teorii preferencji płynności następujące warunki ograniczające:

- premia czasowa powinna mieć dodatni znak dla każdego terminu zapadalności instrumentów długoterminowych,
- wartość premii powinna monotonicznie rosnąć wraz ze zwiększaniem się terminu zapadalności instrumentu,
- premia oferowana przez instrument o danym terminie zapadalności powinna być stała w czasie.

W teorii preferencji płynności nie występuje całkowita substytucyjność krótkoterminowych i długoterminowych papierów dłużnych. Te ostatnie są bowiem narażone na znacznie większe ryzyko zmiany ceny w sytuacji, gdy inwestor pomyli się w prognozowaniu stóp procentowych, bądź też wystąpią nieoczekiwane ich wahania.

Z założenia o umiarkowanym wpływie spekulacji na rynek wynika, że nie jest możliwe tak silne dostosowanie cen instrumentów, aby terminowe stopy procentowe odpowiadały dokładnie

³⁹ W literaturze pojęcia „premia za ryzyko”, „premia za utratę płynności” oraz „premia czasowa” są używane zamiennie. Wydaje się, że kwestie terminologiczne nie stanowią tu istotnego problemu, gdyż ryzyko, płynność i czas zapadalności instrumentów są ze sobą ściśle powiązane (Shiller [1990] twierdzi, iż wymienione pojęcia mogą być traktowane jako synonimy). Termin „premia czasowa” jest jednak najszerszy, bowiem mieści w sobie również czynniki ryzyka związane kwestiami innymi niż płynność. Pojęcie to można zatem uznać za odpowiadające koncepcji przypisania adekwatnej premii za ryzyko instrumentom o zróżnicowanych terminach zapadalności.

⁴⁰ FABOZZI F.J. [2000].

⁴¹ HICKS [1946], s. 146.

⁴² LUTZ [1940], s. 62.

oczekiwaniom odnośnie przyszłych stóp procentowych. Umiarkowany wpływ spekulacji opiera się z kolei na założeniu, że spekulanci wprawdzie nie żądają aby stopa zwrotu oferowała premię za ryzyko, ale podejmują działania tylko wtedy gdy poziom tego ryzyka nie jest duży, czyli można łatwo przewidzieć przyszły poziom stóp procentowych. W teorii preferencji płynności zakłada się, że w momentach, gdy brak jednoznacznych oczekiwań co do dalszej ewolucji stóp procentowych, spekulacja ma względnie mały wpływ na rynek. Spekulanci mogą natomiast uzyskiwać na rynku okresową przewagę w momentach, kiedy pojawiają się masowe i jednoznaczne przewidywania odnośnie przyszłych stóp procentowych.

Obecność premii czasowej w stopach dochodowości obligacji długoterminowych powoduje, iż krzywa dochodowości nie jest dokładnym odzwierciedleniem oczekiwań rynku. Stopy terminowe wynikające ze struktury terminowej są bowiem sumą dwu składowych: oczekiwanego przez rynek poziomu przyszłej krótkookresowej stopy procentowej oraz premii za ryzyko (L), adekwatnej dla danej różnicy czasów zapadalności ($t-t'$):

$$E_m[R_{t-t'}(m+t')] = F_{t-t'}(m+t') + L_{t,t'} \quad (1.19)$$

Dwie pozostałe interpretacje teorii oczekiwań, uwzględniające obecność premii czasowej, można wyrazić w postaci następujących równań:

$$[1 + R_t(m)]^t = \prod_{i=0}^{t-1} [1 + E_m[R_t(m+i)]] + L_{t,1} \quad (1.20)$$

oraz:

$$E_m[RET_t(m, m+1)] = R_t(m) + L_{1,t} \quad (1.21)$$

W tym świetle teoria preferencji płynności może być traktowana jako uzupełnienie teorii oczekiwań o premię za ryzyko. Teoria ta doskonale tłumaczy powszechność występowania normalnego kształtu krzywej dochodowości. W sytuacji, gdy inwestorzy nie oczekują zmian poziomu stóp krótkoterminowych, krzywa powinna mieć przebieg łagodnie rosnący, będący odzwierciedleniem odpowiednich poziomów premii czasowej. Z drugiej strony, normalny kształt krzywej dochodowości może sugerować, iż inwestorzy oczekują stabilizacji lub wzrostu stóp procentowych (przy względnie niskich wartościach premii). Jeżeli natomiast premie czasowe są relatywnie duże, normalny kształt krzywej może być również odzwierciedleniem oczekiwanego spadku stóp procentowych.

1.4.3. Teoria preferowanych habitatów

Punktem wyjścia dla powyższej teorii jest sformułowana przez J.M. Culbertsona [1957] teoria segmentacji rynków (*segmented markets theory*). U jej podstaw leży założenie, że rynek papierów dłużnych nie ma charakteru jednorodnego, lecz podzielony jest na segmenty instrumentów krótko-, średnio- i długoterminowych, zaś w każdym z tych segmentów dominujące znaczenie odgrywa inna grupa inwestorów. Papiery krótkoterminowe stanowią główny składnik portfeli inwestorów, którzy dysponują wolnymi środkami na relatywnie krótkie terminy, podczas gdy podmioty zainteresowane inwestycjami o charakterze zdecydowanie lokacyjnym operują głównie na rynku obligacji długoterminowych.

Dla inwestorów krótkoterminowych, inwestowanie w segmentach innych niż segment papierów o krótkiej zapadalności obarczone jest występowaniem wysokiego ryzyka cenowego. Z kolei dla inwestorów o długim horyzoncie inwestycyjnym, zakup instrumentów krótkoterminowych obciążony jest wysokim poziomem ryzyka reinwestowania. Metodą, za pomocą której inwestorzy uodparniają swoje portfele na wymienione rodzaje ryzyka jest tzw. immunizacja, polegająca na utrzymaniu takiej struktury lokat, która zapewnia maksymalne zbliżenie terminu średniej zapadalności aktywów z horyzontem inwestycyjnym. Dla różnych grup inwestorów, preferowanymi segmentami

rynku papierów dłużnych są segmenty o zapadalności bliskiej horyzontowi inwestycyjnemu. Obligacje o silnie zróżnicowanych terminach wykupu nie mogą być zatem w ogóle traktowane jako substytuty, zaś ich stopy dochodowości nie wywierają na siebie wpływu. W teorii segmentacji, stopy zwrotu w poszczególnych segmentach rynku kształtują się niezależnie od siebie, pod wpływem zmian popytu i podaży obligacji o danym terminie zapadalności. Czynnikiem decydującym o kształcie krzywej dochodowości nie są zatem oczekiwania odnośnie przyszłego poziomu stóp procentowych, lecz kształtowanie się relacji popytu i podaży w poszczególnych segmentach rynku⁴³.

Segment instrumentów o najkrótszych terminach zapadalności jest domeną działania banków komercyjnych, inwestujących środki pozyskane w ogromnej części z krótkoterminowych depozytów. Na rynku papierów długoterminowych operują z kolei instytucje lokacyjne, takie jak fundusze emerytalne i firmy ubezpieczeniowe. Segmentacja rynku powoduje zatem obniżenie rentowności papierów krótkoterminowych i długoterminowych, w relacji do instrumentów o średnich terminach zapadalności, co wyjaśnia zgarbiony kształt krzywej dochodowości.

Teoria segmentacji rynków uwzględnia instytucjonalną strukturę rynków finansowych jako czynnik determinujący kształt krzywej dochodowości. Występowanie kształtu rosnącego świadczy zatem o relatywnie większym popycie generowanym przez inwestorów krótkoterminowych (powoduje to spadek stóp na początkowym odcinku krzywej), zaś kształt malejący będzie świadczył o przewadze popytu ze strony inwestorów długoterminowych.

Oczywistą wadą tej teorii jest założenie całkowitego braku substytucyjności instrumentów długo- i krótkoterminowych. Krytycznie odnosząc się do teorii segmentacji rynków, F. Modigliani i R. Sutch [1966, 1967] zauważyli, że inwestorzy wprawdzie mogą różnić się tzw. preferowanym habitatem (środowiskiem), obejmującym najbardziej pożądane terminy zapadalności instrumentów, niemniej skłonni są go opuścić, jeżeli będzie to związane z uzyskaniem stosownej premii. W efekcie, poziom premii czasowej nie musi rosnać monotonicznie wraz wydłużaniem czasu zapadalności⁴⁴. Co więcej, premia ta może mieć znak dodatni lub ujemny. Modigliani i Sutch odrzucili zatem dwie z restrykcji nałożonych przez Hicksa⁴⁵. Pojęcie premii czasowej jest tu szersze niż w ujęciu Hicksa i Lutz, odzwierciedla bowiem nie tylko premię za ryzyko związane z utratą płynności, lecz również premię za opuszczenie preferowanego habitatu⁴⁶.

Teoria segmentacji rynków całkowicie odrzuca wpływ spekulacji i oczekiwań inwestorów na kształt krzywej dochodowości. Spekulacja, jak wynika z teorii oczekiwań, spełnia rolę czynnika wygładzającego strukturę terminową, bowiem powoduje, że stopy dochodowości papierów znajdujących się poza preferowanymi habitatami obniżają się w wyniku popytu generowanego przez inwestorów wykazujących skłonność do ryzyka i nie stosujących immunizacji. Grupę taką stanowią nie tylko spekulanci, lecz częstokroć również instytucje finansowe, które kierując się oczekiwaniami decydują się zainwestować w papiery o innych niż preferowane terminach zapadalności.

Połączenie hipotezy oczekiwań z „poprawkami” w postaci teorii preferencji płynności i teorii segmentacji rynku⁴⁷, prowadzi do sformułowania teorii preferowanych habitatów. W myśl tej teorii, na rynku instrumentów dłużnych wyróżnić można preferowane „habitaty” dla poszczególnych inwestorów, ale brak jest wyraźnego rozdziału na segmenty. Obligacje o zróżnicowanych terminach wykupu mogą być zatem potraktowane jako substytuty, zaś stopy zwrotu na całej długości krzywej są wzajemnie powiązane. W świetle tej teorii, długoterminowa stopa procentowa powinna być równa średniej z oczekiwanych stóp krótkoterminowych, skorygowanej o premię, której poziom zależy od uwarunkowań popytu i podaży na instrumenty o danym terminie zapadalności. Premia ta będzie niższa w segmencie rynku preferowanym przez pewną grupę inwestorów, wyższa zaś dla instrumentów, na które popyt jest relatywnie niski. Wyrażony przez Modiglianiego i Sutch po-

⁴³ Teoria segmentacji rynków pozostaje zatem w wyraźnej opozycji do hipotezy oczekiwań (MOTT T., ZEN D. [1989]).

⁴⁴ Do powyższego ograniczenia Hicksa krytycznie odniósł się wcześniej Lutz [1940], wskazując, że teoria dopuszczająca zmienną monotoniczność premii czasowej jest znacznie lepszą alternatywą dla hipotezy oczekiwań, niż teoria oparta na preferencji płynności.

⁴⁵ MELINO A. [1986].

⁴⁶ MODIGLIANI F., SUTCH R. [1966], s. 184.

⁴⁷ SŁAWIŃSKI A. [1996] określa teorię segmentacji jako „drugą poprawkę”, obok teorii preferencji płynności stanowiącej „poprawkę pierwszą” do teorii oczekiwań w jej wersji czystej.

gląd, iż poziom premii może być zarówno dodatni jak i ujemny, jest powszechnie akceptowany w literaturze⁴⁸.

Teoria preferowanych habitatów uważana jest za najlepiej odpowiadającą faktom empirycznym. Po pierwsze, wyjaśnia ona normalny kształt krzywej dochodowości. Segment instrumentów krótkoterminowych odznacza się relatywną przewagą popytu, co oznacza, że na rynku obligacji dominują inwestorzy o krótkim horyzoncie inwestycyjnym, starający się zachować dużą płynność lokat. Instrumenty krótkoterminowe stanowią zatem najbardziej preferowany z habitatów rynkowych. Im dłuższa zapadalność instrumentu, tym wyższa powinna być premia oferowana za wyjście poza powszechnie preferowany habitat. W sytuacji, gdy inwestorzy nie oczekują zmian stóp krótkoterminowych, krzywa dochodowości przyjmuje kształt łagodnie rosnący. Dopiero oczekiwanie wyższych stóp procentowych spowoduje przybranie przez krzywą kształtu określanego jako właściwy kształt rosnący (z dużą wartością spreadu). Malejący kształt krzywej oznacza oczekiwanie na tyle dużego spadku stóp krótkoterminowych, iż średnia z oczekiwanego ich poziomu, nawet powiększona o premię, jest znacznie poniżej obecnej wartości stopy krótkoterminowej. Instrumenty krótkoterminowe przestają być wówczas habitatem preferowanym przez większość inwestorów. Poprzez uchylenie restrykcji Hicksa, teoria preferowanych habitatów uzasadnia również występowanie zgarbionego kształtu krzywej dochodowości. Odpowiada on oczekiwaniom początkowego wzrostu stóp procentowych, połączonego ze spodziewanym spadkiem w długim terminie.

Po drugie, teoria ta wyjaśnia jednokierunkowy charakter zmian stóp procentowych (uwzględnia oczekiwania uczestników rynku i obecność spekulacji). Oczekując utrzymania w przyszłości obniżonego poziomu stóp krótkoterminowych, znaczna część inwestorów zdecyduje się zainwestować w obligacje długoterminowe, co spowoduje spadek ich stóp dochodowości.

* * *

Podsumowując prezentację podstawowych teorii struktury terminowej, można przedstawić interpretację poszczególnych kształtów krzywej dochodowości według podstawowych teorii (por. Tabela 1.1).

Tabela 1.1
Podsumowanie teorii krzywej dochodowości

Kształt krzywej	Teoria oczekiwań w wersji czystej	Teoria preferencji płynności	Teoria segmentacji rynku
normalny	oczekiwanie łagodnej wyższości stóp procentowych	oczekiwanie, iż stopy procentowe pozostaną bez zmian; rosnąca premia za utratę płynności	relatywnie wyższa płynność segmentu inwestorów krótkoterminowych (banki) niż segmentu inwestorów długoterminowych (firmy ubezpieczeniowe i fundusze emerytalne)
rosnący	oczekiwanie silnej wyższości stóp procentowych	oczekiwanie silnej wyższości stóp procentowych; rosnąca premia za utratę płynności	znaczna przewaga płynności po stronie inwestorów krótkoterminowych
odwrócony	oczekiwanie znaczącego spadku stóp procentowych	oczekiwanie znaczącego spadku stóp procentowych, rosnąca premia za utratę płynności	znaczna przewaga płynności po stronie inwestorów długoterminowych
zgarbiony	oczekiwanie wzrostu stóp w krótkim terminie oraz ich spadku w długim terminie	oczekiwanie spadku stóp procentowych w, rosnąca premia za utratę płynności	względna równowaga popytu ze strony inwestorów krótko- i długoterminowych

Źródło: opracowanie własne.

1.5. Płaszczyzny praktycznych zastosowań terminowej struktury stóp procentowych

1.5.1. Zarządzanie finansowe

1.5.1.1. Wycena papierów wartościowych

Inwestor, dysponujący rozkładem czasowym zerokuponowych stóp procentowych, może się nim posłużyć w celu wyznaczenia „prawdziwej wartości” dowolnego instrumentu finansowego,

⁴⁸ SHILLER R. [1990], s. 650.

niezależnie od struktury oferowanych przez ten instrument płatności. W szczególności, możliwe staje się porównywanie ze sobą obligacji o identycznych terminach zapadalności, lecz zróżnicowanej konstrukcji kuponu. Punktem wyjścia do wyceny dostępnych na rynku obligacji jest modelowanie krzywej dochodowości za pomocą technik statystycznych, na bazie notowań papierów dostępnych na rynku. Porównując rzeczywiste stopy dochodowości (a zarazem wyceny) obligacji dostępnych na rynku, z poziomami wynikającymi z teoretycznego (modelowego) rozkładu stóp, inwestorzy mogą znaleźć papiery zarówno przewartościowane, jak też wycenione zbyt nisko, co pozwala dokonać korzystnych inwestycji.

1.5.1.2. Prognozowanie stóp procentowych

Znaczenia terminowej struktury stóp procentowych w podejmowaniu decyzji na rynku instrumentów dłużnych nie sposób przecenić. Wynika ono bezpośrednio z wniosków, jakie teoria oczekiwań pozwala wyprowadzić z obserwowanej w danym momencie krzywej dochodowości. W myśl tej teorii struktura czasowa stóp procentowych może stanowić – poprzez implikowane stopy terminowe – narzędzie prognozowania przyszłego poziomu rynkowych stóp procentowych. Struktura ta odzwierciedla bowiem oczekiwania rynkowe odnośnie przyszłego poziomu stóp: gdyby było inaczej, oznaczałoby to istnienie możliwości dokonania przez spekulantów transakcji przesuwających kapitał w inwestycje o oczekiwanej wyższej dochodowości, co z kolei musiałyby doprowadzić do zmian cen i wyrównania stóp zwrotu.

W sytuacji, gdy krzywa dochodowości dokładnie odzwierciedla oczekiwania uczestników rynku, możliwości dokonania korzystnych transakcji pojawiają się dla inwestorów, którzy na bazie własnych doświadczeń i informacji potrafią trafnie wyznaczyć przyszłe poziomy stóp procentowych. W praktyce, sytuacja, w której „rynek myli się” prognozując przyszłe stopy dochodowości, występuje bardzo często, stwarzając tym samym możliwości spekulacji dla lepiej oceniających sytuację inwestorów. Określenie optymalnej strategii inwestycyjnej na rynku papierów dłużnych powinno zatem obejmować etap porównania implikowanych stop terminowych z dostępnymi z różnych źródeł prognozami przyszłych stóp natychmiastowych.

1.5.2. Polityka pieniężna i prognozy inflacyjne

Jednym z najważniejszych kierunków studiów nad możliwościami praktycznego zastosowania krzywej dochodowości, są badania relacji pomiędzy inflacją i rozkładem terminowym stóp procentowych. Krzywa dochodowości, jako wyraz oczekiwań uczestników rynku, stanowi źródło ważnych informacji dla władz monetarnych, zaś wiele banków centralnych stara się włączyć strukturę terminową w katalog narzędzi wykorzystywanych w ocenie oczekiwań inflacyjnych. Z drugiej strony, podejmowane są też badania nad możliwością bezpośredniego zastosowania krzywej dochodowości do prognozowania poziomu przyszłej inflacji.

Teoretyczną podstawę badań nad potencjałem informacyjnym krzywej dochodowości stanowi połączenie teorii oczekiwań i twierdzenia Fishera⁴⁹. Prezentację powyższego twierdzenia poprzedzam za pomocą mechanizmu transmisji impulsów polityki pieniężnej na terminową strukturę stóp procentowych.

Zgodnie z hipotezą oczekiwań, długoterminowe stopy procentowe równe są średniej wartości oczekiwanych w przyszłości stóp krótkoterminowych, ewentualnie powiększonej o pewien poziom premii. Wysoka wartość spreadu krzywej dochodowości odpowiada zatem oczekiwaniom wzrostu stóp procentowych w przyszłości, zaś ujemny spread powiązany jest z oczekiwaniami ich spadku.

Oczekiwania dotyczące przyszłego poziomu stóp procentowych są jednak silnie powiązane z oceną uwarunkowań polityki pieniężnej. Krótkoterminowe stopy procentowe stanowią jeden z podstawowych instrumentów, wykorzystywanych przez większość banków centralnych⁵⁰. Prowadząc operacje otwartego rynku oraz oferując różne formy kredytu refinansowego, bank centralny wpływa na poziom płynności sektora banków komercyjnych. Zgodnie z teorią preferowanych habi-

⁴⁹ BERK J.M., Van BERGEIJK P. [2000], s. 5.

⁵⁰ ESTRELLA A., MISHKIN F.S. [1995a], s. 2.

tatów, banki te operują głównie na rynku instrumentów krótkoterminowych. Wynika stąd istnienie kanału transmisji impulsów monetarnych na odcinek krzywej dochodowości o krótkich terminach zapadalności. Kanał ten jest dodatkowo wspomagany przez mechanizm uwzględniania kosztów refinansowania w pożądanych przez banki komercyjne stopach dochodowości nabywanych instrumentów.

Jeżeli inwestorzy oczekują zaostrzenia polityki pieniężnej (a więc wzrostu stóp procentowych), powinno być to odzwierciedlone w wysokiej wartości spreadu. Podobnie, ujemny spread powinien odpowiadać oczekiwaniom złagodzenia polityki pieniężnej. Niska wartość spreadu kształtuje się zatem, gdy inwestorzy postrzegają bieżącą politykę banku centralnego jako relatywnie restrykcyjną, z kolei postrzeganie tej polityki jako relatywnie liberalnej powinno odpowiadać wysokiej wartości spreadu. Podsumowując, można stwierdzić, że nachylenie krzywej dochodowości, poprzez oczekiwania w zakresie przyszłego poziomu stóp procentowych, odzwierciedla bieżące uwarunkowania polityki monetarnej.

Krytyka powyższego poglądu oparta jest na obecności premii w stopach dochodowości instrumentów długoterminowych, postulowanej przez „obciążone” wersje teorii oczekiwań. Bieżący reżim polityki pieniężnej silnie wpływa na poziom stóp krótkoterminowych, niemniej jego wpływ na wartość spreadu jest ograniczony. Warto zauważyć, iż spread odzwierciedla zróżnicowanie stóp procentowych, niezależnie od ich poziomu absolutnego. Stąd też, bieżący poziom krótkoterminowej stopy procentowej jest znacznie lepszym wskaźnikiem nastawienia władz monetarnych niż spread krzywej dochodowości⁵¹. Tym niemniej, spread ten również w słabszej formie stanowi podstawę oceny bieżących uwarunkowań polityki pieniężnej⁵².

Analiza długookresowych związków pomiędzy krzywą dochodowości, a tempem inflacji, nie może być prowadzona wyłącznie w oparciu o ocenę bieżącej polityki pieniężnej, jej wpływ na zjawiska zachodzące w długim horyzoncie czasowym jest bowiem ograniczony. Stąd też, alternatywna teoria wykorzystuje dekompozycję długoterminowych stóp procentowych, bazującą na twierdzeniu Fishera.

Rozważana we wcześniejszej części rozdziału struktura terminowa obrazuje zróżnicowanie nominalnych stóp procentowych, nie uwzględnia zatem wpływu inflacji na poziom oczekiwanego przez inwestora zysku. Zgodnie z twierdzeniem Irvinga Fishera⁵³ na poziom nominalnej stopy procentowej składają się realna stopa procentowa oraz stopa inflacji. Rozpatrując powyższą zależność w ujęciu *ex ante*, Fisher operuje pojęciem oczekiwanej stopy inflacji (π^e). Równanie Fishera wyraża matematyczny związek pomiędzy nominalną i realną stopą procentową (RR_t) oraz stopą inflacji⁵⁴:

$$(1 + R_t) = (1 + RR_t) * (1 + E[\pi_t]) \quad (1.22)$$

Oczekiwany poziom inflacji można zatem wyznaczyć jako:

$$E[\pi_t] = \frac{(1 + RR_t)}{(1 + R_t)} - 1 \quad (1.23)$$

Ze względu na bardzo małą wartość iloczynu $RR_t * E[\pi_t]$, równanie (1.22) upraszcza się do następującej postaci:

$$\begin{aligned} R_t &= RR_t + E[\pi_t] + (RR_t * E[\pi_t]) \\ R_t &= RR_t + E[\pi_t] \end{aligned} \quad (1.24)$$

⁵¹ KOZICKI S. [1997], s. 42.

⁵² COZIER B., TKACZ G. [1994] twierdzą, iż przy pewnych dodatkowych założeniach, spread jest lepszym niż stopa krótkoterminowa miernikiem nastawienia władz monetarnych.

⁵³ FISHER I. [1930].

⁵⁴ MISHKIN F.S. [1989a], s. 92.

Poziom oczekiwanej inflacji można w uproszczeniu wyznaczyć jako:

$$E[\pi_t] = R_t - RR_t \quad (1.25)$$

Zgodnie z dekompozycją Fishera, stopy procentowe o zróżnicowanych terminach zapadalności odzwierciedlają oczekiwania dotyczące przyszłego poziomu inflacji i realnych stóp procentowych. W oparciu o równanie Fishera można również dokonać dekompozycji spreadu krzywej dochodowości. Stanowi on sumę dwu składowych: oczekiwanej zmiany realnej stopy procentowej i oczekiwanej zmiany tempa inflacji. Hipoteza Fishera stwierdza ponadto, że realne stopy procentowe są względnie stałe w czasie⁵⁵. Założenie to pozwala na weryfikację potencjału informacyjnego struktury terminowej, zarówno w zakresie bezwzględnego poziomu przyszłej inflacji, jak i jego zmian. Warto jednak zauważyć, że stałość realnych stóp procentowych stanowi podstawę krytyki teorii Fishera.

Obecność oczekiwań inflacyjnych w długoterminowych stopach procentowych stwarza również płaszczyznę dla oceny wiarygodności polityki pieniężnej. Jeżeli bank centralny, starając się przeciwdziałać wzrostowi inflacji, zdecyduje się na zaostrzenie polityki monetarnej, powinno to w pierwszym rzędzie doprowadzić do wzrostu krótkoterminowych stóp procentowych. Pośrednio, impuls ten wpłynie również na wzrost stóp o długich terminach zapadalności. Tym niemniej, jeżeli decyzja banku centralnego postrzegana jest przez uczestników jako wystarczająca dla zapobieżenia wzrostowi inflacji, powinien nastąpić adekwatny spadek oczekiwań inflacyjnych. W efekcie, reakcja stóp długoterminowych będzie umiarkowana, zaś krzywa dochodowości spłaszczy się.

Jeżeli jednak zaostrzenie polityki pieniężnej postrzegane jest jako niewiarygodne i niewystarczające dla wyeliminowania presji inflacyjnej, inwestorzy mogą zrewidować swoje oczekiwania, uwzględniając w nich wyższy poziom przyszłej inflacji. Stopy dochodowości o długich terminach zapadalności wzrosną wówczas znacznie silniej, pod wpływem jednokierunkowego oddziaływania stóp krótkoterminowych i oczekiwań inflacyjnych, zaś nachylenie krzywej dochodowości zwiększy się.

Podsumowując, obserwacja reakcji spreadu na zmiany stopnia restrykcyjności polityki monetarnej, stanowi dla banku centralnego ważne źródło oceny własnej wiarygodności⁵⁶.

Testom zależności pomiędzy terminową strukturą stóp procentowych, a poziomem inflacji poświęconych zostało wiele prac badawczych. Badania dla amerykańskiego rynku papierów skarbowych zapoczątkował E. Fama [1975], były one następnie kontynuowane przez m. in. F. Mishkina [1988b, 1991]. Doprowadziły one do stwierdzenia, iż w pewnych okresach zaobserwować można wyraźne występowanie tzw. Efektu Fishera, czyli sytuacji, w której zmiany krótkoterminowych stóp procentowych odzwierciedlają przede wszystkim zmiany oczekiwań inflacyjnych, a zarazem służyć mogą prognozowaniu przyszłej inflacji. Niezależnie od badań nad Efektem Fishera, podejmowano również próby analizowania zależności pomiędzy długoterminowymi stopami procentowymi a tempem przyszłej inflacji⁵⁷. W badaniach tych jako zmienną objaśniającą stosowano spread pomiędzy długo- i krótkoterminowymi stopami procentowymi.

1.5.3. Zjawiska w sferze gospodarki realnej

Zgodnie z przedstawioną w poprzednim punkcie teorią, spread krzywej dochodowości odzwierciedla ocenę bieżącego stopnia restrykcyjności polityki pieniężnej, wywierającego silny wpływ na koniunkturę gospodarczą w perspektywie krótkoterminowej. Warto w tym miejscu podkreślić, iż restrykcyjna polityka pieniężna, zgodnie z modelem IS-LM powinna prowadzić, przy założeniu niepełnej elastyczności cen, nie tylko do spadku tempa inflacji, lecz również do spowolnienia koniunktury gospodarczej. Liberalne nastawienie banku centralnego prowadzi do przyspieszenia tempa wzrostu, czego efektem stać się może również wzrost inflacji. Należy podkreślić, że standardowy model IS-LM operuje uproszczonym pojęciem „jednolitej” stopy procentowej. Ponieważ hipoteza

⁵⁵ BEGG D., FISHER S., DORNBUSH R. [1996], s. 258.

⁵⁶ ESTRELLA A., MISHKIN F.S. [1995a], s. 5.

⁵⁷ MISHKIN F.S. [1988b, 1989b, 1989c].

oczekiwań wiąże ze sobą stopy procentowe o wszystkich terminach zapadalności, uproszczenie to nie stanowi większego ograniczenia.

W literaturze wskazuje się również inne płaszczyzny powiązań pomiędzy krzywą dochodowości a tempem wzrostu gospodarczego, sugerując, iż bieżące uwarunkowania polityki pieniężnej są tylko jednym z czynników wpływających na kształt krzywej dochodowości⁵⁸.

W myśl twierdzenia Fishera, długoterminowe stopy procentowe powinny odzwierciedlać oczekiwania, dotyczące zarówno przyszłego poziomu realnych stóp procentowych, jak i przyszłego tempa inflacji. Realne stopy procentowe, jakich inwestorzy oczekują w przyszłości, można potraktować jako wskaźnik przewidywanego w dłuższym horyzoncie stopnia restrykcyjności polityki pieniężnej. Tym samym spread krzywej dochodowości może stanowić zmienną objaśniającą przyszłe uwarunkowania wzrostu gospodarczego⁵⁹.

Ponadto, teoria krzywej Phillipsa, postuluje pozytywny związek pomiędzy poziomem inflacji a tempem wzrostu gospodarczego. Zawarte w długoterminowych stopach procentowych oczekiwania inflacyjne powinny zatem zawierać pewien potencjał informacyjny w zakresie przyszłego poziomu koniunktury gospodarczej.

W literaturze spotykany jest również pogląd, iż długoterminowe stopy procentowe powinny odzwierciedlać warunkowania popytu i podaży na rynku długoterminowych instrumentów dłużnych⁶⁰. Zapotrzebowanie na długoterminowy kredyt zgłaszane jest głównie przez podmioty gospodarcze, pragnące w ten sposób sfinansować planowane inwestycje w powiększenie majątku rzeczowego. Podaż długoterminowych obligacji jest zatem silnie związana z kształtowaniem się popytu inwestycyjnego ze strony przedsiębiorstw.

Podjmując decyzje, dotyczące powiększania majątku produkcyjnego, podmioty gospodarcze kierują się w dużym stopniu oczekiwaniami w zakresie przyszłego popytu na oferowane przez siebie produkty. Jeżeli przedsiębiorstwa oczekują wzrostu popytu, będą starały się pozyskać długoterminowe finansowanie na rynku obligacji, doprowadzając w efekcie do wzrostu długoterminowych stóp procentowych i spreadu krzywej dochodowości. Podobnie, oczekiwania spadku koniunktury w gospodarce spowodują spadek zapotrzebowania na długoterminowy kredyt, a zarazem spłaszczenie krzywej dochodowości.

Harvey [1988, 1989] sugeruje, że oczekiwana poprawa koniunktury gospodarczej i wzrost poziomu dochodów powoduje również spadek popytu na obligacje długoterminowe. Inwestycje te wiążą się bowiem z wyrzeczeniem bieżącej konsumpcji na rzecz uzyskania wyższego jej poziomu w przyszłości. Ograniczony popyt inwestorów na instrumenty długoterminowe przynosi w efekcie wzrost ich stóp dochodowości. Tym samym nachylenie krzywej dochodowości zwiększy się.

Antycypacja koniunktury gospodarczej powinna zatem być odzwierciedlona w poziomie długoterminowych stóp procentowych. Podsumowując, można zdefiniować kolejny istotny mechanizm transmisji oczekiwań na terminową strukturę stóp procentowych.

Badania nad związkami łączącymi kształt krzywej dochodowości i zjawiska w sferze gospodarki realnej stanowią stosunkowo niedawno rozwinięty kierunek studiów nad potencjałem informacyjnym terminowej struktury stóp procentowych. Najczęściej powoływanymi w literaturze wcześniejszymi przykładami powyższych badań są prace z początku lat 90-tych. Estrella i Hardouvelis [1991] przeprowadzili weryfikację zdolności prognostycznej spreadu krzywej dochodowości w Stanach Zjednoczonych, zaś Harvey [1991] zbadał powyższą relację w krajach grupy G7.

Wyniki badań wskazują na występowanie istotnej zależności statystycznej pomiędzy spreadem krzywej dochodowości a tempem wzrostu gospodarczego. Wykazano również znaczną przewagę analizowanego spreadu nad innymi wskaźnikami stosowanymi do prognozowania prawdopodobieństwa wystąpienia recesji.

⁵⁸ ESTRELLA A., HARDOUVELIS G. [1991], ESTRELLA A., MISHKIN F.S. [1995a].

⁵⁹ ESTRELLA A., MISHKIN F.S. [1996]

⁶⁰ BONSER-NEAL C., MORLEY T. [1997], KOZICKI S. [1997].

1.6. Podsumowanie

W rozdziale przedstawione zostały podstawowe teorie terminowej struktury stóp procentowych. Analiza kształtu krzywej dochodowości może być źródłem cennych informacji dla szerokiego grona odbiorców: uczestników rynku instrumentów dłużnych, władz monetarnych oraz wszelkich innych podmiotów, które zainteresowane są prognozowaniem stóp procentowych, inflacji i koniunktury gospodarczej.

Badania w zakresie potencjału informacyjnego terminowej struktury stóp procentowych nie stały się dotychczas w Polsce przedmiotem publikacji. Co więcej, literatura dotycząca metod estymacji krzywej dochodowości jest uboga i ogranicza się do prezentacji prób zastosowania wybranych modeli. W pracy stawiam dwa podstawowe cele badawcze:

- dokonanie estymacji krzywej dochodowości w regularnych odstępach czasu,
- weryfikację hipotezy oczekiwań oraz potencjału informacyjnego struktury terminowej.

Dalsze rozważania należy zatem poprzedzić prezentacją polskiego rynku skarbowych instrumentów dłużnych, rozwinięciem teorii stóp procentowych, przedstawieniem podstawowych modeli krzywej dochodowości oraz metod weryfikacji jej potencjału informacyjnego. Zagadnienia te podejmuję w kolejnych rozdziałach pracy.

2

Rynek skarbowych papierów dłużnych w Polsce (1998-2001)

W obecnym rozdziale przedstawiam charakterystykę instrumentów dostępnych na polskim rynku papierów skarbowych. Prezentacja ogranicza się do instrumentów o oprocentowaniu stałym oraz zerokuponowym, oferowanych inwestorom instytucjonalnym. Z pełną świadomością pomijam kwestie dotyczące obligacji o zmiennym kuponie oraz tzw. obligacji oszczędnościowych oferowanych inwestorom detalicznym. Instrumenty te nie będą bowiem wykorzystane w modelowaniu krzywej dochodowości i weryfikacji jej potencjału informacyjnego.

Dalsza część rozdziału podejmuje zagadnienia uwarunkowań wpływających na kształtowanie się dochodowości skarbowych papierów wartościowych. Omawiam tu politykę pieniężną Narodowego Banku Polskiego, oczekiwania inflacyjne oraz poziom rzeczywistej inflacji. Przedstawiona będzie również charakterystyka zachowań Ministerstwa Finansów, jako strony kształtującej podaż na pierwotnym rynku instrumentów skarbowych.

2.1. Charakterystyka instrumentów dostępnych na polskim rynku skarbowych papierów dłużnych

Wśród skarbowych instrumentów dłużnych emitowanych na rynek krajowy wyróżnia się dwa podstawowe typy emisji:

- a) emisje klasyczne (aktywne),
- b) emisje specjalne (pasywne).

Emisje aktywne służą pozyskiwaniu na rynku finansowym środków przeznaczonych na pokrycie potrzeb budżetu państwa, wynikających głównie z założonego w ustawie budżetowej poziomu deficytu budżetowego. Należy jednak pamiętać, iż znaczna część emisji służy refinansowaniu istniejącego zadłużenia z lat poprzednich, którego zapadalność, rozłożona w czasie, powoduje konieczność zdobycia środków na wykup instrumentów. Wreszcie, emisje kierowane na krajowy rynek finansowy służyć mogą pokrywaniu ujemnego salda finansowania zagranicznego. Niniejsza praca ogranicza się do rynku aktywnych papierów skarbowych, niemniej warto w tym miejscu poruszyć również zagadnienie emisji specjalnych. Służą one zasadniczo dwu celom: zaciągnięciu przez Skarb Państwa zobowiązań poza rynkiem finansowym, bądź restrukturyzacji istniejącego zadłużenia. W ostatnim przypadku celem jest nadanie zadłużeniu formy instrumentów finansowych. Formy emisji obligacji specjalnych powodują jednak, że instrumenty te nie są przedmiotem aktywnego obrotu na rynku finansowym.

Emisję bonów skarbowych podjęto w Polsce z dniem 6 maja 1991 r., wprowadzając na rynek początkowo papiery cztero- i ośmiotygodniowe. W lipcu 1991 r. podjęto emisję bonów 26-tygodniowych. Na przełomie lat 1991 i 1992 ofertę uzupełniono o bony trzynastotygodniowe (od 6 stycznia 1992 r.) oraz bony o zapadalności 52-tygodniowej (od 30 grudnia 1991 r.). W kolejnych latach oferta Ministerstwa Finansów podlegała okresowym zmianom. Największą regularnością emisji cechowały się jednak instrumenty o terminach zapadalności wynoszących 13 i 52 tygodni. Było to związane z faktem, iż średnie stopy rentowności tych papierów na przetargach służyły wyznaczaniu kuponów trzyletnich i dziesięcioletnich obligacji skarbowych o oprocentowaniu zmiennym. Przetargi, na których nie oferowano bonów 52-tygodniowych należały do rzadkości, częściej natomiast występowały okresowe przerwy w emisji bonów 13-tygodniowych. Dane z rynku pierwotnego tych bonów mogą być zatem z powodzeniem wykorzystane w regularnej estymacji krzywej dochodowości.

Bony skarbowe są instrumentami czysto dyskontowymi, zaś zyskiem inwestora jest różnica pomiędzy ceną zakupu bonu a ceną jego sprzedaży. Emitent bonów gwarantuje ich wykup po wartości nominalnej (wynoszącej 10 000 zł) w dniu zapadalności bonu. Na przetargach bony są natomiast sprzedawane z dyskontem, czyli po cenie niższej od wartości nominalnej. Wysokość ceny zakupu bonu określa jednocześnie stopę zwrotu w terminie do wykupu, jaką uzyska inwestor. Stopa ta jest oczywiście zerokuponową stopą procentową.

Począwszy od 1 lipca 1995 r., bony skarbowe emitowane są wyłącznie w formie zdematerializowanej (jako zapis w Centralnym Rejestrze Bonów Skarbowych). W roku 1995 wprowadzono kwartalne limity zakupu bonów, których spełnienie stanowi wymóg utrzymania w kolejnym kwartale statusu bezpośredniego uczestnika przetargów. Status taki mogli uzyskać jedynie inwestorzy, którzy w poprzednim kwartale nabyli co najmniej 0,2% wszystkich sprzedanych bonów oraz uczestniczyli w co najmniej jednym przetargu w miesiącu⁶¹. Tym samym rynkowi pierwotnemu bonów skarbowych nadano charakter hurtowy.

Pierwsza emisja obligacji skarbowych odbyła się w czerwcu 1992 r. Do początku 1994 r. oferta Ministerstwa Finansów obejmowała wyłącznie obligacje o oprocentowaniu zmiennym, przeznaczone zarówno dla osób fizycznych, jak i inwestorów instytucjonalnych. W roku tym inwestorom instytucjonalnym zaoferowano dwa nowe rodzaje obligacji: dwu- i pięcioletnie walory o oprocentowaniu stałym. Pierwszy przetarg obligacji serii OS odbył się 17 lutego 1994 r., zaś kolejne powtarzane były co miesiąc. Regularnie (co cztery miesiące) dokonywano kolejnych emisji tych obligacji, z terminami zapadalności przypadającymi w lutym, czerwcu i październiku kolejnych lat.

Począwszy od lutego 1997 r., dwuletnie obligacje o oprocentowaniu stałym emitowano jako tzw. obligacje asymilacyjne (oznaczenie ASmmyy). Terminy zapadalności nowych emisji papierów 2-letnich zaczęły się bowiem zbiegać z terminami zapadalności wyemitowanych trzy lata wcześniej papierów 5-letnich. Obligacje serii AS i odpowiadających im serii OS były całkowicie homogeniczne (identyczne struktury kuponów oraz terminy zapadalności), traktowano je zatem jako jednego rodzaju instrument, a na rynku wtórnym dokonywano połączenia (asymilacji) emisji serii AS z notowanymi wcześniej papierami serii OS.

Ponieważ obowiązujący do połowy 1999 r. reżim prawny emisji papierów wartościowych posługiwał się sztywną wartością emisji obligacji, po zakończeniu regularnego oferowania danej serii, Skarb Państwa dysponował „resztkową” pulą instrumentów, które (o ile nie zostały umorzone) jako obligacje asymilacyjne oferowano na przetargach od lutego 1997 r. do czerwca 1999 r. W przeciwieństwie do „właściwych” dwuletnich obligacji asymilacyjnych, papiery te w chwili sprzedaży miały każdorazowo odmienny czas zapadalności, zawierający się (na ogół) w przedziale 3,5 – 4 lat. Sprzedane w ten sposób instrumenty były później asymilowane z odpowiednimi seriami obligacji.

W okresie od marca do lipca 1995 r. Ministerstwo Finansów oferowało również cztery niestandardowe serie obligacji o oprocentowaniu stałym. Były to serie OS0797, OS0700, OS0897 i OS0800. Praktyki tej później już nie powtarzano, emitując jedynie papiery o zapadalnościach w lutym, czerwcu i październiku.

Istotnych zmian w ofercie skarbowych papierów wartościowych dokonano w 1999 r. Podstawę prawną tych zmian stworzyła Ustawa z dnia 26 listopada 1998 r. o finansach publicznych oraz rozporządzenia wykonawcze Ministra Finansów. Nadrzędnym celem było rozdzielenie oferty przeznaczonej dla nabywców indywidualnych (sprzedaż detaliczna) od oferty dla inwestorów instytucjonalnych (przetargi). Rozporządzenia określiły ogólne kompetencje Ministra Finansów w zakresie określania szczegółowych warunków emisji. Zawarto w nich ogólne warunki konstrukcji instrumentów, procedury sprzedaży poszczególnych grup papierów oraz grupy inwestorów, którym mają one być oferowane.

Nowe rozporządzenie regulujące zasady emisji bonów skarbowych wprowadziło istotne zmiany w funkcjonowaniu tego rynku. Podstawę emisji bonów stanowią obecnie wydawane co miesiąc listy emisyjne. Wcześniejszą podwójną ewidencję bonów według rodzaju i daty wykupu za-

⁶¹ Wymóg ten zniesiono jednak w 1999 r.

Tabela 2.1
Odsetkowe i zerokuponowe papiery skarbowe sprzedawane na przetargach w Narodowym Banku Polskim (1998-2001)

	Bony skarbowe	Obligacje 2-letnie o stałym oprocentowaniu	Obligacje 2-letnie zerokuponowe	Obligacje 5-letnie o stałym oprocentowaniu	Obligacje 10-letnie o stałym oprocentowaniu
Skrótowa nazwa serii		AŚmmy (po asymilacji OSmmy)	OKmmy	OSmmy (do października 1999 r.) PSmmy	DSmmy
Częstotliwość przetargów	co tydzień, pierwszy roboczy dzień tygodnia, zwykle poniedziałek	pierwsza środa każdego miesiąca (od października 1999 r.)	pierwsza środa każdego miesiąca (od października 1999 r.)	pierwsza środa każdego miesiąca (od października 1999 r.)	w trzecią środę miesiący nieparzystych
Notowania rynku wtórnego	ok. 15 banków organizujących rynek wtórny	GPW oraz rynek nieregulowany	GPW oraz rynek nieregulowany	GPW oraz rynek nieregulowany	GPW oraz rynek nieregulowany
Wartość nominalna	10 000 zł	1 000 zł	1 000 zł	1 000 zł	1 000 zł
Okres zapadalności	od 1 do 52 tygodni	2 lata	2 lata	5 lat	10 lat
Częstotliwość wypłaty dyskonta/ odsetek	przy wykupie	rocznie	przy wykupie	rocznie	rocznie
Sposób oprocentowania	dyskonto wynikające z ceny przetargowej	stała stopa o różnicowanej wartości	dyskonto wynikające z ceny przetargowej	stała stopa (8,5%)	stała stopa (6%)

Źródło: opracowanie własne na podstawie danych Ministerstwa Finansów.

stąpiono ewidencją wyłącznie według daty wykupu. Oznacza to jednorodne traktowanie bonów o tej samej dacie wykupu, niezależnie od daty ich emisji⁶². Wprowadzono również zasadę automatycznej asymilacji bonów o takim samym terminie wykupu. Rozporządzenie zezwoliło na emitowanie bonów skarbowych o terminach zapadalności od 1 do 52 tygodni.

W maju 1999 r. na rynek wprowadzono dziesięcioletnie obligacje o oprocentowaniu stałym. Intencją emitenta było zaoferowanie długoterminowego instrumentu lokacyjnego inwestorom instytucjonalnym, w tym zwłaszcza rozpoczynającym działalność funduszom emerytalnym. Do chwili obecnej dokonano emisji trzech serii tych obligacji: DS0509, DS1109 oraz DS1110. Oprocentowanie wszystkich serii wynosi 6% rocznie. Według deklaracji Ministerstwa Finansów, kolejnych emisji tych obligacji należy oczekiwać w odstępach półrocznych, w maju i listopadzie każdego roku. Brak natomiast obecnie planów wprowadzenia na rynek krajowy obligacji o terminach zapadalności dłuższych niż 10 lat, jakkolwiek w dalszej perspektywie należy oczekiwać wzbogacenia oferty o takie instrumenty (możliwość taką przewiduje opracowana w Ministerstwie Finansów „Strategia zarządzania długiem”).

Od października 1999 r. zaniechano emisji dotychczasowych dwuletnich i pięcioletnich obligacji o oprocentowaniu stałym (AS i OS) zaś w ich miejsce wprowadzono dwuletnie obligacje zerokuponowe serii OK oraz pięcioletnie obligacje o oprocentowaniu stałym serii PS. Oprocentowanie wszystkich emisji serii PS wynosiło 8,5% rocznie. Co istotne, ostatnia z tych obligacji przełamała dotychczasowy kalendarz regularnych emisji i terminów zapadalności obligacji pięcioletnich⁶³. Nowe rodzaje obligacji (DS, PS i OK) oferowane są wyłącznie inwestorom instytucjonalnym na przetargach.

Efektom tych zmian jest całkowite rozdzielenie pierwotnego rynku papierów skarbowych pomiędzy segment hurtowy oraz detaliczny.

Fakt, iż rynek papierów skarbowych w Polsce w latach dziewięćdziesiątych dopiero się rozwijał, poważnie ogranicza możliwości analizy kształtowania się krzywej dochodowości w czasie.

⁶² Oznacza to, iż należy traktować jako ten sam papier wartościowy bony: 52-tygodniowy, 26-tygodniowy wyemitowany 26 tygodni później oraz 13-tygodniowy wyemitowany 39 tygodni później, bowiem instrumenty te mają identyczny termin zapadalności.

⁶³ W celu zwiększenia płynności rynku Ministerstwo Finansów zdecydowało się zmniejszyć liczbę corocznych emisji obligacji pięcioletnich. Począwszy od 2001 r., emitowane będą dwie nowe obligacje o terminach zapadalności w maju i listopadzie, a więc identycznych jak w przypadku instrumentów dziesięcioletnich.

W zasadzie do roku 1994 analiza taka musi być ograniczona do odcinka krzywej dla zapadalności nie przekraczających jednego roku, ponieważ instrumentami, na podstawie których można konstruować krzywą dochodowości, były w tym czasie wyłącznie bony skarbowe. Od lutego 1994 r. emitowane były obligacje o oprocentowaniu stałym z terminami zapadalności 2 i 5 lat; łącznie dokonano emisji 30 serii obligacji OS. Regularność emisji powodowała stopniowe „zagęszczanie” struktury terminowej, ale dopiero w październiku 1996 r. nastąpił zanik „luki” pomiędzy papierami dwu i pięcioletnimi.

Wprowadzenie w roku 1999 obligacji dziesięcioletnich również nie oznacza automatycznego wydłużenia szeregu danych do estymacji krzywej dochodowości, ponieważ dopiero w roku 2004 nastąpi „zagęszczenie” odcinka krzywej dla terminów zapadalności powyżej pięciu lat (przy założeniu regularnego powtarzania emisji obligacji 10-letnich).

Dodatkowym utrudnieniem jest fakt dużej niejednorodności kuponów obligacji emitowanych po roku 1994. W niniejszej pracy wykorzystuję dane o notowaniach instrumentów, których oprocentowanie wynosi od 6% do 17% („najstarsze” z emisji serii OS).

2.2. Czynniki kształtujące dochodowość skarbowych papierów wartościowych

Do podstawowych czynników, które wpływały na poziom stóp dochodowości skarbowych papierów wartościowych należy zaliczyć:

- poziom bieżącej inflacji i oczekiwania inflacyjne,
- poziom oficjalnych stóp procentowych NBP i charakter polityki monetarnej,
- zmieniające się relacje popytu i podaży.

Przechodząc do analizy powyższych czynników pamiętać należy o ich wzajemnych powiązaniach: poziom inflacji i oczekiwania były w dużej mierze wynikiem prowadzenia antyinflacyjnej polityki monetarnej, która z kolei – poprzez dążenie do utrzymania wysokich w ujęciu realnym stóp procentowych i powiązania poszczególnych segmentów rynku pieniężnego – miała istotny wpływ na kształtowanie się rentowności papierów skarbowych. W dalszej części rozdziału omówione zostaną: polityka pieniężna w Polsce w latach dziewięćdziesiątych oraz tempo i przebieg procesu hamowania inflacji, a następnie przedstawiona zostanie charakterystyka aktywności uczestników rynku skarbowych papierów dłużnych.

2.3. Wpływ polityki pieniężnej na rynek skarbowych papierów wartościowych

2.3.1. Rola stóp procentowych w polityce pieniężnej

W pierwszym rozdziale pracy (punkt 1.5.2) omówiony został mechanizm transmisji impulsów monetarnych na kształt krzywej dochodowości. Operacje otwartego rynku kształtują płynność sektora banków komercyjnych, stanowiących znaczącą grupę inwestorów, szczególnie na rynku instrumentów krótkoterminowych. Ocena bieżącego nastawienia władz monetarnych stanowi podstawę oczekiwań w zakresie przyszłego kierunku zmian stóp procentowych. Ponadto polityka pieniężna, a zwłaszcza ocena jej wiarygodności, wpływają na oczekiwania inflacyjne.

Warto wspomnieć, iż stopy procentowe mogą wystąpić jako element katalogu celów polityki pieniężnej, najczęściej plasując się w kategorii tzw. celów operacyjnych w klasycznej triadzie celów tej polityki⁶⁴. Celem operacyjnym polityki pieniężnej może stać się w szczególności poziom wybranych stóp procentowych, kształtujących się na międzybankowym rynku pożyczek i depozytów.

⁶⁴ Klasyczna triada celów polityki monetarnej obejmuje cel ostateczny, cele pośrednie oraz cele operacyjne. Szerzej na ten temat zob.: MISHKIN F. S. [1989a], POLAŃSKI Z. [1998] oraz SZPUNAR P. [2000].

⁶⁵ Od 1998 r. organem tym jest Rada Polityki Pieniężnej.

Bank centralny stara się wówczas – prowadząc operacje otwartego rynku – interweniować na międzybankowym rynku pieniężnym, dążąc do odpowiedniego ukształtowania się stawek oprocentowania lokat i pożyczek. W analizowanym okresie (1998-2001) stopa procentowa nie stanowiła jednak oficjalnego celu polityki pieniężnej NBP.

Stopy procentowe najczęściej stanowią jeden z podstawowych instrumentów polityki pieniężnej. Chodzi tu o poziom tzw. podstawowych stóp procentowych ustalanych przez organy decyzyjne banku centralnego⁶⁵. Do najważniejszych należy tu zaliczyć oprocentowanie dostępnych form kredytu refinansowego, w szczególności kredytów lombardowego i redyskontowego oraz poziom stóp rentowności, ustalonych dla prowadzonych przez bank centralny operacji otwartego rynku (są to tzw. stopy referencyjne).

Operacje refinansowania i operacje otwartego rynku są podstawowymi instrumentami wykorzystywanymi przez bank centralny w kształtowaniu podaży pieniądza. Podstawową cechą przesądającą o charakterze tych operacji jest strona, z inicjatywy której dochodzi do zawarcia odpowiedniej transakcji. W przypadku operacji refinansowania, bank centralny określa wprawdzie koszt pieniądza, który gotów jest udostępnić bankom komercyjnym, niemniej to te ostatnie decydują o wielkości wykorzystania instrumentu, zgłaszając wynikający z ich potrzeb rozmiar popytu na refinansowanie. Popyt ten jest następnie zaspokajany przez bank centralny, jednak w ramach przyjętych limitów, co zapewnia pewien stopień kontroli również nad ostateczną skalą operacji refinansowania.

Przy operacjach otwartego rynku bank centralny określa natomiast zarówno rozmiar proponowanego refinansowania (bądź rozmiar depozytu, jaki gotów jest przyjąć), jak też graniczną stopę rentowności operacji, przy której gotów jest zaangażować się w transakcje. Ostateczny rozmiar transakcji, jak i stopa procentowa mogą się wprawdzie różnić od propozycji banku centralnego, co zależy od reakcji banków komercyjnych, niemniej należy stwierdzić, że operacje otwartego rynku są znacznie bardziej aktywną formą realizacji polityki pieniężnej.

Operacje te mają formę warunkowych lub bezwarunkowych transakcji kupna bądź sprzedaży papierów wartościowych. Środkiem płatniczym w rozliczeniach operacji otwartego rynku są płynne rezerwy banków komercyjnych na rachunkach w banku centralnym. Skala i charakter operacji otwartego rynku wpływają zatem bezpośrednio na płynność sektora bankowego, a tym samym a kształtowanie się ceny pieniądza na rynku międzybankowym. Operacje te pozwalają bankowi centralnemu wpływać pośrednio zarówno na podaż pieniądza, jak i na poziom krótkoterminowych stóp procentowych.

Oficjalne stopy procentowe stanowią zatem podstawowy element konstrukcyjny omówionych instrumentów polityki pieniężnej. Stopy te traktowane mogą być również jako samodzielny instrument, bowiem poprzez sam ich poziom bank centralny wpływa na faktyczne kształtowanie się krótkoterminowych stóp procentowych rynku międzybankowego. W sytuacji trwałego braku płynności sektora, jeżeli bank centralny oferuje refinansowanie po pewnej przyjętej stopie procentowej, trudno oczekiwać aby pojawił się bank, który zaoferuje niższe oprocentowane kredyty. Nie pozwoli na to konieczność zrefinansowania się po wyższej stopie, implikująca poniesienie straty na tak skonstruowanej transakcji. Podobnie, jeżeli bank centralny stara się ograniczać nadpłynność sektora i ustala pewną stopę procentową, po której gotów jest przyjąć depozyty od banków, również trudno oczekiwać aby pojawił się uczestnik rynku oferujący niższe oprocentowane kredyty, skoro straci w ten sposób możliwość ulokowania środków w bardzo bezpieczny i wyżej oprocentowany depozyt. Stopy referencyjne, niezależnie od kierunku, w którym są prowadzone operacje otwartego rynku, wyznaczają minimalny poziom oprocentowania kredytów o zbliżonym terminie zapadalności.

Stopy procentowe kształtujące się na rynku międzybankowym są zatem odzwierciedleniem charakteru polityki pieniężnej – ich wzrost świadczy o restrykcyjnym nastawieniu banku centralnego, dążącego do zmniejszenia płynności banków komercyjnych, z kolei spadek jest odbiciem zwiększonej płynności sektora dzięki ekspansywnej polityce banku centralnego.

⁶⁵ Operacje te nieregularnie były również prowadzone wcześniej.

Podsumowując, można zauważyć, iż w operacyjnej realizacji polityki pieniężnej, najważniejsze znaczenie dla banku centralnego mają krótkoterminowe stopy procentowe. Wybór ten nie jest przypadkowy. W ogólności można powiedzieć, że krótkoterminowa stopa procentowa wolna od ryzyka pełni rolę referencyjną dla wszystkich innych stóp w danej gospodarce. Bank centralny, kontrolując wspomnianą stopę, wpływa zatem na rozkład wszystkich stóp procentowych, w tym również na ich strukturę terminową.

2.3.2. Polityka pieniężna NBP w latach 1998-2001

Aby ocenić wpływ polityki Narodowego Banku Polskiego na kształtowanie się rynkowych stóp dochodowości papierów skarbowych, warto pokrótce zarysować politykę pieniężną prowadzoną w Polsce w latach dziewięćdziesiątych ze szczególnym uwzględnieniem roli stóp procentowych.

Narodowy Bank Polski, w myśl Konstytucji Rzeczypospolitej Polskiej, jest podstawowym organem państwa, odpowiedzialnym za „wartość polskiego pieniądza”. W przyjętej przez Sejm w roku 1997 ustawie o Narodowym Banku Polskim zapisano, że „Podstawowym celem działalności NBP jest utrzymanie stabilnego poziomu cen, przy jednoczesnym wspieraniu polityki gospodarczej Rządu (...)”.

Walka z inflacją była najważniejszym zadaniem realizowanym w minionych latach przez NBP. Do roku 1997 stanowiła ona tzw. cel ostateczny, definiowany w corocznych „Założeniach polityki pieniężnej”. W październiku 1998 r. dokonano jednak fundamentalnych zmian w reżimie polityki pieniężnej, przyjmując strategię tzw. bezpośredniego celu inflacyjnego. Zgodnie z opublikowaną wówczas „Średniokresową strategią polityki pieniężnej na lata 1999-2001”, NBP postawił sobie zadanie obniżenia inflacji do poziomu poniżej 4% w 2003 r. Jednocześnie zrezygnowano ze stosowania pośredniego celu polityki pieniężnej, jakim była kontrola podaży pieniądza.

W myśl założeń polityki pieniężnej NBP, podstawową rolą operacji otwartego rynku jest kontrola wysokości stóp procentowych kształtujących się na rynku międzybankowym, poprzez kształtowanie płynności banków komercyjnych. Regularne wykorzystywanie operacji otwartego rynku zapoczątkowano w roku 1993⁶⁶. Ich charakter był dotychczas w zasadzie jednokierunkowy. Polegały one na oferowaniu bankom komercyjnym możliwości ulokowania w NBP posiadanych środków poprzez zakup emitowanych przez bank bonów pieniężnych⁶⁷. Polityka pieniężna prowadzona była bowiem w warunkach nadpłynności sektora banków komercyjnych. Nadpłynność ta miała charakter zarówno strukturalny (trwale utrzymujące się zadłużenie banku centralnego wobec banków komercyjnych z tytułu operacji krótko- i długoterminowych), jak i operacyjny (utrzymywanie się zadłużenia z tytułu operacji krótkoterminowych, w warunkach nadpłynności strukturalnej). NBP postawił sobie zadanie eliminacji nadpłynności operacyjnej, czyli osiągnięcia sytuacji, w której operacje krótkoterminowe służyłyby refinansowaniu banków komercyjnych. W dalszej perspektywie celem banku centralnego pozostaje również uzyskanie stanu strukturalnego niedoboru płynności. Jednym z podstawowych instrumentów realizacji tych zadań jest sprzedaż bankom komercyjnym tzw. obligacji restrukturyzacyjnych, których posiadaczem NBP stał się w wyniku konwersji zobowiązań Skarbu Państwa.

Od 1998 r. NBP prowadzi operacje otwartego rynku w formie sprzedaży 28-dniowych bonów pieniężnych. Podejmowane przez Radę Polityki Pieniężnej uchwały określają minimalną stopę rentowności emitowanych bonów, co oznacza, że sprzedając bony pieniężne, bank centralny akceptuje ceny nie wyższe, niż cena zapewniająca osiągnięcie rentowności równej stopie referencyjnej. W 1998 r. operacje te były istotnym instrumentem polityki pieniężnej – ich saldo w ciągu roku wzrosło o 14,2 mld zł. Łączna wartość sprzedanych bonów pieniężnych wyniosła 243 mld zł. W 1999 r. zaniechanie skupu walut obcych od banków istotnie zmniejszyło płynność sektora, zaś saldo operacji zmniejszyło się o 17,4 mld zł (sprzedano bony o łącznej wartości 300,7 mld zł. W roku 2000 wartość sprzedanych bonów spadła do 278 mld zł, zaś saldo ukształtowało się w grudniu na po-

⁶⁷ Do 1997 r. w operacjach otwartego rynku wykorzystywano również bony skarbowe, prowadząc transakcje ich warunkowej sprzedaży bankom komercyjnym (operacje *reverse repo*).

⁶⁸ Dane powyższe pochodzą z corocznych „Sprawozdań z wykonania polityki pieniężnej”, publikowanych przez NBP.

ziomie wyższym o 4,6 mld zł w stosunku do stanu z końca 1999 r.⁶⁸. Rok 2001 jest okresem znaczącego spadku salda operacji otwartego rynku, co dowodzi, iż NBP znacząco zbliżył się do osiągnięcia pożądanego stanu operacyjnego niedoboru płynności.

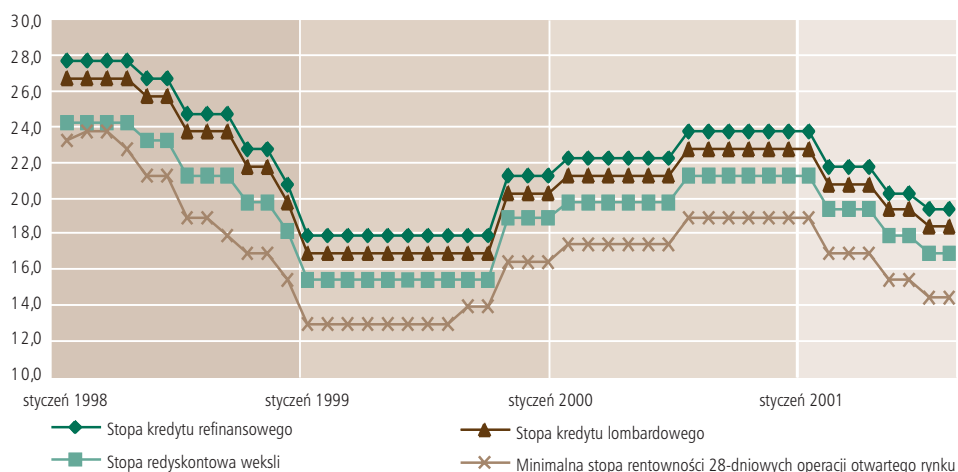
Antyinflacyjny charakter polityki monetarnej znalazł swój wyraz w polityce stóp procentowych. Od początku lat dziewięćdziesiątych, NBP starał się utrzymywać wysoki dodatni poziom realnych stóp procentowych, co w założeniu miało wpływać na decyzje kredytobiorców i ograniczanie podaży pieniądza poprzez hamowanie akcji kredytowej. Drugą stroną tej polityki było utrzymywanie wysokiego realnego oprocentowania depozytów, co z kolei miało zmniejszać skłonność do konsumpcji i zachęcać do oszczędzania, a tym samym ograniczać tempo wzrostu popytu krajowego. Polityka stóp oficjalnych była zatem podstawowym instrumentem realizacji celu inflacyjnego.

W szczególności, w corocznych założeniach polityki pieniężnej podkreślano, iż stopa oprocentowania kredytu lombardowego ma pełnić funkcję ograniczającą górny pułap stóp rynku międzybankowego, jako krańcowy koszt pozyskania kredytu przez banki komercyjne. Stopa ta ma jednocześnie wyznaczać ogólny kierunek zmian polityki pieniężnej.

Minimalna stopa oprocentowania podstawowych operacji otwartego rynku ma natomiast pełnić rolę stopy referencyjnej, informującej o bieżącym kierunku polityki pieniężnej, a jednocześnie wyznaczającej minimalny poziom oprocentowania jednomiesięcznych depozytów międzybankowych⁶⁹.

Rok 1998 był okresem systematycznego obniżania oficjalnych stóp procentowych. Ostatniej z serii obniżek dokonano w styczniu 1999 r. Trzy pierwsze kwartały 1999 r. można określić jako okres stabilizacji, niemniej w reakcji na wzrost inflacji, NBP zdecydował się w listopadzie na istotną podwyżkę (o 3,5 pkt. proc.). W roku 2000 nastąpiło dwukrotne zaostrzenie polityki pieniężnej: w lutym stopy oficjalne wrosły o 1 pkt. proc., zaś w sierpniu o kolejne 1,5 pkt. proc. Zanik presji inflacyjnej pozwolił na systematyczne łagodzenie polityki stóp procentowych w ciągu 2001 r. Do końca września 2001 r. dokonano czterech obniżek (w marcu, czerwcu i sierpniu, łącznie o 4,5 pkt. proc.). Dwie kolejne obniżki miały miejsce w październiku i listopadzie 2001 r. (w obydwu przypadkach stopy obniżono o 1,5 pkt. proc.).

Wykres 2.1
Poziom oficjalnych stóp procentowych NBP (1998-2001)



Źródło: opracowanie własne na podstawie danych NBP.

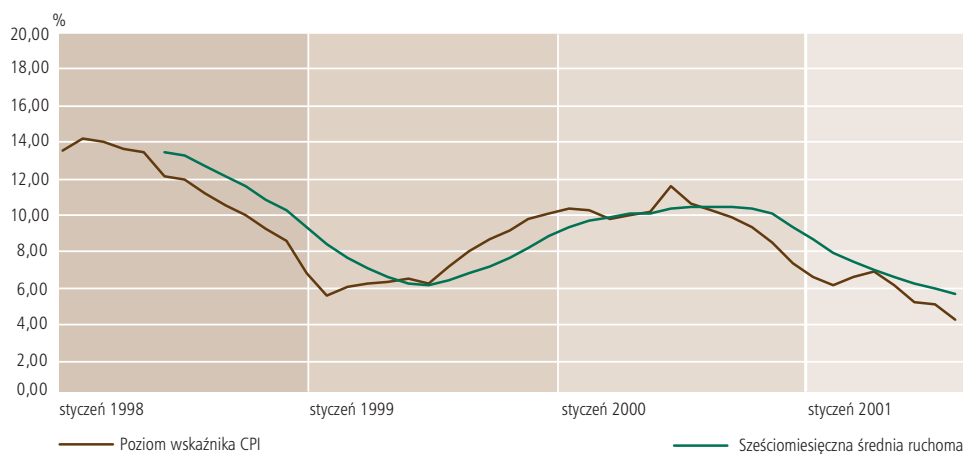
⁶⁹ W związku ze znaczącym ograniczeniem operacyjnej nadpłynności sektora bankowego i malejącym znaczeniem operacji otwartego rynku, NBP zdecydował się wprowadzić od 1 grudnia 2001 r. nowy instrument polityki pieniężnej – krótkoterminowe depozyty dla banków komercyjnych. Jednocześnie kolejną oficjalną stopą procentową stała się tzw. stopa depozytowa, która w przyszłości przejmie rolę stopy wyznaczającej minimalny poziom oprocentowania krótkoterminowych depozytów międzybankowych.

2.3.3. Rezultaty antyinflacyjnej polityki NBP

Strategia bezpośredniego celu inflacyjnego, w ramach której NBP formułuje coroczny pożądany poziom wzrostu wskaźnika cen towarów i usług konsumpcyjnych, podporządkowując jego osiągnięciu całokształt prowadzonej polityki pieniężnej, jest konsekwentnie realizowana. Niezależnie od faktu ustawicznego przekraczania celu inflacyjnego, realizacja polityki pieniężnej NBP przynosi wymierne efekty, czego wyrazem jest skuteczna kontrola poziomu cen w ujęciu średnioterminowym. Okresem szczególnie szybkiej dezinflacji była II połowa roku 1998, kiedy po kryzysie finansowym i gospodarczym w Rosji tempo wzrostu w Polsce uległo znacznemu wyhamowaniu. Najniższy wskaźnik inflacji za ostatnie 12 miesięcy osiągnięto w lutym 1999 r. – było to 5,6%. Rok 1999 i zasadniczo I połowa roku 2000 to okres wzrostu inflacji do wartości dwucyfrowej. Czynnikiem decydującym o wzroście cen były w tym okresie zjawiska o charakterze pozamonetarnym: wzrost cen podstawowych surowców (ropy naftowej i gazu ziemnego) oraz wzrost cen żywności w wyniku suszy, jaka nastąpiła wiosną 2000 r. Od drugiej połowy roku 2000 obserwowany jest systematyczny spadek rocznego tempa inflacji, czemu sprzyjają: osłabienie tempa wzrostu gospodarczego i wyhamowanie dynamiki popytu wewnętrznego, utrzymujące się wysokie realne stopy procentowe (pomimo dokonanych obniżek stóp nominalnych) oraz tzw. efekt bazy, czyli stopniowe eliminowanie wpływu wysokich wartości miesięcznych wskaźników inflacji z wcześniejszego okresu. W efekcie, we wrześniu 2001 r. 12-miesięczny wskaźnik inflacji osiągnął poziom 4,3%. W październiku 2001 r. nastąpił kolejny spadek wskaźnika, do poziomu 4,0%. Poniżej przedstawiam poziom CPI za ostatnie 12 miesięcy w okresie 1998 r. – wrzesień 2001 r., wraz z sześciomiesięczną średnią ruchomą, pozwalającą na „wygładzenie” obserwacji.

Wykres 2.2

Poziom wskaźnika cen towarów i usług konsumpcyjnych (1998-2001)



Źródło: opracowanie własne na podstawie danych NBP.

2.3.4. Polityka pieniężna a oczekiwania inflacyjne

Niezależnie od skuteczności polityki pieniężnej w zakresie obniżania tempa wzrostu cen, ważną płaszczyznę oceny stanowi kształtowanie się oczekiwań inflacyjnych. Stąd też oczekiwania te są mierzone i uwzględniane w polityce NBP. Z drugiej strony, zgodnie z równaniem Fishera, oczekiwania te powinny znajdować swe odzwierciedlenie w stopach dochodowości obligacji długoterminowych.

Narodowy Bank Polski w ocenie oczekiwań inflacyjnych wykorzystuje trzy źródła informacji⁷⁰:

- badania ankietowe grupy ok. 300 dużych i średnich przedsiębiorstw, prowadzone przez okręgowe oddziały Banku,

⁷⁰ „Raport o inflacji w 1999 r.”, s. 73-77, ŁYŻIAK T. [2001].

- sondaże prowadzone wśród osób fizycznych przez firmę Demoskop,
- ankiety agencji Reuters, dotyczące oczekiwań inflacyjnych analityków bankowych, potocznie określane jako „oczekiwania banków”.

Dla niniejszej pracy największe znaczenie mają oczekiwania inflacyjne banków. Z doświadczeń NBP wynika, że różnią się one zarówno od oczekiwań podmiotów gospodarczych, jak i osób fizycznych. Banki w znacznie mniejszym stopniu kierują się wartościami inflacji z okresów przeszłych, wykorzystują natomiast wiedzę dotyczącą mechanizmu transmisji impulsów monetarnych. Co więcej, na oczekiwania banków wpływają decyzje dotyczące oficjalnych stóp procentowych. Poziom inflacji oczekiwanej przez analityków bankowych jest ogólnie niższy niż oczekiwania osób fizycznych i charakteryzuje się znacznie mniejszą zmiennością.

Do lipca 1999 r. następował systematyczny spadek tych oczekiwań, z poziomu ok. 7,3% w styczniu do blisko 6,5%. Począwszy od połowy roku, banki zaczęły uwzględniać w swych oczekiwaniach wzrost rzeczywistego CPI za ostatnie 12 miesięcy. W efekcie, po trwającej do października stabilizacji, w ostatnich miesiącach 1999 r. nastąpił wzrost oczekiwań inflacyjnych banków do poziomu 7% w grudniu. Banki uwzględniły jednak listopadową podwyżkę stóp procentowych, a ich oczekiwania wzrosły znacznie słabiej niż wskaźnik CPI i oczekiwania osób fizycznych⁷¹.

W styczniu 2000 r. oczekiwana przez analityków stopa wzrostu CPI wynosiła 6,8%. W I kwartale nastąpił spadek tych oczekiwań, a następnie trwająca do sierpnia stabilizacja wokół poziomu 6,8%. Przypomnę, iż do czerwca 2000 r. inflacja stabilizowała się wokół 10%, by w lipcu przejściowo wzrosnąć do 11,6%. We wrześniu oczekiwania banków wzrosły do 7%, na co wpłynęły dane o lipcowym poziomie inflacji oraz ogłoszenie celu inflacyjnego na rok 2001 w przedziale 6-8%. W ciągu II i III kwartału 2000 r. znacznie wzrosła niepewność banków, czego wyrazem był wzrost rozpiętości przewidywań. W czwartym kwartale nastąpiło jednak ograniczenie niepewności, zaś poziom oczekiwań inflacyjnych ustabilizował się na poziomie 6,9%⁷². W I kwartale 2001 r. następował dalszy spadek oczekiwań, do poziomu nieco poniżej 6%. W drugim kwartale 2001 r. obniżyły się one o dalsze 0,3 pkt. proc, tj. do 5,6% w czerwcu. Co istotne, obserwowany był również spadek niepewności, wyrażający się w zmniejszonej skali zróżnicowania oczekiwań⁷³.

2.4. Rynek pierwotny skarbowych papierów wartościowych

Do roku 1999 zachowanie Ministerstwa Finansów jako strony podaźowej rynku papierów skarbowych miało charakter wyraźnie pasywny, brak było również wewnętrznie spójnej polityki w zakresie kształtowania długu z tytułu emisji SPW oraz bieżącej struktury ich emisji. Pierwszym historycznie dokumentem o charakterze strategicznym była opracowana w roku 1999 „Strategia zarządzania długiem”. Jej nadrzędnym celem jest przeciwdziałanie narastaniu zadłużenia sektora finansów publicznych do poziomu, który mógłby zagrozić stabilności gospodarki i bezpieczeństwu finansów publicznych. Wśród celów zdefiniowanych w strategii na szczególną uwagę zasługują:

- ograniczenie udziału długu zagranicznego w zadłużeniu ogółem,
- wzrost udziału instrumentów o oprocentowaniu stałym w długu ogółem, w celu ograniczenia ryzyka zmienności kosztów jego obsługi,
- minimalizacja kosztów obsługi długu,
- zmniejszenie stopnia monetyzacji długu, poprzez wzrost udziału sektora pozabankowego w zadłużeniu ogółem,
- restrukturyzacja zadłużenia z tytułu instrumentów nierynkowych poprzez konwersję na instrumenty rynkowe.

⁷¹ „Raport o inflacji w 1999 r., s. 75-76.

⁷² „Raport o inflacji w 2000 roku”, s. 130-141.

⁷³ „Raport o inflacji w I kwartale 2001 roku”, s. 77-83., „Raport o inflacji w II kwartale 2001 roku”, s. 98-106.

Tabela 2.2

Podaż, popyt oraz wartość transakcji na pierwotnym rynku instrumentów skarbowych (1998-2001) w mld PLN

13-tygodniowe bony skarbowe	poaż	popyt	sprzedaż
1998	9 500	23 344	9 453
1999	10 300	18 312	9 463
2000	5 000	13 366	4 743
2001	3 700	9 095	3 502
52-tygodniowe bony skarbowe	poaż	popyt	sprzedaż
1998	26 800	76 016	25 599
1999	20 500	44 287	19 076
2000	22 600	62 937	22 746
2001	46 900	137 718	47 311
2-letnie obligacje skarbowe	poaż	popyt	sprzedaż
1998	10 100	17 260	5 115
1999	9 900	10 846	4 290
2000	10 200	28 727	10 030
2001	12 500	41 825	12 500
5-letnie obligacje skarbowe	poaż	popyt	sprzedaż
1998		18 782	3 553
1999		13 703	5 392
2000	11 500	38 116	10 905
2001	11 500	34 895	11 498
10-letnie obligacje skarbowe	poaż	popyt	sprzedaż
1999	1 300	4 567	1 261
2000	3 707	8 514	3 500
2001	3 000	9 979	3 000

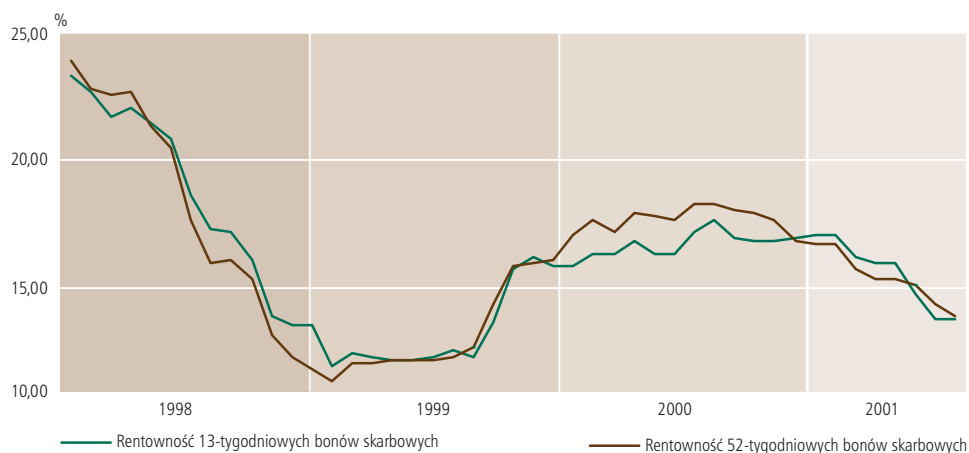
Źródło: opracowanie własne na podstawie danych NBP.

Na potrzeby realizacji strategii zdefiniowano również pożądane parametry charakteryzujące dług skarbu państwa. Warto wśród nich podkreślić całkowite zastąpienie nierynkowego długu przez skonwertowane papiery skarbowe, wydłużenie średniego czasu zapadalności krajowych papierów skarbowych do ok. 4,5 roku oraz wzrost udziału obligacji o oprocentowaniu stałym w długu krajowym do poziomu ok. 2/3. Podsumowując, strategia przesądziła, iż podstawowym instrumentem kształtowania krajowego zadłużenia Skarbu Państwa miały stać się długoterminowe obligacje o oprocentowaniu stałym.

Popyt ze strony inwestorów koncentrował się jednak na instrumentach krótkoterminowych. Wyjaśnienie tego faktu jest możliwe po uwzględnieniu struktury nabywców skarbowych papierów wartościowych. Według danych Ministerstwa Finansów, udział sektora bankowego w transakcjach na rynku pierwotnym bonów skarbowych w latach 1998-2001 wahał się od 60% do 90%⁷⁴. Stopy dochodowości instrumentów krótkoterminowych kształtowały się zatem z jednej strony pod wpływem rosnącego zapotrzebowania kredytowego Skarbu Państwa, z drugiej zaś strony pod wpływem wysokich stóp procentowych na rynku międzybankowym. Trwała nadpłynność sektora bankowego wymuszała na emitencie akceptowanie stóp dochodowości będących w stanie konkurować ze stopami oprocentowania depozytów międzybankowych. Te ostatnie determinowane były jednak przez politykę wysokich stóp procentowych NBP. Z powyższej analizy wynika potwierdzenie istnienia kanału transmisji impulsów monetarnych na terminową strukturę stóp procentowych.

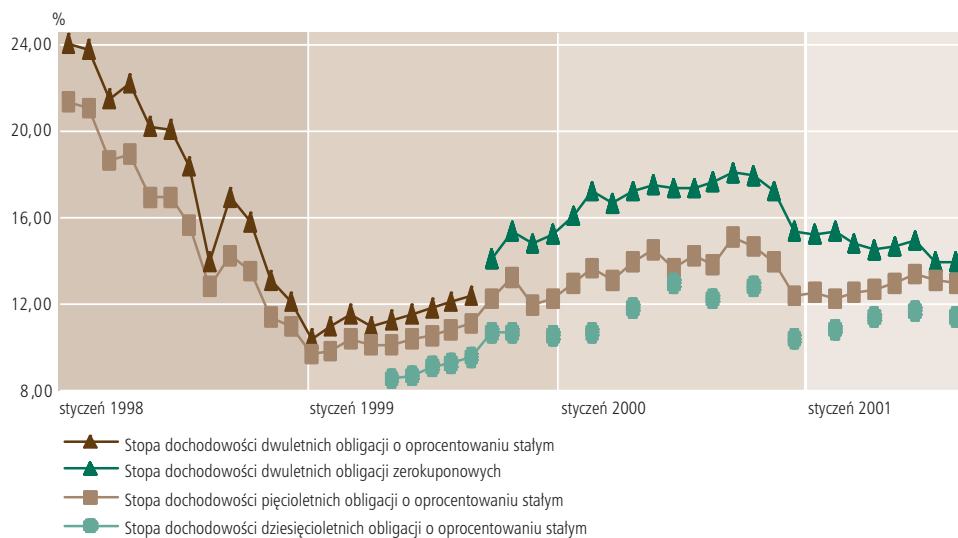
⁷⁴ Jedynym wyjątkiem (wyłącznie w przypadku bonów 13-tygodniowych) był okres od października do grudnia 2000 r., kiedy udział banków spadł poniżej 50%.

Wykres 2.3
Rentowność bonów skarbowych na przetargach NBP (1998-2001)



Źródło: opracowanie własne na podstawie danych NBP.

Wykres 2.4
Stopy dochodowości obligacji skarbowych na rynku pierwotnym (1998-2001)



Źródło: opracowanie własne na podstawie danych NBP.

Analizę stóp dochodowości na rynku pierwotnym bonów skarbowych celowo ograniczam do najczęściej emitowanych instrumentów 13-tygodniowych i 52-tygodniowych. Ze względu na dużą nieregularność emisji bonów o innych terminach zapadalności, dane o stopach ich dochodowości nie będą wykorzystane w niniejszej pracy. Dane te nie dotyczą każdego przetargu, lecz zostały zagregowane poprzez wyznaczenie średnich ważonych miesięcznych stóp dochodowości.

Do marca 1999 r. stopy dochodowości bonów skarbowych znajdowały się w szybkim trendzie spadkowym. Po kilkumiesięcznej stabilizacji, od października 1999 r. do sierpnia 2000 r. nastąpił ich istotny wzrost. Od września 2000 r. ponownie obserwowany jest systematyczny spadek rentowności krótkoterminowych instrumentów dłużnych

Dane o stopach dochodowości obligacji skarbowych kształtujących się na rynku pierwotnym przedstawiam w ujęciu miesięcznym. W przypadku obligacji dwuletnich w niniejszym rozdziale po-

łączono dane dotyczące rynku pierwotnego obligacji kuponowych serii OS oraz zerokuponowych obligacji serii OK. Podobnej agregacji dokonano dla obligacji pięcioletnich serii OS i PS. Ponieważ przetargi obligacji dziesięcioletnich organizowane są obecnie co dwa miesiące, rozkład danych zgodny jest z faktycznym kalendarzem aukcji.

Podobnie jak w przypadku bonów skarbowych, do początku 1999 r. stopy dochodowości obligacji szybko spadały. Do października 2000 r. następował ich systematyczny wzrost, przerwany jednak krótką korektą w grudniu 1999 r. Od ostatniego kwartału 2000 r. dochodowość obligacji skarbowych na rynku pierwotnym systematycznie spada.

2.5. Rynek wtórny Skarbowych Papierów Wartościowych

Dostępność danych dotyczących notowań wtórnego rynku papierów skarbowych w Polsce jest istotnie ograniczona. Dopiero wiosną 1998 r. Narodowy Bank Polski rozpoczął gromadzenie danych o codziennych kwotowaniach instrumentów. Podobnie, dane dostępne w serwisach ekonomicznych Reuters i Bloomberg sięgają wstecz do połowy marca 1998 r. Brak danych istotnie ogranicza okres, dla którego przeprowadzona będzie estymacja krzywej dochodowości i weryfikacja jej potencjału prognostycznego.

Warto podkreślić, iż dane te nie stanowią rzeczywistych cen transakcyjnych, lecz uśrednione kwotowania (ceny, po jakich banki zgłaszają gotowość przeprowadzenia transakcji). Ze względu na powyższy fakt, kwotowania te po uśrednieniu tylko nieznacznie różnią się od cen w rzeczywistych transakcjach. Konwencją, przyjętą zarówno przez NBP, jak i agencje informacyjne, jest codzienne dokonywanie pomiaru kwotowań o godzinie 14:00.

Problem braku danych dotyczy również tak istotnych kwestii jak kształtowanie się podaży i popytu, a nawet wolumenu obrotów na rynku międzybankowym. Rynek ten jest bowiem tzw. rynkiem nieregulowanym, brak zatem instytucji, która zajmowałaby się jego systematycznym monitorowaniem i publikacją danych statystycznych. Informacji takich nie udostępniają Narodowy Bank Polski i Ministerstwo Finansów.

Obligacje skarbowe o oprocentowaniu stałym są również przedmiotem obrotu na Warszawskiej Giełdzie Papierów Wartościowych, w systemie tzw. notowań ciągłych. Ze względu na relatywnie wysokie koszty transakcyjne, znaczenie tego segmentu rynku wtórnego ulegało w ciągu minionych lat systematycznej marginalizacji w stosunku do wolnego od opłat rynku międzybankowego. W efekcie, w przypadku niektórych instrumentów do zawarcia transakcji giełdowej dochodzi rzadziej niż raz w miesiącu. Co istotne, poziom wyceny obligacji na GPW stanowi podstawę ewidencji księgowej prowadzonej przez fundusze inwestycyjne i emerytalne. W analizowanym okresie wielokrotnie dochodziło do sztucznego zawyżania wycen giełdowych, mającego na celu wykazanie lepszych wyników zarządzania portfelami przez wspomniane grupy inwestorów.

Giełda Papierów Wartościowych stanowiła również rynek, na którym banki dokonywały odsprzedaży pewnej części swego portfela obligacji na rzecz inwestorów indywidualnych. Ceny ustalone w takich transakcjach były systematycznie zawyżone w stosunku do cen transakcyjnych na rynku międzybankowym, na co wpływał stosunkowo mały wolumen obrotu oraz obopólna korzyść osiągnięta przez strony. Dla inwestorów detalicznych, GPW była bowiem jedynym rynkiem, na którym mogli oni dokonać zakupu obligacji skarbowych, których stopy dochodowości kształtowały się bardzo atrakcyjnie w porównaniu do tradycyjnych form oszczędzania. Było to związane z faktem zróżnicowanych zasad opodatkowania dochodów: osoby fizyczne były zwolnione z podatku od odsetek i zysków kapitałowych osiągniętych na inwestycjach w instrumenty skarbowe, podczas gdy dla banków dochody te stanowiły przychód opodatkowany na zasadach ogólnych.

2.6. Podsumowanie

W rozdziale przedstawiłem zarys rozwoju rynku instrumentów skarbowych o oprocentowaniu stałym i zerokuponowym. Wskazane zostały również podstawowe czynniki, które w ujęciu hi-

2

storycznym kształtowały stopy ich dochodowości. Na podstawie poobieżnej analizy powyższych danych zauważyć można wysoką zbieżność stóp dochodowości instrumentów skarbowych zarówno z poziomem inflacji, jak i oficjalnych stóp procentowych NBP. Przedmiotem zainteresowania pracy jest jednak potencjał informacyjny struktury terminowej w zakresie przyszłych wydarzeń ekonomicznych. Zagadnienie to rozwinięte zostanie w rozdziale piątym

Opisując wtórny rynek skarbowych papierów wartościowych, wskazałem, że w analizie terminowej struktury stóp procentowych należy oprzeć się na danych pochodzących z rynku międzybankowego. Praktyka ta jest powszechna zarówno wśród inwestorów, jak i w badaniach prowadzonych przez NBP (Stamirowski M. [1999], Stępniański I, Zieliński J. [2000]).

Prezentacja stóp dochodowości poszczególnych obligacji na rynku wtórnym wydaje się niecelowa. W czwartym rozdziale pracy przedstawione zostaną natomiast wyniki regularnej estymacji ciągłej krzywej dochodowości. Zastosowany model pozwala na ocenę historycznego kształtowania się stóp procentowych o wszystkich możliwych terminach zapadalności oraz spreadu krzywej.

3

Stopy dochodowości instrumentów dłużnych:
kalkulacja i interpretacja

Zgodnie z przyjętą w literaturze konwencją, analizę struktury terminowej prowadzić należy w oparciu o natychmiastowe stopy procentowe. Tymczasem, powszechność występowania długoterminowych instrumentów odsetkowych powoduje, iż nie jest możliwa konstrukcja zerokuponowej krzywej dochodowości bezpośrednio w oparciu o dane rynkowe. Regularna struktura dokonywanych na rynku polskim emisji obligacji pozwala, przy pewnych dodatkowych założeniach, na oszacowanie natychmiastowych stóp procentowych. Obecny rozdział przedstawia sposób kalkulacji stóp zwrotu w terminie do wykupu dla obligacji kuponowych. Pozwoli to przejść do zagadnienia wyznaczania stóp natychmiastowych tzw. metodą „bootstrapping”.

W dalszej części rozdziału rozwijam prezentację związków pomiędzy stopami natychmiastowymi, terminowymi i dyskontowymi. Prowadzą one do konkluzji, iż funkcyjne zależności tych stóp od czasu są równoważnymi postaciami struktury terminowej. Wniosek ten, wraz z ograniczeniami nakładanymi na kształt funkcji dyskontowej, ma krytyczne znaczenie w modelowaniu krzywej dochodowości.

Ostatnia część rozdziału przedstawia teorię stóp procentowych wyrażonych w konwencji kapitalizacji ciągłej (tzw. logarytmicznych stóp procentowych). Konwencja ta jest bardzo popularna we współczesnych finansach, zaś jej zastosowanie znacząco upraszcza analizę struktury terminowej, pozwalając na eliminację nieliniowości równań. Logarytmiczne stopy procentowe są również powszechnie wykorzystywane w modelach krzywej dochodowości. W podsumowaniu przedstawiam alternatywne interpretacje logarytmicznie ujętej hipotezy oczekiwania.

3.1. Stopa zwrotu w terminie do wykupu

Problem powszechnego występowania instrumentów kuponowych dotyczy w zasadzie wszystkich rozwiniętych rynków papierów skarbowych. W Stanach Zjednoczonych do początku lat osiemdziesiątych jedynymi instrumentami dyskontowymi były bony skarbowe i jednoroczne obligacje skarbowe. W początkach lat osiemdziesiątych pojawiły się czysto dyskontowe obligacje przedsiębiorstw o terminach wykupu dłuższych niż jeden rok. Od roku 1985, w ofercie firm maklerskich pojawiły się osobno sprzedawane prawa do kuponów obligacji skarbowych za dany rok, które można było traktować jak wieloletnie obligacje zerokuponowe. Instrumenty te noszą nazwę STRIPS (*Separate Trading of Registered Interest and Principal Securities*), zaś ich oferowanie odbywa się w ramach operacji określanych mianem *coupon stripping*⁷⁵. Wyznaczanie struktury terminowej stóp natychmiastowych na bazie notowań tych instrumentów, jakkolwiek stosunkowo łatwe, nie jest jednak podejściem prawidłowym. Podstawowymi problemami są tu znacznie niższa płynność rynku STRIPS niż rynku obligacji skarbowych oraz wyraźnie zaznaczona segmentacja⁷⁶. Próby takie były jednak podejmowane, ponadto krzywa dochodowości wyznaczona na bazie rynku obligacji porównywana była z krzywą wyznaczoną na rynku STRIPS⁷⁷.

Częstokroć operując pojęciem krzywa dochodowości, utożsamia się (nieprawidłowo)⁷⁸ strukturę terminową z rozkładem stóp dochodowości w terminie do wykupu dla wszystkich dostępnych

⁷⁵ CAMPBELL J.Y., LO A.W., MacKINLAY C.A. [1997], s. 396.

⁷⁶ FABOZZI F.J. [2000], s. 109.

⁷⁷ SACK B. [2000].

⁷⁸ FABOZZI F.J. [2000], s. 107.

na rynku obligacji (zarówno oprocentowanych jak i zerokuponowych), ze względu na czas pozostały do wykupu danej obligacji. W celu wykreślenia tak rozumianej krzywej, konieczne jest wyznaczenie odpowiednich stóp YTM .

Wycena obligacji kuponowej polega na zdyskontowaniu (wyznaczeniu wartości bieżącej) wszystkich należnych jej posiadaczowi płatności⁷⁹. W poniższym równaniu, płatności dyskontowane są jednakową stopą procentową (Y), niezależnie od czasu, jaki musi upłynąć do ich otrzymania.

$$P + ai = \frac{I}{(1+Y)^{t_1}} + \frac{I}{(1+Y)^{t_2}} + \dots + \frac{I+F}{(1+Y)^{t_n}} = \sum_{k=1}^n \frac{I}{(1+Y)^{t_k}} + \frac{F}{(1+Y)^{t_n}} \quad (3.1)$$

gdzie:

- $k=[1...n]$ – jest numerem okresu odsetkowego,
- t_k – jest czasem, pozostałym do zapłaty kolejnego kuponu z obligacji (w szczególności, t_n jest czasem zapadalności obligacji),
- P – jest tzw. ceną czystą obligacji (*clean price*),
- ai – stanowi wartość odsetek, narosłych od początku bieżącego okresu odsetkowego (*accrued interest*).

Suma $P+ai$ określana jest jako tzw. brudna cena obligacji (*dirty price*). Konieczność doliczenia narosłych odsetek wynika z faktu, że należne są one jedynie temu inwestorowi, który jest posiadaczem obligacji w dniu ich zapłaty. Nabywając obligację na rynku wtórnym w trakcie trwania okresu odsetkowego, należy niejako „zwrócić” poprzedniemu posiadaczowi odsetki za okres, jaki upłynął od ostatniej zapłaty kuponu. Zazwyczaj przyjmuje się, iż odsetki te narastają w sposób liniowy⁸⁰.

Procesem odwrotnym do wyceny jest wyznaczenie stopy zwrotu w terminie do wykupu (YTM), czyli takiej stopy dyskontowej, dla której następuje wyrównanie danej ceny rynkowej obligacji P , z sumą wartości bieżących wszystkich należnych płatności. Stopa YTM jest zatem w sensie matematycznym rozwiązaniem równania wielomianowego stopnia t_n , co oznacza, iż nie sposób przedstawić jednoznacznego wzoru pozwalającego na jej wyznaczenie. Dokonuje się tego metodą iteracyjną, poszukując odpowiedniej stopy dyskontowej, zatem stopa Y stanowi aproksymację rzeczywistej stopy zwrotu w terminie do wykupu.

$$P + ai = \sum_{k=1}^n \frac{I}{(1+Y)^{t_k}} + \frac{F}{(1+Y)^{t_n}} \Rightarrow Y = YTM$$

W sensie ekonomicznym, stopa zwrotu w terminie do wykupu jest stopą dochodowości, jaką uzyska inwestor, który zakupi instrument za cenę P , a następnie przetrzyma go aż do momentu wykupu, dokonując regularnego reinwestowania otrzymywanych odsetek w inwestycje zapewniające dokładnie taką samą stopę zwrotu równą YTM ⁸¹. Stopa ta jest odwrotnie skorelowana z ceną obligacji: im mniejsza cena, jaką musi zapłacić inwestor za nabycie instrumentu, tym wyższa stopa zwrotu, jaką osiągnie z tej inwestycji.

Założenie reinwestowania odsetek według stałej stopy procentowej leży u podstaw krytyki YTM , jako miary dochodu z instrumentu dłużnego. Brak bowiem pewności co do stóp zwrotu, jakie będzie można osiągnąć reinwestując w przyszłości kolejne płatności odsetek. Inwestor nie może być pewien, że nabywając obligację kuponową przy określonej stopie YTM , osiągnie w rzeczywistości taką samą średnioroczną stopę zwrotu z inwestycji⁸².

⁷⁹ SOROCZYŃSKI S., WITEK M. [2000], s. 23.

⁸⁰ Warto podkreślić, że bezpośrednio po zapłacie kolejnego kuponu, poziom obydwu cen jest równy.

⁸¹ JAJUGA K., JAJUGA T. [1998], s. 55.

⁸² Niepewność ta nosi nazwę „ryzyka reinwestycyjnego” (STĘPNIAK I., ZIELIŃSKI J. [2000], s. 4).

Kolejnym problemem jest zróżnicowanie stóp YTM dla obligacji o identycznych parametrach, lecz różniących się jedynie wartością procentową kuponu. Im wyższa jest nominalna wartość oprocentowania obligacji, tym wyższy poziom ryzyka związanego z reinwestowaniem odsetek. Obligacja z wyższym kuponem powinna zatem posiadać wyższą stopę YTM (premia za zwiększone ryzyko). Zjawisko to określane jest jako „efekt kuponu”⁸³. Podstawowym problemem związanym z efektem kuponu jest zanik jednoznaczności odwzorowania $Y(t)$, bowiem zdarzyć się może, iż dla pewnego czasu zapadalności dostępne będą dwie obligacje o różnych wartościach kuponu, a co za tym idzie – różnych stopach zwrotu w terminie do wykupu⁸⁴.

Powyższe problemy nie dotyczą jednak instrumentów zerokuponowych. Stąd też, analiza struktury terminowej, powinna być dokonywana w oparciu o stopy natychmiastowe, co pozwala na ominięcie ograniczeń, związanych ze stopami dochodowości w terminie do wykupu instrumentów kuponowych.

Terminowa struktura stóp YTM , ze względu na stosunkowo łatwe jej wyznaczenie w oparciu o powszechnie dostępne dane rynkowe, stanowi przedmiot zainteresowania inwestorów⁸⁵. Pierwsze próby wykreślenia krzywych obrazujących relację pomiędzy stopą zwrotu w terminie do wykupu a terminem zapadalności podjął Durand [1942]. Poprzez graficzne wygładzanie danych o współrzędnych reprezentujących dostępne terminy zapadalności i adekwatne stopy YTM , dążył on do uzyskania ciągłej – ze względu na czas zapadalności – krzywej stóp dochodowości w terminie do wykupu. Robert A. Haugen proponuje estymację krzywej $YTM(t)$ przy pomocy funkcji wykładniczej [1996, s. 38]. Do estymacji krzywej *yield-to-maturity-curve* można wykorzystać instrumenty o dowolnych terminach zapadalności (ich struktura nie musi być regularna), należy jednak pamiętać o ograniczeniach, jakie związane są z własnościami stopy YTM . W szczególności, wykorzystywane instrumenty powinny być homogeniczne ze względu na częstotliwość płatności kuponu, jak również ze względu na jego wartość⁸⁶.

3.2. Natychmiastowe stopy procentowe

Ze względu na wspomniane już założenie, dotyczące reinwestowania odsetek według stałej stopy procentowej, użyteczność YTM , jako miernika dochodowości inwestycji (bądź alternatywnie jako stopy dyskontowej stosowanej w wycenie obligacji) jest ograniczona. Prawidłowe podejście do wyceny instrumentu dłużnego powinno opierać się na wyznaczeniu wartości bieżącej każdej pojedynczej płatności, w oparciu o indywidualną stopę procentową, właściwą dla czasu, po upływie którego płatność następuje. Obligację należy zatem potraktować jako portfel instrumentów zerokuponowych o zróżnicowanych terminach zapadalności⁸⁷.

Przypomnę, iż w przypadku instrumentów zerokuponowych, stopa YTM jest właściwym miernikiem dochodowości, nie jest bowiem obciążona ryzykiem reinwestowania odsetek. Wyznaczenie stopy YTM dla instrumentu czysto dyskontowego, a tym samym stopy natychmiastowej o dowolnym terminie zapadalności, jest zagadnieniem stosunkowo prostym (zostało ono przedstawione w pierwszym rozdziale pracy).

Celem wyznaczenia stóp natychmiastowych dla dłuższych terminów, na bazie notowań dostępnych na rynku obligacji kuponowych, konieczne jest dokonanie dekompozycji wieloletniej obligacji kuponowej o wartości nominalnej F i stałej stopie oprocentowania (ir) na portfel obligacji czysto dyskontowych, o terminach zapadalności przypadających w kolejnych momentach zapłaty odsetek. Charakterystyka tak otrzymanych instrumentów jest następująca:

⁸³ STAMIROWSKI M. [1999], s. 4.

⁸⁴ Na rynku polskim efekt ten wyraźnie występuje dla obligacji OS1004 (kupon 10%) oraz PS1004 (kupon 8,5%). Obligacje te mają identyczną konstrukcję płatności odsetek i nominalu oraz ten sam czas zapadalności.

⁸⁵ JAJUGA K., JAJUGA T [1998], s. 64.

⁸⁶ Zróżnicowane wartości kuponów polskich obligacji skarbowych stanowią zatem istotne ograniczenie w modelowaniu krzywej stóp YTM .

⁸⁷ CAMPBELL J.Y., LO A.W., MacKINLAY C.A. [1997], s. 396.

Tabela 3.1
Dekompozycja obligacji odsetkowej na portfel obligacji zerokuponowych

Numer okresu odsetkowego	Wartość nominalna	Moment zapadalności	Czas do zapadalności
k	F_k	m_k	t_k
1	I	m_1	t_1
2	I	m_2	t_2
⋮	⋮	⋮	⋮
n	$F+I$	m_n	t_n (lub t)

Źródło: opracowanie własne.

Dokonując osobnej wyceny każdej z płatności, poprzez zdyskontowanie odpowiednią zerokuponową stopą procentową, otrzymujemy następujący wzór wyceny obligacji⁸⁸:

$$P + ai = \frac{I}{(1 + R_{t_1})^{t_1}} + \frac{I}{(1 + R_{t_2})^{t_2}} + \dots + \frac{F + I}{(1 + R_{t_n})^{t_n}} = \sum_{k=1}^n \frac{I}{(1 + R_{t_k})^{t_k}} + \frac{F}{(1 + R_{t_n})^{t_n}} \quad (3.2)$$

Wartość bieżącą płatności wyrazić można również jako funkcję czynnika dyskontowego d_t . Równanie wyceny obligacji przyjmie wówczas następującą postać:

$$P + ai = I * d_{t_1} + I * d_{t_2} + \dots + (FV + I) * d_{t_n} \quad (3.3)$$

Skonstruowana w ten sposób funkcja wyceny dyskontowej pozbawiona jest podstawowego mankamentu funkcji opartej na dyskontowaniu płatności stopą YTM – założenia o reinwestowaniu odsetek według stałej stopy procentowej. Pozwala zatem wyznaczyć „prawdziwą” wartość (*true value*, *fair value*) instrumentu dłużnego, niezależnie od struktury przepływów pieniężnych.

Wzór powyższy można przekształcić tak, aby otrzymać równanie wartości „najdłuższej” ze stóp zerokuponowych, użytych do wyceny t_n -letniej obligacji odsetkowej (czyli stopy służącej do dyskontowania ostatniej płatności: $F + I$). Otrzymujemy wówczas wzór rekurencyjny⁸⁹, służący do wyznaczania stopy natychmiastowej R_{t_n} , przy założeniu, że znamy „krótsze” stopy natychmiastowe $R_{t_1} - R_{t_{n-1}}$, oraz bieżącą cenę rynkową obligacji:

$$R_{t_n} = \left[\frac{(FV + I)}{\left((P + ai) - \sum_{k=1}^{n-1} \left(I / (1 + R_{t_k})^{t_k} \right) \right)} \right]^{1/t_n} - 1 \quad (3.4)$$

U podstaw powyższego wzoru leży założenie, iż różnica pomiędzy ceną obligacji, a sumą zdyskontowanych wartości wszystkich płatności oprócz ostatniej, jest bieżącą wartością tej ostatniej płatności, dokonywanej w momencie zapadalności instrumentu. Można zatem wówczas wyznaczyć natychmiastową stopę dyskontową, która posłużyła do zdyskontowania takiej płatności, traktowanej jako t_n -letnia obligacja zerokuponowa. Stopa ta jest jednocześnie YTM takiej „obligacji” oraz t_n -letnią stopą natychmiastową.

Dysponując grupą obligacji kuponowych o oprocentowaniu stałym, których zapadalność oraz płatności kuponów przypadają w regularnych odstępach (np. corocznych), zaś najdłuższa za-

⁸⁸ DEACON M., DERRY A. [1994], s. 7-8.

⁸⁹ JAJUGA K., JAJUGA T. [1998], s. 65.

padalność przypada za n okresów, można wyznaczyć zbiór stóp natychmiastowych R_{tk} , dla $k=[1...n]$. Łatwo zauważyć, iż liczba obligacji powinna być równa liczbie okresów odsetkowych, pozostałych do zapadalności najdłuższego z dostępnych instrumentów.

Metoda wyznaczania stóp zerokuponowych na bazie regularnej struktury obligacji o oprocentowaniu stałym nosi nazwę metody „samouzgodnienia” (*bootstrapping*)⁹⁰. Metoda ta opiera się na identycznej okresowości emisji kolejnych serii obligacji i wypłat odsetek⁹¹, bowiem tylko w oparciu o takie dane można dokonać dekompozycji obligacji kuponowych na portfele zbudowane z identycznych zerokuponowych obligacji „składowych”, co z kolei umożliwia zastosowanie w ich wycenie stóp natychmiastowych. Podstawowymi wadami metody *bootstrapping* są:

- trudności w znalezieniu odpowiedniego ciągu obligacji o regularnych terminach zapadalności i wypłaty odsetek,
- pominięcie istotnej części informacji rynkowej, „nie pasującej” do wykorzystywanej struktury danych,
- nieciągłość uzyskiwanej struktury stóp natychmiastowych.

Pomimo tych ograniczeń, metoda *bootstrapping* była stosunkowo popularna na polskim rynku obligacji. Metodę tą można zastosować do wyznaczenia stóp zerokuponowych w odstępach rocznych, na bazie danych o notowanych na rynku seriach obligacji o oprocentowaniu stałym oraz zapadalnościach i płatnościach odsetek przypadających w lutym, czerwcu lub październiku kolejnych lat. W efekcie, po zagregowaniu danych otrzymuje się dyskretny rozkład stóp zerokuponowych o czteromiesięcznym interwale czasowym. Użyteczność powyższej metody poczynwszy od roku 2001 zostanie istotnie ograniczona, ze względu na zmianę kalendarza emisji obligacji pięcioletnich o oprocentowaniu stałym⁹².

Struktura terminowa otrzymana metodą *bootstrapping* stanowi jednak punkt wyjścia do otrzymania stóp zerokuponowych dla dowolnych terminów zapadalności. Stopy te można wyznaczyć posługując się metodą interpolacji liniowej, tzn. zakładając, że krzywa dochodowości ma przebieg liniowy pomiędzy dwoma znanymi „punktowymi” poziomami stóp zerokuponowych. Innym podejściem jest aproksymacja całej krzywej stóp natychmiastowych (bądź alternatywnie krzywej czynników dyskontowych) za pomocą wielomianu, czyli zastosowanie jednej z ekonometrycznych technik wygładzania⁹³.

3.3. Implikowane terminowe stopy procentowe

Stopy natychmiastowe i czynniki dyskontowe są bezpośrednio związane z poziomem wyceny papierów wartościowych dostępnych na rynku kasowym (dostawa instrumentu następuje w chwili zakupu). Na rynku tym inwestor ma do wyboru instrumenty o zróżnicowanych terminach zapadalności. Zgodnie z równaniem (1.14), implikowana terminowa stopa procentowa z definicji zapewnia wyrównanie dochodowości strategii inwestycyjnych:

$$[1 + R_t]^t = [1 + R_{t'}(m)]^{t'} * [1 + F_{t-t'}(m + t')]^{t-t'}, \text{ gdzie } t' < t$$

Poziom stopy terminowej zależy zatem bezpośrednio od wartości adekwatnych stóp natychmiastowych. Implikowane stopy procentowe można wyznaczyć posługując się równaniem (1.15) na podstawie danych o strukturze stóp natychmiastowych:

⁹⁰ FABOZZI F. J. [2000], s. 113.

⁹¹ UTKIN J. [1998], s. 45.

⁹² Dotychczas zapadalność obligacji pięcioletnich przypadała w lutym, czerwcu lub październiku kolejnych lat. W 2001 r. dokonano emisji obligacji serii PS0506, której termin zapadalności przypada na maj 2006 r. Uniemożliwia to włączenie powyższej obligacji w estymację dyskretnego rozkładu stóp natychmiastowych za pomocą metody *bootstrapping*. Obecnie wszystko wskazuje, iż nie jest planowany powrót do „tradycyjnego” kalendarza terminów zapadalności.

⁹³ Dobrym przykładem jest tu wielomian zastosowany przez Haugena [1996] w modelowaniu ciągłej struktury stóp *YTM*.

$$F_{t-t'}(m+t') = \left[\frac{[1+R_t(m)]^t}{[1+R_{t'}(m)]^t} \right]^{\frac{1}{t-t'}} - 1$$

lub – równoważnie – bazując na strukturze czynników dyskontowych:

$$F_{t-t'}(m+t') = \left[\frac{1}{\frac{d_{t'}}{d_t}} \right]^{\frac{1}{t-t'}} - 1 = \left[\frac{d_{t'}}{d_t} \right]^{\frac{1}{t-t'}} - 1 \quad (3.5)$$

Pomiędzy stopami spot, czynnikami dyskontowymi i stopami terminowymi zachodzi szereg istotnych związków⁹⁴.

Po pierwsze, warto zauważyć, iż z definicji stopy terminowej, wynika, że implikowana stopa procentowa, właściwa dla inwestycji rozpoczynającej się w chwili $m+t''$ oraz trwającej przez pewien czas t , równa jest średniej geometrycznej jednookresowych stóp terminowych $F_1(m+i)$, gdzie i zmienia się od t'' do $t-1$:

$$\begin{aligned} [1+F_{t-t'}(m+t')]^t &= [1+F_1(m+t')] * [1+F_1(m+t'+1)] * \dots * [1+F_1(m+t-1)] \\ [1+F_{t-t'}(m+t')]^t &= \prod_{i=t'}^{t-1} [1+F_1(m+i)] \end{aligned} \quad (3.6)$$

Stopę natychmiastową o czasie zapadalności t można zatem wyznaczyć jako iloczyn dowolnej stopy natychmiastowej o czasie zapadalności $t' < t$ i odpowiedniej liczby jednookresowych stóp terminowych:

$$\begin{aligned} [1+R_t(m)]^t &= [1+R_{t'}(m)]^{t'} * [1+F_1(m+t')] * [1+F_1(m+t'+1)] * \dots * [1+F_1(m+t-1)] \\ [1+R_t(m)]^t &= [1+R_{t'}(m)]^{t'} * \prod_{i=t'}^{t-1} [1+F_1(m+i)] \end{aligned} \quad (3.7)$$

W ogólności, każda stopa natychmiastowa i odpowiadający jej czynnik dyskontowy stanowią średnią geometryczną stóp terminowych:

$$\begin{aligned} \frac{1}{d_1} &= [1+R_1(m)] = [1+F_1(m)] \\ \frac{1}{d_2} &= [1+R_2(m)]^2 = [1+R_1(m)] * [1+F_1(m+1)] = [1+F_1(m)] * [1+F_1(m+1)] \\ \frac{1}{d_3} &= [1+R_3(m)]^3 = [1+R_2(m)]^2 * [1+F_1(m+2)] = \prod_{i=0}^2 [1+F_1(m+i)] \\ &\vdots \\ \frac{1}{d_t} &= [1+R_t(m)]^t = \prod_{i=0}^{t-1} [1+F_1(m+i)] \end{aligned} \quad (3.8)$$

Dysponując którymkolwiek z szeregów: stóp natychmiastowych, czynników dyskontowych lub też stóp terminowych, można stosunkowo łatwo wyznaczyć dwie pozostałe postacie terminowej struktury stóp procentowych. Funkcje $R(t)$, $d(t)$ oraz $F(t)$ są zatem równoważnymi postaciami krzywej dochodowości. Warto w tym miejscu podkreślić, iż estymacja krzywej może być dokonana w oparciu o którąkolwiek z powyższych funkcji. Tym niemniej, ekonomiczna teoria

⁹⁴ DEACON M., DERRY A, [1994], s. 13.

malejącej wartości pieniądza w czasie nakłada szczególne ograniczenia na postać funkcji dyskontowej⁹⁵:

- funkcja ta powinna być ciągła, co pozwala na dokonanie wyceny płatności należnej w dowolnym momencie przyszłości,
- funkcja ta powinna być monotonicznie malejąca, co odzwierciedla spadek wartości bieżącej należnej płatności wraz ze wzrostem czasu, jaki musi upłynąć do jej otrzymania; co istotne własność powyższa powinna zachodzić niezależnie od monotoniczności krzywej stóp natychmiastowych,
- ponieważ wartość bieżąca płatności natychmiastowej powinna być równa jej wartości nominalnej, $d_t(0)=1$.

Spełnienie powyższych własności funkcji dyskontowej ma zasadnicze znaczenie w modelowaniu krzywej dochodowości, pozwala bowiem na zachowanie ekonomicznej racjonalności rozkładu stóp dyskontowych, zgodnej z teorią malejącej wartości pieniądza w czasie.

3.4. Logarytmiczne stopy procentowe

3.4.1. Kapitalizacja ciągła

W analizie relacji pomiędzy stopami dochodowości o zróżnicowanych terminach zapadalności operuje się najczęściej wartościami stóp wyznaczonymi w konwencji kapitalizacji ciągłej, czyli tzw. logarytmicznymi stopami zwrotu⁹⁶. Równania (1.3) i (1.4) przedstawiały zasady kalkulacji wartości bieżącej i przyszłej pieniądza w konwencji kapitalizacji rocznej. Wycenę obligacji zerokuponowej i kalkulację natychmiastowej stopy zwrotu kapitalizowanej rocznie przedstawiłem w równaniach (1.8) i (1.10).

Pomimo, iż w niniejszej części pracy zajmuję się wyłącznie instrumentami czysto dyskontowymi (nie oferującymi płatności odsetkowych), w ich wycenie można założyć, iż alternatywą dla inwestycji byłoby dokonanie lokaty o czasie trwania równym zapadalności instrumentu, jednak umożliwiającą w międzyczasie dokonywanie kapitalizacji odsetek. W kalkulacji wartości bieżącej i przyszłej pieniądza należy zatem uwzględnić częstotliwość kapitalizacji odsetek. Stopę procentową o kapitalizacji następującej k razy w ciągu roku oznaczam jako $R_{t,k}$:

$$FV = PV * \left[1 + \frac{R_{t,k}}{k} \right]^{k*t} \quad (3.9)$$

$$PV = FV * \left[1 + \frac{R_{t,k}}{k} \right]^{-k*t} \quad (3.10)$$

W celu uwzględnienia częstszej niż roczna kapitalizacji odsetek, należy posłużyć się tzw. efektywną stopą procentową. Jest ona miarą stopy o kapitalizacji rocznej, równoważnej odpowiedniej stopie o częstszej kapitalizacji.

$$\begin{aligned} [1 + R_t^{ef}]^t &= \left[1 + \frac{R_{t,k}}{k} \right]^{k*t} \\ 1 + R_t^{ef} &= \left[1 + \frac{R_{t,k}}{k} \right]^k \\ R_t^{ef} &= \left[1 + \frac{R_{t,k}}{k} \right]^k - 1 \end{aligned} \quad (3.11)$$

⁹⁵ UTKIN J. [1998], s. 44.

⁹⁶ CAMPBELL J.Y., LO A.W., MacKINALY C.A. [1997], s. 396.

Aby inwestycja o kapitalizacji rocznej przyniosła stopę dochodowości równą inwestycji o częstszej kapitalizacji, powinna ona oferować stopę zwrotu R^{ef} .

Zakładając hipotetycznie skrajny przypadek, w którym kapitalizacja odsetek następowałaby nieskończenie wiele razy w ciągu roku (tzw. kapitalizacja ciągła), można zauważyć że⁹⁷:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \left[1 + \frac{R_{t,k}}{k} \right]^{k \cdot t} = e^{r_t \cdot t} \quad (3.12)$$

Dla odróżnienia stóp zwrotu wyrażonych w kapitalizacji rocznej, od stóp logarytmicznych, dla oznaczenia tych pierwszych stosowałem w dotychczasowej części pracy duże litery. Stopy logarytmiczne, ujęte w konwencji kapitalizacji ciągłej, oznaczam konsekwentnie małymi literami.

Wyznaczenie wartości przyszłej płatności przy zastosowaniu stopy procentowej kapitalizowanej w sposób ciągły (r_t) polega na pomnożeniu wartości bieżącej przez liczbę e podniesioną do potęgi równej iloczynowi rocznej stopy procentowej i liczby lat⁹⁸.

$$FV = PV * e^{r_t \cdot t} \quad (3.13)$$

Operacja dyskontowania stopą wyrażoną w kapitalizacji ciągłej polega natomiast na pomnożeniu wartości przyszłej przez liczbę e podniesioną do ujemnego iloczynu stopy procentowej i liczby lat.

$$PV = \frac{FV}{e^{r_t \cdot t}} = FV * e^{-r_t \cdot t} \quad (3.14)$$

3.4.2. Logarytmiczne stopy natychmiastowe

Zakładając równoważność stopy ujętej w konwencji kapitalizacji rocznej i stopy kapitalizowanej w sposób ciągły, można dokonywać przeliczeń ich wartości⁹⁹:

$$R_t = e^{r_t} - 1 \quad (3.15)$$

oraz:

$$r_t = \ln(1 + R_t) \quad (3.16)$$

Ze względu na powyższą relację, stopa procentowa o kapitalizacji ciągłej określana jest również mianem logarytmicznej stopy procentowej.

Wycena czysto dyskontowej obligacji przy zastosowaniu stopy kapitalizowanej w sposób ciągły przyjmuje następującą postać:

$$P = F * e^{-r_t \cdot t} \quad (3.17)$$

Logarytmicznym czynnikiem dyskontowym jest liczba e , podniesiona do potęgi będącej ujemnym iloczynem stopy natychmiastowej i czasu. Czynnikiem ten jest w pełni równoważny czynnikowi dyskontowemu wyrażonemu w konwencji kapitalizacji rocznej.

$$d_t = e^{-r_t \cdot t} \quad (3.18)$$

⁹⁷ SMAGA E. [1999], s. 42.

⁹⁸ Liczba e (tzw. liczba Eulera) stanowi podstawę logarytmu naturalnego. Jej wartość z dokładnością do sześciu miejsc po przecinku wynosi 2,718281.

⁹⁹ HULL J. [1999], s. 55.

Zależność między logarytmiczną stopą procentową a logarytmicznym czynnikiem dyskontowym jest zatem następująca:

$$\begin{aligned} \ln d_t &= \ln e^{-r_t * t} \\ \ln d_t &= (-r_t * t) \ln e \\ \ln d_t &= (-r_t * t) \\ r_t &= -\frac{1}{t} \ln d_t \end{aligned} \quad (3.19)$$

Logarytmiczne ceny obligacji definiuje się natomiast jako logarytm naturalny z odpowiedniej wartości nominalnej:

$$p = \ln(P) \quad (3.20)$$

Poprzez obustronną logarytmizację równania wyceny obligacji, stosowanego przy kapitalizacji rocznej (1.7), otrzymujemy logarytmiczną wycenę obligacji:

$$\begin{aligned} \ln P &= \ln \frac{F}{(1 + R_t)^t} \\ \ln P &= \ln F - \ln(1 + R_t)^t \\ \ln P &= \ln F - t \ln(1 + R_t) \\ \ln P &= \ln F - tr_t \\ p &= \ln F - tr_t \end{aligned} \quad (3.21)$$

Odwracając zagadnienie wyceny obligacji, w oparciu o równanie (1.10) otrzymujemy wzór na logarytmiczną natychmiastową stopę procentową:

$$\begin{aligned} 1 + R_t &= \left[\frac{F}{P} \right]^{\frac{1}{t}} \\ \ln(1 + R_t) &= \ln \left[\frac{F}{P} \right]^{\frac{1}{t}} \\ r_t &= \frac{1}{t} (\ln F - \ln P) \end{aligned} \quad (3.22)$$

Posługiwanie się logarytmicznymi stopami zwrotu pozwala zatem na przekształcenie wykładniczych równań wyceny obligacji do postaci liniowej. Ponadto, ujęcie logarytmiczne umożliwia linearyzację relacji pomiędzy stopami zwrotu, co znacząco upraszcza analityczną postać równań regresji, jakie w niniejszej pracy będą wykorzystane w testach statystycznych hipotezy oczekiwań. Warto podkreślić, iż logarytmizacja jest podstawową techniką eliminacji nieliniowości równań stosowaną w ekonometrii.

3.4.3. Logarytmiczne stopy zwrotu w czasie trwania inwestycji

W sytuacji, gdy inwestor dokonuje sprzedaży obligacji przed terminem jej zapadalności, brak jest pewności, iż uzyskana przez niego stopa zwrotu równa będzie początkowej wartości stopy natychmiastowej. Stopa zwrotu w czasie trwania inwestycji (holding period return, ret) uzależniona jest bowiem od wartości ceny, po jakiej następuje przedterminowa sprzedaż obligacji. Zakładając, iż inwestor rozważa jednoroczną inwestycję w t -letnią obligację, wartość zrealizowanej logarytmicznej jednorocznej stopy zwrotu dla wyniesie¹⁰⁰:

$$ret_t(m, m+1) = p_{t-1}(m+1) - p_t(m) \quad (3.23)$$

¹⁰⁰ Wzór poniższy otrzymujemy poprzez logarytmizację równania (1.11).

Zauważając w oparciu o wzór (3.21), że:

$$\begin{aligned} p_t(m) &= \ln F - tr_t(m) \\ p_{t-1}(m+1) &= \ln F - (t-1)r_{t-1}(m+1) \end{aligned}$$

otrzymujemy przez podstawienie do (3.23):

$$\begin{aligned} ret_t(m, m+1) &= -(t-1)r_{t-1}(m+1) + tr_t(m) \\ ret_t(m, m+1) &= tr_t(m) - (t-1)r_{t-1}(m+1) \end{aligned} \quad (3.24)$$

oraz:

$$\begin{aligned} ret_t(m, m+1) &= r_t(m) + (t-1)r_t(m) - (t-1)r_{t-1}(m+1) \\ ret_t(m, m+1) &= r_t(m) - (t-1)[r_{t-1}(m+1) - r_t(m)] \end{aligned} \quad (3.25)$$

Z powyższego równania wynika, że jednoroczna stopa hpr jest pozytywnie skorelowana z początkowym poziomem t -letniej stopy natychmiastowej oraz negatywnie z $(t-1)$ -krotnością zmiany tejże stopy, jaka zachodzi w czasie trwania inwestycji (jednego roku). Wobec powyższego, jeżeli w okresie trwania inwestycji dojdzie do wzrostu natychmiastowej stopy procentowej danego instrumentu, zrealizowana stopa zwrotu będzie niższa od początkowego poziomu stopy natychmiastowej. Podobnie, spadek natychmiastowej stopy procentowej oznacza, że inwestor osiągnie wyższy dochód, niż wskazywałby na to początkowy poziom stopy zerokuponowej.

Warto zauważyć, iż poziom początkowej wyceny obligacji równy jest poziomowi wyceny kształtującej się po upływie roku, pomniejszonej o zrealizowaną jednoroczną stopę hpr . Z przekształcenia wzoru (3.23) otrzymujemy:

$$p_t(m) = p_{t-1}(m+1) - ret_t(m, m+1) \quad (3.26)$$

Zależność powyższa może być rozwijana, w celu przedstawienia relacji ceny t -letniej obligacji po upływie n -jednorocznych podokresów inwestycyjnych oraz wartości zrealizowanych jednorocznych stóp zwrotu:

$$p_t(m) = p_{t-t}(m+t) - \sum_{i=0}^{t-1} ret_t(m+i, m+i+1) \quad (3.27)$$

W przypadku, gdy założymy przetrzymywanie obligacji aż do momentu wykupu, jej przyszła cena równa będzie wartości nominalnej, co oznacza, że:

$$p_t(m) = \ln F - \sum_{i=0}^{t-1} ret_t(m+i, m+i+1) \quad (3.28)$$

Z powyższego równania oraz ze wzoru na wycenę obligacji (3.21) wynika:

$$\begin{aligned} \ln F - tr_t(m) &= \ln F - \sum_{i=0}^{t-1} ret_t(m+i, m+i+1) \\ r_t(m) &= \frac{1}{t} \sum_{i=0}^{t-1} ret_t(m+i, m+i+1) \end{aligned} \quad (3.29)$$

co oznacza, że wieloletnia stopa natychmiastowa równa jest średniej wartości jednorocznych stóp zwrotu uzyskanych w okresie trwania inwestycji.

3.4.4. Logarytmiczne ujęcie spreadu krzywej dochodowości i dochodu nadwyżkowego

Charakteryzując kształt krzywej dochodowości, częstokroć wykorzystuje się pojęcie spreadu stóp procentowych. W ujęciu logarytmicznym spread ten jest różnicą wartości t -letniej i jednorocznej stopy natychmiastowej:

$$s_t(m) = r_t(m) - r_1(m) \quad (3.30)$$

Dysponując obligacjami o zróżnicowanych terminach wykupu, inwestor o jednorocznym horyzoncie inwestycyjnym posiada możliwość wyboru pomiędzy inwestycją w instrument jednoroczny oraz inwestycją w wybrany instrument długoterminowy. Różnica pomiędzy zrealizowaną jednoroczną stopą *holding period return*, a stopą zerokuponową instrumentu jednorocznego (której realizacji można być pewnym z definicji) nosi nazwę dochodu nadwyżkowego (*excess return*):

$$er_t(m) = ret_t(m, m+1) - r_1(m) \quad (3.31)$$

Wartość jednorocznej stopy zwrotu może być wyrażona jako relacja początkowej wartości wieloletniej stopy natychmiastowej i jej jednorocznej zmiany. Podstawiając (3.25) do powyższego równania, otrzymujemy:

$$\begin{aligned} er_t &= [r_t(m) - r_1(m)] - (t-1)[r_{t-1}(m+1) - r_t(m)] \\ er_t &= s_t(m) - (t-1)[r_{t-1}(m+1) - r_t(m)] \end{aligned} \quad (3.32)$$

co oznacza, że jednoroczny dochód nadwyżkowy równy jest wartości spreadu kształtującego się w chwili początkowej, pomniejszonej o $(t-1)$ -krotność zmiany stopy natychmiastowej obligacji wieloletniej, zachodzącej w okresie jednego roku.

3.4.5. Logarytmiczne terminowe stopy procentowe

W rozdziale pierwszym niniejszej pracy wprowadzone zostało pojęcie stopy terminowej, jako stopy dochodowości wyrównującej dochód w strategiach inwestycyjnych o tym samym horyzoncie czasowym, lecz różniących się doбором instrumentów. Jednoroczna stopa terminowa wyrównuje zatem dochód w strategiach, z których pierwsza polega na zakupie instrumentu zerokuponowego o zapadalności równym $t+1$ – lat, druga zaś zakłada inwestycję w instrument o czasie zapadalności równym t lat, a następnie zakup jednorocznego instrumentu zerokuponowego i przetrzymanie go aż do momentu wykupu. Dla występujących w danej chwili m wartości stóp natychmiastowych wyrażonych w konwencji kapitalizacji ciągłej, terminowa stopa procentowa spełnia następującą relację¹⁰¹:

$$\begin{aligned} (t+1)r_{t+1}(m) &= tr_t(m) + f_1(m+t) \\ f_1(m+t) &= (t+1)r_{t+1}(m) - tr_t(m) \end{aligned} \quad (3.33)$$

Relacja ta jest analogiczna do związków pomiędzy średnim i krańcowym dochodem z inwestycji. Stopę dochodowości o terminie zapadalności równym t -lat potraktować można jako dochód średni, zaś stopę terminową jako dochód wynikający z przedłużenia inwestycji o kolejny rok.

Warto zauważyć, że:

$$\begin{aligned} f_1(m+t) &= r_t(m) + (t+1)r_{t+1}(m) - (t+1)r_t(m) \\ f_1(m+t) &= r_t(m) + [t+1](r_{t+1}(m) - r_t(m)) \end{aligned} \quad (3.34)$$

Z powyższej relacji wynika, iż jednoroczna stopa terminowa jest wyższa zarówno od t -letniej jak i $(t+1)$ -letniej stopy natychmiastowej wówczas, gdy krzywa dochodowości jest rosnąca, czyli stopa o dłuższym terminie zapadalności jest wyższa od stopy o terminie zapadalności równym t -lat.

Logarytmiczna stopa terminowa o dowolnym czasie trwania może być wyrażona jako średnia odpowiednich jednorocznych stóp terminowych:

¹⁰¹ Wzory poniższe można uzyskać poprzez logarytmizację równań (1.14 i 1.15).

$$f_{t-t'}(m+t') = \frac{1}{t-t'} \sum_{i=t'}^{t-1} f_1(m+i, m+i+1) \quad (3.35)$$

Podobnie, dowolna logarytmiczna stopa natychmiastowa stanowi średnią odpowiednich stóp terminowych¹⁰²:

$$r_t(m) = \frac{1}{t} \sum_{i=0}^{t-1} f_1(m+i) \quad (3.36)$$

Podsumowując, w ujęciu logarytmicznym hipoteza oczekiwań zakłada spełnienie następujących relacji¹⁰³:

a) równość implikowanej stopy terminowej i oczekiwanej stopy natychmiastowej:

$$f_{t-t'}(m+t') = E_m[r_{t-t'}(m+t')] + l_{t,t'} \quad (3.37)$$

b) równość długoterminowej stopy zwrotu i średniej wartości oczekiwanych krótkoterminowych stóp zwrotu:

$$r_t(m) = \frac{1}{t} \sum_{i=0}^{t-1} E_m[r_1(m+i)] + l_{t,1} \quad (3.38)$$

c) równość oczekiwanych stóp zwrotu z instrumentów o zróżnicowanych terminach zapadalności, czyli zerowa wartość dochodów nadwyżkowych:

$$E_m[ret_t(m, m+1)] = r_1(m) + l_{1,t} \quad (3.39)$$

Pomijając w powyższych równaniach odpowiednie poziomy premii czasowych (l), można również wyrazić interpretacje matematyczne „czystej” teorii oczekiwań.

3.4.6. Chwilowe stopy terminowe

Zgodnie z wprowadzoną wcześniej definicją, terminowe stopy procentowe wyrównują dochód w inwestycjach w instrumenty zerokuponowe o zróżnicowanych terminach zapadalności. Chwilowa stopa terminowa (*instantaneous forward rate*) jest stopą, w której czas trwania inwestycji dąży do zera, tzn. jest nieskończenie mały. Stopę chwilową można zatem traktować jako krańcową zmianę stopy zwrotu, wynikającej z krańcowego przedłużenia czasu trwania inwestycji:

$$f(t) = (t + \Delta t)r_{t+\Delta t} - tr_t \quad (3.40)$$

gdzie:

$$\Delta t \rightarrow 0$$

W ujęciu różniczkowym (dla nieskończenie małych przyrostów czasu trwania inwestycji), relacja ta przyjmuje postać:

$$f(t) = r_t + t \frac{\delta r}{\delta t} \quad (3.41)$$

W praktyce chwilowe stopy terminowe utożsamia się ze stopami jednodniowymi, czyli oprocentowaniem jednodniowych depozytów typu *overnight*.

Jak uprzednio wykazano, stopa natychmiastowa o dowolnym terminie zapadalności, przy założeniu kapitalizacji ciągłej, jest średnią stóp terminowych występujących pomiędzy momen-

¹⁰² Równania (3.35) i (3.36) stanowią logarytmiczny odpowiednik relacji (3.6) oraz (3.8).

¹⁰³ CAMPBELL, LO, MacKINLAY [1997], s. 417.

tem rozpoczęcia inwestycji a momentem zapadalności. Ponieważ w przypadku stóp chwilowych, czas trwania poszczególnych stóp terminowych dąży do zera, nie jest możliwe zastosowanie zwykłej średniej matematycznej. Konieczne jest posłużenie się w tym miejscu rachunkiem różniczkowym i całkowym. Stopa natychmiastowa o czasie zapadalności t jest zatem całką oznaczoną od zera do t , po funkcji chwilowych stóp terminowych $[f(m)dT]$:

$$r_t = \frac{1}{t} \int_0^t f(m) dT \quad (3.42)$$

Natomiast adekwatny czynnik dyskontowy równy jest liczbie e , podniesionej do potęgi, będącej całką oznaczoną chwilowych stóp terminowych:

$$d_t = \exp(-tr_t) = \exp\left(-t * -\frac{1}{t} \int_0^t f(m) dT\right) = \exp\left(-\int_0^t f(m) dT\right) \quad (3.43)$$

Dowolna stopa terminowa również może być wyrażona w postaci średniej chwilowych stóp terminowych¹⁰⁴:

$$f_{t-t'}(m+t') = \frac{1}{t-t'} \int_{t'}^t f(m) dT \quad (3.43)$$

Chwilowe stopy terminowe znajdują zastosowanie w popularnych modelach struktury terminowej. W niniejszej pracy wykorzystane będą one w prezentacji tzw. oszczędnych modeli Nelsona-Siegela i Svenssona (rozdział czwarty).

3.5. Podsumowanie

W rozdziale przedstawiłem sposób kalkulacji stóp zwrotu w terminie do wykupu dla obligacji odsetkowych. Ryzyko reinwestowania powoduje, że porównywanie tych stóp może prowadzić do błędnych wniosków. Analizę struktury terminowej należy zatem rozumieć jako porównania natychmiastowych stóp procentowych. Sposób modelowania ciągłej zerokuponowej krzywej dochodowości przedstawię w czwartym rozdziale pracy.

W dalszej części rozdziału przedstawiono związki matematyczne pomiędzy różnorodnymi miarami dochodowości inwestycji w instrumenty dłużne. W celu uproszczenia postaci analitycznej tych relacji wykorzystano logarymiczne stopy procentowe. Ułatwi to konstrukcję modeli ekonometrycznych, pozwalających na weryfikację postulowanych przez teorię oczekiwań związków pomiędzy stopami procentowymi o zróżnicowanych terminach zapadalności. Zagadnienie to podejmę w rozdziale piątym.

¹⁰⁴ Stopa ta określana jest mianem *mean forward rate* (DEACON M., DERRY A. [1994], s. 15).

4

Estymacja krzywej dochodowości

W niniejszym rozdziale przechodzę do pierwszego z podstawowych celów pracy: dokonania estymacji zerokuponowej krzywej dochodowości na polskim rynku obligacji skarbowych. W rozdziale drugim przedstawiłem strukturę dostępnych na rynku instrumentów. Podstawowym problemem jest powszechność obligacji odsetkowych, zwłaszcza na odcinku dla długich terminów zapadalności. Przedstawiona w rozdziale trzecim metoda *bootstrapping*, jakkolwiek z pewnością użyteczna, nie pozwala wykorzystać wszystkich dostępnych instrumentów. Konieczna staje się zatem estymacja krzywej dochodowości w oparciu o modele natychmiastowych stóp procentowych. W pierwszej części rozdziału zajmuję się stosunkowo prostymi modelami regresyjnymi. Następnie przedstawiam zarys rozszczepianego modelu McCullocha wraz z jego istotnymi modyfikacjami. Druga część rozdziału przedstawia najpopularniejszy obecnie wśród banków centralnych „oszczędny” model Nelsona-Siegela i jego rozwinięcie dokonane przez Svenssona. W oparciu o pierwszy z powyższych modeli dokonuję estymacji zerokuponowej krzywej dochodowości w tygodniowych odstępach czasu. Wykorzystuję tu pochodzące z serwisów ekonomicznych Reuters i Bloomberg dane o notowaniach rynku wtórnego obligacji.

4.1. Podstawowe zasady estymacji krzywej dochodowości

Zgodnie z równaniem wyceny obligacji (3.2), jej wartość jest sumą poszczególnych płatności, zdyskontowanych adekwatnymi stopami natychmiastowymi. Rynkowe wyceny obligacji zawierają zatem informacje dotyczące czynników dyskontowych, jakich inwestorzy używają w kalkulacji wartości instrumentów. Tym samym, ceny instrumentów odzwierciedlają nie tylko terminową strukturę stóp zwrotu w terminie do wykupu, lecz także strukturę stóp zerokuponowych. Pojawia się zatem możliwość estymacji w oparciu o dane rynkowe ciągłej krzywej stóp natychmiastowych.

W literaturze sygnalizowane są dodatkowe komplikacje, napotykane w modelowaniu krzywej dochodowości¹⁰⁵:

- a) konieczność wyłączenia ze zbioru dostępnych obligacji wszelkich instrumentów zawierających opcję wcześniejszego wykupu lub zamiany na inne instrumenty (tzw. *callable bonds* i *convertible bonds*). Ceny takich obligacji w sposób oczywisty powinny zawierać pewien ujemny poziom premii za dodatkowe uprawnienia, przysługujące ich posiadaczom.
- b) zróżnicowane zasady opodatkowania, zarówno w odniesieniu do poszczególnych instrumentów, jak również grup inwestorów. Kwestie te również mogą wpływać na zaburzenia struktury cen obligacji.

W warunkach polskich powyższe problemy nie stanowią istotnego ograniczenia. Na rynku nie występują bowiem obligacje skarbowe z wbudowanymi opcjami, zaś warunki opodatkowania dla dominującej grupy inwestorów są jednorodne. Istotną kwestią jest natomiast obecność premii płynności w cenach obligacji. Wiąże się ona ze zróżnicowanym poziomem płynności rynku wtórnego poszczególnych instrumentów. W przypadku polskiego rynku obligacji, na obecność takich premii wskazują opinie inwestorów, preferujących utrzymywanie w portfelach tzw. obligacji *benchmarkowych*, o czasie zapadalności najbliższym instrumentom znajdującym się aktualnie w ofercie na rynku pierwotnym (głównie jednorocznych, dwuletnich i pięcioletnich). Obecność premii może zatem wpływać na zaburzenie struktury terminowej na rynku polskim.

¹⁰⁵ JEFFREY A., LINTON O., NGUYEN T. [2000], s. 2.

Punktem wyjścia w estymacji krzywej dochodowości jest sformułowanie założeń dotyczących funkcjonalnej postaci zależności pomiędzy stopami procentowymi (natychmiastowymi lub terminowymi) bądź czynnikami dyskontowymi z jednej strony, a czasem pozostałym do zapadalności z drugiej strony¹⁰⁶. W stosunku do metody *bootstrapping* podejście takie posiada zasadniczą przewagę: nie jest konieczne dysponowanie regularną ze względu na czas zapadalności strukturą instrumentów, lecz możliwe staje się wykorzystanie praktycznie wszystkich dostępnych w danym momencie na rynku obligacji. W warunkach polskich, szczególnie istotna jest możliwość wykorzystania w estymacji danych dotyczących dochodowości obligacji długoterminowych (serii DS), niezależnie od „luki” czasowej, jaka dzieli je od regularnej struktury obligacji serii OS i PS.

Drugim z istotnych założeń, jakie należy poczynić przed przystąpieniem do estymacji krzywej dochodowości, jest dobór metody ekonometrycznej, która będzie zastosowana przy dopasowywaniu założonej postaci funkcyjnej do obserwacji rynkowych¹⁰⁷. Szczególne znaczenie ma tu dobór funkcji mierzącej globalne niedopasowanie estymowanej krzywej do danych empirycznych. Oceny jakości dopasowania dokonuje się bowiem w ujęciu *ex post*, porównując otrzymany model z empirycznym rozkładem cen bądź stóp dochodowości obligacji.

Natychmiastową stopę procentową wyznaczoną w oparciu o teoretyczną strukturę stóp procentowych oznaczam ogólnie jako:

Modelowa wycena i-tej obligacji dostępnej na rynku przyjmuje postać:

$$\hat{P}_i = \frac{I}{(1+r_{t_1})^{t_1}} + \frac{I}{(1+r_{t_2})^{t_2}} + \dots + \frac{F+I}{(1+r_n)^{t_n}} = \sum_{k=1}^n \frac{I}{(1+r_k)^{t_k}} + \frac{F}{(1+r_n)^{t_n}} \quad (4.1)$$

Miarą błędu wyceny obligacji jest różnica pomiędzy jej rzeczywistą ceną rynkową, a ceną wyznaczoną zgodnie z teoretycznym modelem krzywej dochodowości:

$$\varepsilon_i = P_i - \hat{P}_i \quad (4.2)$$

gdzie P_i jest „brudną” ceną obligacji.

Podstawową miarą globalnego niedopasowania modelu do danych rynkowych jest pierwiastek ze średniej wartości kwadratów poszczególnych błędów (*Root Mean Squared Error, RMSE*)¹⁰⁸, zdefiniowany następująco:

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^l (P_i - \hat{P}_i)^2}{l}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^l \varepsilon_i^2}{l}} \quad (4.3)$$

gdzie l jest liczbą wykorzystywanych instrumentów.

W estymacji struktury terminowej dąży się do minimalizacji globalnego niedopasowania modelu do danych, konstruując tzw. funkcję celu o następującej postaci¹⁰⁹:

$$RMSE \rightarrow \min \quad (4.4)$$

Zgodnie z powyższym kryterium, krzywa powinna przebiegać maksymalnie blisko rzeczywistych obserwacji rynkowych. Błędem byłoby jednak utożsamianie zadania optymalizacji modelu wyłącznie z jakością dopasowania. Szczególnie istotnymi kryteriami jego racjonalności są¹¹⁰:

¹⁰⁶ JAASKELA J., VILMUNEN J. [1999].

¹⁰⁷ BLISS R. R. [1996], s. 4.

¹⁰⁸ WELFE A. [1998], s. 206.

¹⁰⁹ W niektórych modelach stosowane jest również uproszczone, lecz równoważne podejście, w którym jako miarę niedopasowania wykorzystuje się zwykłą sumę kwadratów odchyień (*Sum Squared Errors, SSE*).

¹¹⁰ ANDERSON N., SLEATH J. [2001], s. 9.

a) gładkość (*smoothness*)

Gładkość krzywej należy rozumieć jako względnie jednostajną monotoniczność i małą liczbę punktów ekstremalnych. Dokonując estymacji modelu, stajemy przed wyborem typu „trade-off” pomiędzy gładkością krzywej, a jakością jej dopasowania do danych empirycznych¹¹¹. Wybór ten ma tym większe konsekwencje, im bardziej nieregularny jest rozkład stóp dochodowości (tzn. przebieg krzywej jest znacznie bardziej skomplikowany, niż w przypadku jednego ze standardowych kształtów przedstawionych w rozdziale pierwszym). Generalnie, wysoki stopień dopasowania do danych pożądanym jest przy estymacji krzywej na potrzeby wyceny instrumentów przez uczestników rynku. Z kolei w przypadku banków centralnych, zainteresowanych pomiarem oczekiwań inwestorów, większe znaczenie ma gładkość krzywej, implikująca względnie jednorodne oczekiwania odnośnie przyszłego zachowania stóp procentowych.

b) giętkość (*flexibility*)

Model opisujący krzywą dochodowości powinien zapewniać na tyle dużą giętkość, aby estymowana funkcja odzwierciedlała zmiany zachodzące w strukturze cen instrumentów, zachodzące pod wpływem zmian oczekiwań uczestników rynku. Giętkość ma największe znaczenie na krótkim odcinku krzywej dochodowości, co wiąże się ze znacznie częstszymi zmianami oczekiwań krótkoterminowych pod wpływem bieżących informacji napływających na rynek.

c) stabilność (*stability*)

Stabilność parametrów krzywej dochodowości stoi w oczywistej opozycji do kryteriów gładkości i giętkości. Zmiana danych rynkowych powinna wpływać na zmianę parametrów, tym niemniej racjonalny model powinien zapewniać umiarkowany wpływ zmiany pojedynczej obserwacji na przebieg całej krzywej. Szczególnie ważne jest, aby niewielka zmiana ceny jednej z obligacji o danym czasie zapadalności nie wywierała nadmiernego wpływu na rozkład stóp procentowych o innych terminach zapadalności. Spotykamy w praktyce problemem jest niestabilność przebiegu krótkiego odcinka krzywej, w reakcji na zmiany cen długoterminowych obligacji. Modele dotknięte taką wadą nie mogą być traktowane jako wiarygodna aproksymacja struktury terminowej, nawet w przypadku spełnienia pozostałych kryteriów.

Wśród podstawowych kierunków badań nad metodami estymacji ciągłej krzywej dochodowości, wyróżnić należy:

- modele regresyjne (*regression methods*),
- modele rozszczepiane (*spline methods*),
- modele oszczędne (*parsimonious methods*).

4.2. Modele regresyjne

Rozwój prac nad zagadnieniem ekonometrycznych metod estymacji krzywej stóp natychmiastowych przypadł na lata siedemdziesiąte i osiemdziesiąte. Początkowo, modelując strukturę terminową starano się osiągnąć optymalny poziom dopasowania funkcji dyskontowej do obserwowanych w danym momencie cen obligacji. Funkcję dyskontową traktowano w tym przypadku jako kombinację liniową pewnego zespołu liniowo niezależnych funkcji bazowych. Aby zachować zgodność z ekonomiczną interpretacją struktury czynników dyskontowych, stawiano stosowne wymagania odnośnie własności estymowanej funkcji. Powinna to być funkcja ciągła, malejąca i co najmniej jednokrotnie różniczkowalna. Aby zapewnić ciągłość funkcji chwilowych stóp terminowych, ostatni warunek rozszerzono na wymóg dwukrotnej różniczkowalności funkcji dyskontowej. Dodatkowym warunkiem było aby $d_t'(0)=1$ (dla zachowania poprawności interpretacyjnej bieżącej war-

¹¹¹ DEACON M., DERRY A. [1994], s. 18

tości płatności przypadającej natychmiast). Postać analityczna funkcji dyskontowej przedstawia się wówczas następująco¹¹²:

$$d_t = 1 + \sum_{i=1}^k \alpha_i f_i^b(t) \quad (4.5)$$

Początkowo podejmowano próby estymacji postaci analitycznej funkcji dyskontowej za pomocą pojedynczego wielomianu. W ujęciu tym, każda z funkcji bazowych jest po prostu funkcją potęgową o podstawie t oraz wykładniku i ¹¹³.

$$f_i^b(t) = t^i \quad (4.6)$$

Ostateczna postać funkcji dyskontowej jest natomiast wielomianem stopnia k .

$$d_t = 1 + \alpha_1 t^1 + \dots + \alpha_k t^k = 1 + \sum_{i=1}^k \alpha_i t^i \quad (4.7)$$

W sposób oczywisty spełnia ona warunek ciągłości, zaś przy zachowaniu minimalnego stopnia wielomianu (minimalnej liczby parametrów) również warunek jedno- lub dwukrotnej różniczkowalności. Warto podkreślić, że funkcje bazowe, ze względu na ich rosnące wykładniki, są linio-wo niezależne.

Zastosowanie funkcji (4.7) do estymacji krzywej dochodowości nie dawało jednak dobrych rezultatów¹¹⁴. Najważniejszym zadaniem było tu określenie stopnia wielomianu stosowanego do estymacji krzywej. Im większy stopień wielomianu, tym lepsze dopasowanie do danych empirycznych, bowiem zwiększona liczba potencjalnych ekstremów funkcji pozwala na zachowanie bardzo dużej elastyczności. Tym niemniej, przy zbyt wysokim stopniu wielomianu, istnieje możliwość wystąpienia punktów ekstremalnych w miejscach, gdzie struktura dostępnych obligacji jest nieciągła, co kłóci się z ekonomiczną racjonalnością modelu. Podobnie bardzo nisko oceniano przydatność zbyt elastycznej struktury stóp procentowych. Z kolei zbyt niski stopień wielomianu powodował, że krzywa bardzo dobrze dopasowuje się do danych w miejscach ich dużej koncentracji (krótki odcinek krzywej), natomiast pogarsza się jakość dopasowania na pozostałych odcinkach.

Rozwiązanie tego problemu przyniosły prace McCullocha [1971, 1975]. Wprowadził on estymację struktury terminowej za pomocą metod rozszczepianych (*spline methods*). Zamiast wykorzystywać pojedynczy wielomian do opisu całej krzywej, można podzielić ją na segmenty, dokonać estymacji funkcji opisującej przebieg krzywej w każdym z segmentów, a następnie połączyć otrzymane funkcje składowe w jeden – ciągły i różniczkowalny – wielomian.

4.3. Modele rozszczepiane

W modelach tych estymacji krzywej dochodowości dokonuje się za pomocą zespołu wielomianów połączonych w pewnych punktach węzłowych (*knot points*, *node points*). Ze względu na konieczność zapewnienia ciągłości i różniczkowalności krzywej, jak również ciągłości i różniczkowalności jej pierwszej pochodnej, przy estymacji nakłada się następujące ograniczenia:

- równość wartości wielomianów w punktach węzłowych,
- równość wartości pierwszej i drugiej pochodnej wielomianów w punktach węzłowych.

W związku z powyższymi ograniczeniami, estymacji krzywej należy dokonać w oparciu o wielomiany odpowiedniego stopnia. McCulloch początkowo stosował model łączonych wielomianów drugiego stopnia [1971], następnie zaś trzeciego stopnia [1975]. Wykorzystanie funkcji kwadratowej było

¹¹² STAMIROWSKI M. [1999], s. 5.

¹¹³ CHAMBERS D. R., CARLETON W. T., WALDMAN D. W. [1984].

¹¹⁴ McCULLOCH J. H. [1971].

w sposób oczywisty niesatysfakcjonujące, ze względu na nieciągłość drugiej pochodnej funkcji. Prowadziło to do zaburzeń monotoniczności funkcji stóp terminowych, określonych przez McCullocha mianem „*knuckle effect*”. Obecnie używa się wielomianów trzeciego stopnia, zaś grupę konstruowanych w ten sposób modeli określa się łączną nazwą „modeli rozszczepień sześciennych” (*cubic spline methods*)¹¹⁵.

Każdy z pojedynczych wielomianów charakteryzowany jest przez cztery współczynniki, których estymacji należy dokonać. Liczba parametrów estymowanej krzywej dochodowości zależy zatem w sposób bezpośredni od liczby punktów węzłowych.

Dysponując grupą k wewnętrznych punktów węzłowych:

$$\{t_1, t_2, \dots, t_k\},$$

gdzie:

$$t_0 < t_j < t_{\max}, \text{ zaś}$$

t_0 – jest punktem zerowym na osi czasu,

t_{\max} – jest czasem zapadalności „najdłuższego” z dostępnych instrumentów,

dokonyjemy podziału struktury terminowej na $k+1$ odcinków.

W każdym z powyższych odcinków do estymacji krzywej wykorzystujemy „oddzielny” wielomian trzeciego stopnia:

$$d_{(j)t} = \delta_j + \gamma_j * (t - t_j) + \beta_j * (t - t_j)^2 + \alpha_j * (t - t_j)^3 \quad (4.8)$$

$$\text{dla } t \in [t_j \dots t_{j+1}], \quad j \in [0 \dots k]$$

Dążąc do sklejenia wielomianów składowych, McCulloch [1975] wprowadził następujący ogólny wzór rozszczeplanej funkcji dyskontowej, opartej na wielomianach trzeciego stopnia:

$$d_t = \delta_0 + \gamma_0 * t + \beta_0 * t^2 + \alpha_0 * t^3 + \sum_{j=1}^k [(\delta_j + \gamma_j * (t - t_j) + \beta_j * (t - t_j)^2 + \alpha_j * (t - t_j)^3) * \phi_j(t)] \quad (4.9)$$

gdzie funkcja $\Phi_j(t)$, określana mianem „funkcji przejścia”, ma postać:

$$\phi_j(t) = 0 \quad \text{gdy } t < t_j$$

$$\phi_j(t) = 1 \quad \text{gdy } t \geq t_j$$

Funkcja ta odpowiada zatem za „dołączenie” kolejnego wielomianu trzeciego stopnia, jeżeli czas zapadalności t , dla którego dokonuje się kalkulacji czynnika dyskontowego przekracza j -ty punkt węzłowy t_j .

Wspomniane wcześniej ograniczenia prowadzą do istotnego uproszczenia postaci równania McCullocha¹¹⁶, Parametry „sąsiadujących” wielomianów są bowiem współzależne. Stąd też, dodanie kolejnego punktu węzłowego powoduje dodanie jednego niezależnego parametru estymowanej funkcji, jako że trzy pozostałe są związane ograniczeniami. Ogólnie, liczba parametrów estymowanej funkcji równa jest liczbie wewnętrznych punktów węzłowych powiększonej o trzy parametry. Ostatecznie, model łączonych wielomianów trzeciego stopnia McCullocha przyjmuje postać analityczną¹¹⁷:

¹¹⁵ Zastosowanie wielomianów trzeciego stopnia jako funkcji sklepanych w rozszczeplanym modelu krzywej dochodowości nie jest oczywiście jedyną możliwością. Vasicek i Fong [1982] zaproponowali model oparty na sklepanych funkcjach wykładniczych.

¹¹⁶ JEFFREY A., LINTON O., NGUYEN T. [2000], s. 13, UTKIN J. [1998], s. 48.

¹¹⁷ BEKDACHE B., BAUM Ch. F. [1997], s. 7.

$$d_t = 1 + \gamma_0 * t + \beta_0 * t^2 + \alpha_0 * t^3 + \sum_{j=1}^k [(\alpha_j * (t - t_j)^3) * \phi_j(t)] \quad (4.10)$$

Kolejnym – obok doboru stopnia wielomianu – problemem związanym z estymacją opartą na modelach rozszczepianych jest dobór liczby punktów węzłowych i zarazem liczby odcinków, na które dzieli się strukturę terminową. Jak łatwo zauważyć, zwiększanie liczby węzłów powoduje wzrost liczby wielomianów, a zarazem zmniejszenie pokrywanego przez pojedynczy wielomian odcinka krzywej dochodowości, co implikuje wzrost elastyczności krzywej i poprawia jakość dopasowania do danych empirycznych. Niejako naturalnie nasuwającym się rozwiązaniem jest ustawienie punktów węzłowych w momentach pojawiania się kolejnych płatności. W praktyce rozwiązanie to przynosi bardzo duże oscylacje estymowanej funkcji, zwłaszcza na długim odcinku krzywej, gdzie liczba płatności jest stosunkowo mała. Sytuacja ta powoduje, że oszacowana funkcja nie może być traktowana jako racjonalne przybliżenie struktury terminowej, ponieważ w długim końcu krzywa dochodowości winna wykazywać pewne własności asymptotyczne. Oscylacje dopuszczalne są natomiast na krótkim odcinku krzywej, niemniej również w tym przypadku celem estymacji jest uzyskanie dostatecznie gładkiej i „racjonalnej” krzywej, nawet za cenę gorszego dopasowania do danych empirycznych.

McCulloch – przyjmując arbitralnie założony stopień wielomianu – jako parametr sterujący wyborem pomiędzy jakością dopasowania a gładkością krzywej pozostawił liczbę punktów węzłowych. Proponowanym rozwiązaniem jest taki dobór punktów węzłowych, aby w każdym z odcinków krzywej znalazła się równa liczba obserwacji (danych o cenach obligacji). Pozwala to na zwiększenie giętkości krótkiego odcinka krzywej, gdzie występuje większa liczba instrumentów. Ponadto, McCulloch zasugerował podział krzywej z wykorzystaniem liczby punktów węzłowych równej pierwiastkowi z liczby dostępnych obligacji.

Zasadniczo estymacja krzywej dochodowości w oparciu o model łączonych wielomianów polega na minimalizacji globalnej sumy kwadratów odchyień pomiędzy obserwacjami rynkowymi a wartościami modelowymi. Minimalizacji podlegać może globalne odchylenie wartości stóp zwrotu w terminie do wykupu, bądź globalne odchylenie wycen instrumentów. Podstawowe modele łączonych wielomianów poprzestają zatem na minimalizacji globalnej sumy kwadratów poszczególnych odchyień cen modelowych i empirycznych.

$$\sum_{i=1}^l (P_i - \hat{P}_i)^2 = \sum_{i=1}^l \varepsilon_i^2 \rightarrow \min \quad (4.11)$$

Bardziej wyrafinowane metody estymacji zakładają zróżnicowanie siły wpływu odchyień występujących w poszczególnych odcinkach krzywej, poprzez nadanie poszczególnym odchyleniom odpowiednich wag. Model McCullocha zakładał minimalizację ważonej sumy kwadratów odchyień, niemniej wprowadzenie wag miało na celu eliminację zaburzeń wynikających ze zróżnicowanej płynności poszczególnych obligacji. Polegały one na utrzymywaniu się zróżnicowanych spreadów cen kupna i sprzedaży poszczególnych instrumentów oraz zróżnicowanej wartości kosztów transakcyjnych.

$$v_i = \frac{P_{ai} - P_{bi}}{2 + b} \quad (4.12)$$

gdzie:

- P_{ai} – jest kwotowaną na rynku ceną sprzedaży i -tej obligacji (*ask price*),
- P_{bi} – jest kwotowaną na rynku ceną sprzedaży i -tej obligacji (*bid price*),
- b – jest poziomem kosztów transakcyjnych (opłat brokerskich).

4.4. Wygładzane modele łączonych wielomianów

Jednym z najważniejszych rozwinięć metody McCullocha są wygładzane modele łączonych wielomianów (*smoothing spline methods*), gdzie w celu poddania kontroli wyboru pomiędzy jako-

ścią dopasowania (lub równoważnie – elastycznością krzywej) a gładkością estymowanej funkcji, dokonuje się modyfikacji postaci zadania optymalizacyjnego. Modyfikacja ta polega na wyrażeniu funkcji celu jako sumy globalnej miary niedopasowania modelu do danych oraz miary stopnia „krzywizny” estymowanej funkcji. Krzywizna ta mierzona jest kwadratem wartości drugiej pochodnej estymowanej funkcji w danym punkcie.

Warto zatem zauważyć, że w przypadku zwykłego modelu łączonych wielomianów, wyboru między jakością dopasowania a gładkością krzywej dokonuje się poprzez wybór liczby punktów węzłowych (lub równoważnie liczby wielomianów). W przypadku modelu wygładzanego, liczba punktów węzłowych ma istotnie mniejsze znaczenie. Wydaje się, iż w obydwu przypadkach doboru liczby punktów węzłowych należy dokonać kierując się zasadami zdrowego rozsądku, tak aby umożliwić estymowanej krzywej odpowiednią jakość dopasowania do danych.

Wartość krzywizny funkcji w dowolnym punkcie mierzona jest kwadratem drugiej pochodnej. Krzywizny nie mierzy się wyłącznie w punktach właściwych dla zapadalności obligacji, lecz wzdłuż całej estymowanej krzywej. Podobnie jak w przypadku sumy odchyłeń wycen, wartości krzywizny dla poszczególnych punktów na krzywej można sumować w ich wartości absolutnej. Alternatywnym podejściem jest nadanie kwadratowi drugiej pochodnej odpowiednich wag, pozwalających uzyskać zróżnicowaną siłę wpływu krzywizny poszczególnych odcinków estymowanej krzywej, bądź uzyskać zmienną siłę sankcji krzywizny, w zależności od momentu w którym dokonuje się estymacji. Wagami dla kwadratów wartości drugiej pochodnej są tu wartości parametru λ , określanego mianem parametru gładkości funkcji (*smoothness parameter*). Globalna wartość sankcji krzywizny (*roughness penalty*) jest zatem całką ważonych kwadratów drugiej pochodnej estymowanej funkcji, wzdłuż całej jej długości¹¹⁸. Funkcja celu w wygładzanym modelu łączonych wielomianów ma następującą postać:

$$\sum_{i=1}^I e_i^2 + \lambda_m \int_0^{T_{\max}} [f''(t)]^2 dT \rightarrow \min$$

Ze względu na dobór parametru λ , wyróżnia się dwie podstawowe wersje wygładzanego modelu łączonych wielomianów. Fisher, Nychka i Zervos [1994] przyjmują, że wartość parametru $\lambda_m(t)$ jest stała dla wszystkich wartości czasu zapadalności, niemniej zmienia się ona wraz ze zmianą momentu, w którym dokonujemy estymacji krzywej.

$$\lambda_m(t) = \lambda_m \tag{4.13}$$

Waggoner [1997] stosuje zróżnicowane wartości wag dla poszczególnych momentów zapadalności, niemniej wagi te są stałe w czasie.

$$\lambda_m(t) = \lambda(t) \tag{4.14}$$

Metoda Waggonera bywa określana jako model ze zmienną wartością parametru krzywizny (*variable roughness penalty, VRP*).

4.5. Modele oszczędne (model Nelsona-Siegela oraz model Svenssona)

Modele powyższe bazują na koncepcji przedstawionej w rozdziale trzecim tzw. chwilowej stopy terminowej. Przypomnę, iż jest to stopa terminowa, adekwatna dla inwestycji, której czas trwania zbliżony jest do zera, wyrównująca poziom stóp zerokuponowych, pomiędzy którymi występuje minimalny odstęp czasu. W praktyce stopę *instantaneous forward rate* można traktować jako implikowany poziom przyszłej stopy natychmiastowej lokaty jednodniowej typu *overnight*.

Model Nelsona-Siegela opisuje funkcyjną zależność pomiędzy czasem zapadalności, a poziomem implikowanej stopy terminowej. Stopa ta wyrażona jest w modelu w konwencji kapitalizacji

¹¹⁸ BEKDACHE B., BAUM Ch. F. [1997], s. 9.

ciągłej. Postać funkcyjna chwilowej krzywej stóp terminowych ma w modelu Nelsona-Siegela formę rozwiązania równania różniczkowego drugiego rzędu¹¹⁹:

$$f(t) = \beta_0 + \beta_1 \exp\left[-\frac{t}{\tau}\right] + \beta_2 * \frac{t}{\tau} \exp\left[-\frac{t}{\tau}\right] \quad (4.15)$$

Krzywa $f(t)$ jest zatem graficznym obrazem przyszłego poziomu oprocentowania depozytów jednodniowych o terminach zapadalności t . Stopa natychmiastowa jest konsekwentnie traktowana jako średnia z chwilowych stóp terminowych, zgodnie ze wzorem (3.42). Poprzez scałkowanie funkcji $f(t)$ i podzielenie jej przez t , można otrzymać funkcyjną zależność stopy natychmiastowej (wyrażonej w konwencji kapitalizacji ciągłej) od terminu zapadalności¹²⁰:

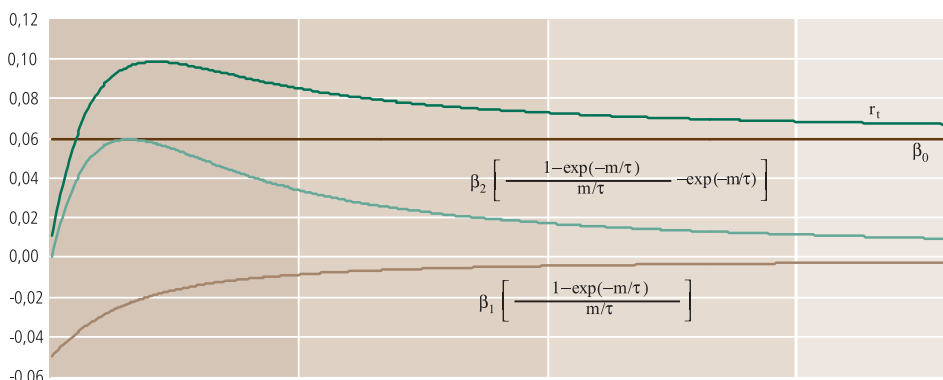
$$r_t = \beta_0 + (\beta_1 + \beta_2) * \frac{1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)}{t/\tau} - \beta_2 \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \quad (4.16)$$

Zaletą funkcji Nelsona-Siegela jest duża elastyczność, pozwalająca na uzyskanie dobrego dopasowania krzywej do danych empirycznych. Przekształcając równanie (4.22) do postaci równoważnej można dokonać dekompozycji funkcyjnej zależności r_t na wykładnicze składowe:

$$\begin{aligned} \beta_0 & \quad \text{– komponent krótkoterminowy,} \\ \beta_1 * \left[\frac{1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)}{t/\tau} \right] & \quad \text{– komponent średnioterminowy,} \\ \beta_2 \left[\frac{1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)}{t/\tau} - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \right] & \quad \text{– komponent długoterminowy.} \end{aligned}$$

Poniższy wykres przedstawia dekompozycję zerokuponowej krzywej Nelsona-Siegela (dla przykładowo dobranego zestawu parametrów: $\beta_0=0,06$; $\beta_1=-0,05$; $\beta_2=0,20$; $\tau=0,5$), na jej składowe elementy, będące wykładniczymi funkcjami wartości czasu do zapadalności (t) o parametrach β_1 i β_2 . Parametr β_0 może być natomiast traktowany jako komponent będący liniową funkcją stałą.

Wykres 4.1
Dekompozycja funkcji stopy natychmiastowej Nelsona-Siegela



Źródło: opracowanie własne.

¹¹⁹ NELSON Ch. F., SIEGEL A.F. [1987].

¹²⁰ JAASKELA J., VILMUNEN J. [1999], s. 35.

Dekompozycja funkcji stopy zerokuponowej, wskazuje, że parametr β_0 odpowiada za kształt krzywej na odcinku dla długich terminów zapadalności, jako wartość stopy procentowej, do której funkcja r_t jest zbieżna w nieskończoności. Funkcje wykładnicze o parametrach β_1 i β_2 są natomiast zbieżne w nieskończoności do zera, niemniej funkcja składowa o parametrze β_1 dąży do zera szybciej, a zatem determinuje kształt krzywej dla najkrótszych terminów zapadalności. Funkcja składowa o parametrze β_2 dąży do zera zarówno dla nieskończenie krótkich, jak i nieskończenie długich terminów zapadalności i odpowiada za kształt środkowego odcinka krzywej stóp natychmiastowych. Funkcja ta odpowiada zatem za „garb” krzywej w przypadku kształtu łukowatego.

Z właściwości funkcji Nelsona-Siegela wynikają bardzo ważne wnioski dotyczące interpretacji parametrów¹²¹.

Parametr β_0 odpowiada długoterminowej (o nieskończenie długiej zapadalności) stopie natychmiastowej:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} r_t = \beta_0 \quad (4.17)$$

(inaczej β_0 interpretowana jest jako stopa, do której w długim okresie dążą asymptotycznie stopy procentowe).

Suma $\beta_0 + \beta_1$ jest z kolei interpretowana jako nieskończenie krótka stopa natychmiastowa, czyli w praktyce, jako bieżąca stopa oprocentowania lokaty *overnight*:

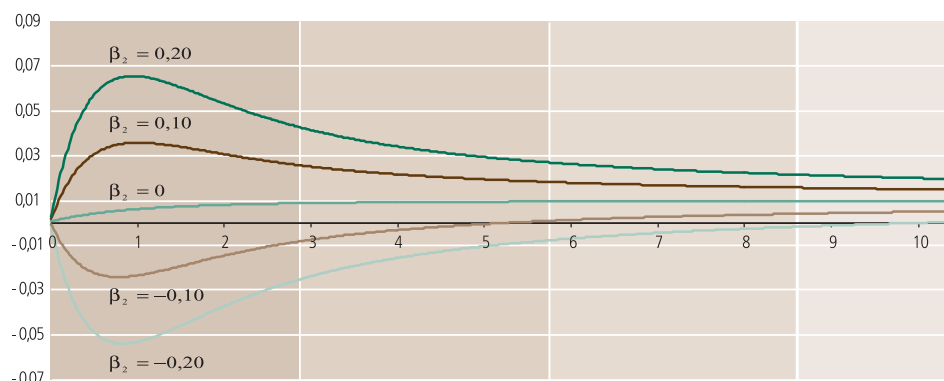
$$\lim_{t \rightarrow 0} r_t = \beta_0 + \beta_1 \quad (4.18)$$

Z powyższego wynika również, iż parametr β_1 , wzięty ze znakiem ujemnym, odpowiada spreadowi krzywej dochodowości, czyli różnicy między długo- i krótkoterminową stopą procentową.

Relacja β_1 / β_2 determinuje punkt ekstremalny krzywej r_t . Funkcja może mieć najwyżej jedno ekstremum i posiada je, gdy wartość bezwzględna parametru β_1 jest mniejsza od wartości bezwzględnej β_2 . Znak parametru β_2 określa natomiast charakter tego ekstremum: ujemne β_2 oznacza, iż funkcja r_t osiąga minimum, zaś dodatni znak β_2 odpowiada za osiąganie przez r_t maksimum. Parametr τ determinuje wartość czasu zapadalności, w którym osiągane jest ekstremum funkcji r_t .

Na poniższym wykresie przedstawiono kilka przykładowych kształtów krzywej stóp natychmiastowych, zgodnie z sugestią Nelsona i Siegela [1987] przyjmując stałe wartości parametrów $\beta_0 = 0,01$; $\beta_1 = -0,01$; $\tau = 1$, modyfikując natomiast wartość parametru β_2 . Warto zauważyć, że otrzymana w ten

Wykres 4.2:
Przykładowe kształty krzywej Nelsona-Siegela



Źródło: opracowanie własne.

¹²¹ MEIER I. [1999], s. 11.

sposób rodzina krzywych wykładniczych $r_t(\beta_2)$ może opisywać większość ze spotykanych kształtów krzywej dochodowości. W szczególności dla $\beta_2=0$ otrzymuje się kształt normalny, dla dodatnich – kształt łukowaty, zaś dla ujemnych – odwrócony kształt łukowaty. Warto zauważyć, że przy dodatniej wartości β_1 i $\beta_2=0$ otrzymuje się odwrócony kształt krzywej. Przykład zaproponowany przez Nelsona i Siegela, jakkolwiek dobrze oddaje wpływ wartości parametrów na kształt krzywej (jej własności matematyczne), jest o tyle nietrafny, iż niezbyt dobrze pasuje do rzeczywistości rynkowej.

Podsumowując, o kształcie krzywej dochodowości w modelu Nelsona-Siegela przesądzają parametry β_1 i β_2 , a ściślej: znaki tych parametrów oraz zachodząca między nimi relacja.

Tabela 4.1
Wpływ doboru parametrów na kształt krzywej Nelsona-Siegela

β_0	β_1	β_2	τ	Relacja β_1 i β_2	Postać krzywej
+	-	+	+	$ \beta_1 \geq \beta_2 $	rosnąca, wypukła
+	-	-	+	$ \beta_1 \geq \beta_2 $	rosnąca („normalna”)
+	+	-	+	$ \beta_1 \geq \beta_2 $	odwrócona, wypukła
+	+	+	+	$ \beta_1 \geq \beta_2 $	odwrócona
+	+	+	+	$ \beta_1 < \beta_2 $	łukowata, leży powyżej β_0
+	-	+	+	$ \beta_1 < \beta_2 $	łukowata, dwukrotnie przecina β_0
+	-	-	+	$ \beta_1 < \beta_2 $	odwrócona łukowata, leży poniżej β_0
+	+	-	+	$ \beta_1 < \beta_2 $	odwrócona łukowata, dwukrotnie przecina β_0

Źródło: MEIER I. [1999], s. 12.

Matematyczne własności funkcji Nelsona-Siegela dostarczają bardzo cennych wskazówek odnośnie restrykcji, jakie powinny być nałożone na parametry estymowanego modelu, jak również sugerują dobór wyjściowego wektora parametrów.

Rozwinięcia modelu Nelsona-Siegela dokonał – poprzez dodanie kolejnego komponentu do równania chwilowej stopy terminowej – L.E.O. Svensson [1994]:

$$f(t, \beta) = \beta_0 + \beta_1 \exp\left[-\frac{t}{\tau_1}\right] + \beta_2 * \frac{t}{\tau_1} \exp\left[-\frac{t}{\tau_1}\right] + \beta_3 * \frac{t}{\tau_2} \exp\left[-\frac{t}{\tau_2}\right] \quad (4.19)$$

Podobnie jak w przypadku równania Nelsona-Siegela, wyznaczyć można postać funkcyjną krzywej stóp zerokuponowych:

$$r_t = \beta_0 + (\beta_1 + \beta_2) * \frac{1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau_1}\right)}{t / \tau_1} - \beta_2 \exp\left(-\frac{t}{\tau_1}\right) + \beta_3 * \left[\frac{1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau_2}\right)}{t / \tau_2} - \exp(-t / \tau_2) \right] \quad (4.20)$$

Istotną przewagą, wynikającą ze zwiększenia liczby parametrów, jest większa elastyczność modelu i poprawa dopasowania estymowanej krzywej do danych empirycznych. Funkcja r_t w postaci zaproponowanej przez Svenssona posiada bowiem dodatkowy potencjalny punkt ekstremalny, co pozwala na lepsze odzwierciedlenie bardziej złożonych kształtów struktury terminowej.

Estymacja funkcji $f(t)$ oraz r_t w modelu Nelsona-Siegela polega na wyznaczeniu wektora parametrów $\beta = (\beta_0, \beta_1, \beta_2, \tau)$. W modelu Svenssona wektor ten przyjmuje postać $\beta = (\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3, \tau_1, \tau_2)$. Estymacji dokonuje się na bazie dostępnych danych o rynkowych notowaniach obligacji. W obydwu przypadkach dąży się do minimalizacji sumy różnic pomiędzy teoretycznymi i rynkowymi wycenami obligacji¹²². Poszukuje się zatem takiego wektora parametrów β , dla którego zachodzą

¹²² ANDERSON N., SLEATH J. [2001], s. 13.

dzi najmniejsza wartość średniego błędu wycen. Funkcja celu przyjmuje zatem następującą postać zgodną z równaniem (4.4).

W powyższym ujęciu błędy wycen poszczególnych obligacji wpływają z jednakową siłą na wynik estymacji. Nelson i Siegel zaproponowali jednak uwzględnienie zmiennej siły wpływu błędów, tak, aby na krótkim odcinku krzywej większy nacisk położyc na jakość dopasowania modelu do danych, zaś na odcinku długim – na gładkość krzywej. Modyfikacja funkcji celu polega zatem na nadaniu malejących wag błędom wyceny obligacji o coraz dłuższym czasie zapadalności. Wagi poszczególnych błędów są odwrotności miary średniego czasu zapadalności obligacji¹²³ (*duration*, D).

$$\sum_{i=1}^l \frac{1}{D_i} (P_i - \hat{P}_i)^2 = \sum_{i=1}^l \frac{\epsilon_i^2}{D_i} \rightarrow \min \quad (4.21)$$

Alternatywną metodą estymacji jest minimalizacja różnicy pomiędzy kształtującymi się na rynku wartościami stóp zwrotu w terminie do wykupu, a stopami dochodowości w terminie do wykupu obliczonymi dla cen, szacowanych w oparciu o estymowany model. Uzasadnieniem dla tej metody jest fakt, iż stopy dochodowości mają większe znaczenie dla potrzeb polityki pieniężnej, niż rozkład cen obligacji¹²⁴. Istotną wadą jest znacznie większa złożoność i czasochłonność obliczeń. Zakładając, iż kryterium optymalizacji jest globalny błąd stóp dochodowości, funkcja celu przyjmuje postać:

$$\sum_{i=1}^l (Y_i - \hat{Y}_i)^2 = \sum_{i=1}^l \eta_i^2 \rightarrow \min \quad (4.22)$$

Dodatkowym uzasadnieniem dla oparcia optymalizacji na błędach stóp dochodowości, jest przewaga powyższej metody w zakresie estymacji krótkiego odcinka krzywej¹²⁵. Ceny obligacji krótkoterminowych są bowiem relatywnie bliskie wartości nominalnych, niezależnie od stopy dochodowości. Stąd minimalizacja błędów cen może prowadzić do zaniżenia wpływu krótkiego odcinka na kształt krzywej dochodowości. Z drugiej strony, dla instrumentów, do których zapadalności pozostał już tylko jeden okres odsetkowy, estymacja oparta o błędy stóp w terminie do wykupu, pozwala uzyskać poprawny rozkład stóp natychmiastowych (stopy te są równoważne). Tym niemniej, zaproponowana przez Nelsona i Siegela poprawka funkcji celu, w postaci uwzględnienia odwrotności *duration* jako wag poszczególnych błędów cen, wydaje się być wystarczająca dla uzyskania wystarczająco dużej siły wpływu jakości dopasowania modelu na krótkim odcinku krzywej.

Ze względu na asymptotyczne właściwości krzywych r_t w omawianych modelach, parametry wektora β nie mogą być zupełnie dowolne. W szczególności powinno się założyć, iż β_0 – jako asymptotyczny poziom stopy procentowej w nieskończenie długim terminie powinien być nieujemny. Podobnie nieujemna powinna być suma $\beta_0 + \beta_1$, w stosunku do sumy tej można jednak nałożyć warunek ograniczający, aby była ona równa obserwowanej w danym momencie rynkowej stopie oprocentowania lokat o najkrótszym czasie zapadalności (*overnight*).

Równie duże znaczenie, co dobór warunków ograniczających, mają aprioryczne założenia odnośnie początkowych wartości parametrów, przyjmowanych jako wyjściowe do estymacji. Procedura optymalizacyjna stosowana w estymacji modeli nie jest bowiem jednoznaczna, zaś jej ostateczne wyniki silnie zależą od wartości początkowych parametrów. Cenną wskazówką są tu przedstawione wcześniej matematyczne właściwości krzywej Nelsona-Siegela. Pewnym rozwiązaniem, które można wykorzystać w estymacji krzywej w regularnych odstępach czasu, jest przyjęcie założenia, że ewolucja jej kształtu następuje w sposób stopniowy, w ramach jednego z podstawowych typów. W tej sytuacji, wartości parametrów oszacowanych w danym momencie, mogą być wykorzystane jako wartości początkowe w estymacji dokonywanej dla kolejnego momentu. Uzyskane wyniki estymacji są iteracyjne wykorzystywane w kolejnych momentach.

¹²³ *Duration* jest średnim ważonym, czasem po jakim następują płatności należne posiadaczowi obligacji. Pojęcie to wprowadził Macaulay [1938]. Temat ten szeroko omawiają JAJUGA K., JAJUGA T. [1998] oraz FABOZZI F.J. [2000].

¹²⁴ JAASKELA J., VILMUNEN J. [1999], s. 35.

¹²⁵ GEYER A., MADER M. [1999], s. 14.

Ze względu na prostą postać analityczną, dużą elastyczność, ograniczoną liczbę parametrów, a przede wszystkim ze względu na ich interpretację ekonomiczną, modele Nelsona-Siegela i Svenssona są szczególnie popularne w estymacji struktury terminowej na potrzeby polityki pieniężnej. Modele te wykorzystywane są między innymi przez banki centralne Anglii (od 1994), Niemiec (od 1997), Szwajcarii, Francji, Finlandii a także przez Narodowy Bank Polski.

4.6. Wyniki estymacji krzywej dochodowości na polskim rynku obligacji skarbowych

W estymacji krzywej dochodowości na rynku polskim wykorzystuję model Nelsona-Siegela. Wybór ten uzasadniam popularnością powyższego podejścia, możliwością interpretacji ekonomicznej parametrów oraz dużą elastycznością, przy stosunkowo prostej postaci analitycznej. Kształt krzywej dochodowości szacowany jest w tygodniowych odstępach czasu (co poniedziałek), w oparciu o dane z rynku wtórnego obligacji skarbowych i wyniki przetargu na bony skarbowe. Wykorzystanie stóp dochodowości rynku pierwotnego bonów skarbowych pozwala na „zagęszczenie” danych na krótkim odcinku krzywej dochodowości. Jeżeli w danym tygodniu poniedziałek nie był dniem roboczym, przyjmuję dane z dnia poprzedniego. Kryterium optymalizacji modelu jest minimalizacja średniego błędu wycen instrumentów, ważonych odwrotnościami parametru *Duration*.

Na parametry modelu nakładam następujące warunki ograniczające:

$$\beta_0 > 0$$

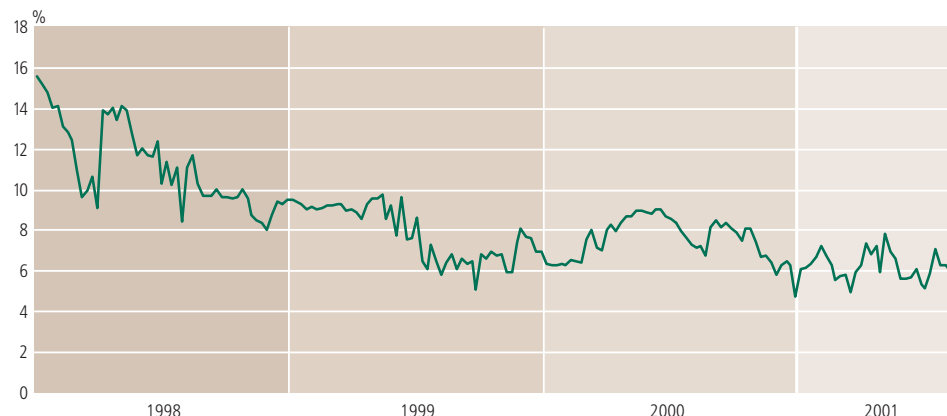
$$\beta_0 + \beta_1 > 0$$

Modelowa wartość długoterminowej stopy procentowej charakteryzuje się dużą niestabilnością. Szczególnie w początkowym okresie, wprowadzane do obrotu nowe serie obligacji pięcioletnich wpłynęły na istotne wahania parametru w czerwcu 1998 r., październiku 1998 r. oraz lutym 1999 r. Zwiększanie liczby instrumentów na długim odcinku krzywej pozwoliło na stopniowe eliminowanie tego zjawiska, niemniej w listopadzie 1999 r. widoczny jest destabilizujący wpływ włączenia do zbioru danych pierwszej z emisji obligacji dziesięcioletnich.

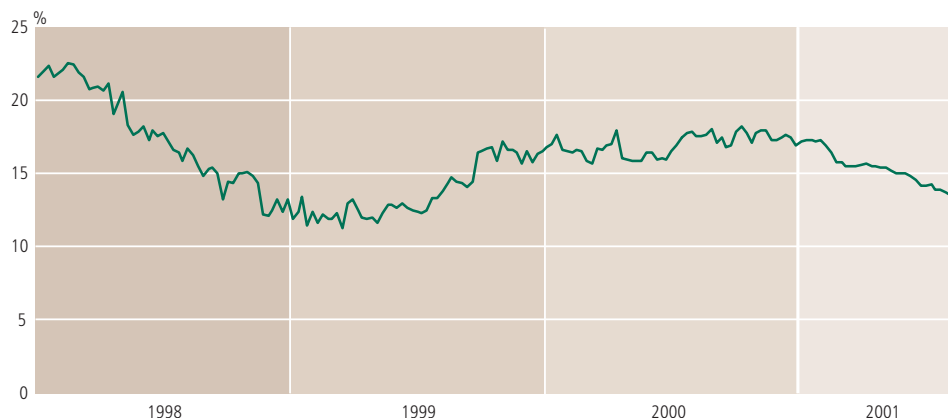
Zachowanie długoterminowej stopy procentowej, co do tendencji jest jednak zbieżne z obserwacjami z rynku pierwotnego. Zauważalne są okresy szczególnie szybkiego spadku: 1998 r. oraz trzeci kwartał 1999 r. W I połowie 2000 r. długoterminowa stopa procentowa wzrosła do 9%. Od sierpnia 2000 r. do lutego 2001 r. występował trend spadkowy, zaś od marca 2001 r. do chwili obecnej stopa ta wahała się w przedziale 5,5% – 7,8%.

Wykres 4.3

Oszacowane wartości długoterminowej stopy procentowej (parametru β_0)



Źródło: opracowanie własne.

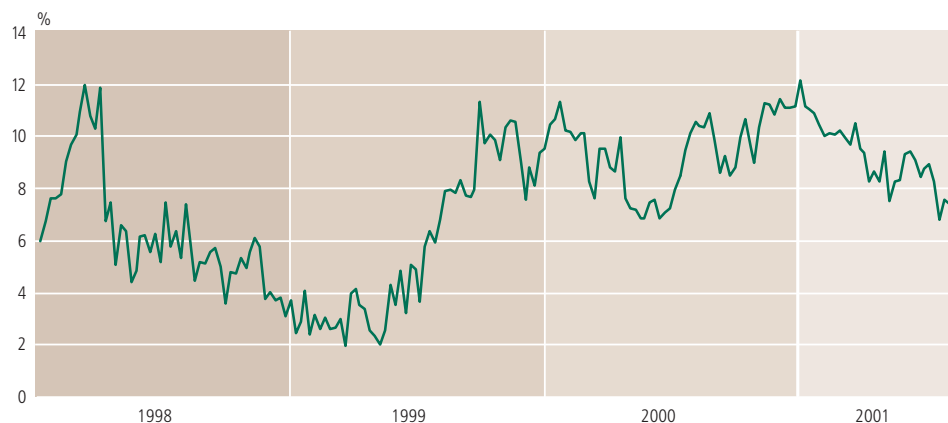
Wykres 4.4**Oszacowane wartości krótkoterminowej stopy procentowej (sumy parametrów β_0 i β_1)**

Źródło: opracowanie własne.

Poziom oszacowanej stopy krótkoterminowej charakteryzuje się znacznie mniejszą zmiennością niż w przypadku parametru β_0 . Wyraźnie zauważalny jest okres spadku stóp procentowych trwający do marca 1999 r. Po kilkumiesięcznej stabilizacji w przedziale 11,2% – 13,2%, czwarty kwartał 1999 r. oraz I kwartał 2000 r. były okresem wzrostu stóp krótkoterminowych. Od marca do września 1999 r. wartość sumy $\beta_0 + \beta_1$ waha się w przedziale 15,7%-19%. Drugi i trzeci kwartał 2001 r. przyniosły szybki spadek stóp krótkoterminowych.

W analizie historycznych zmian kształtu krzywej dochodowości koncentruję się na wartości spreadu stóp procentowych. Warto po pierwsze zauważyć, że w całym analizowanym okresie parametr β_1 ma znak dodatni, a zatem wartość spreadu jest ujemna. Od 1998 r. do chwili obecnej, krzywa dochodowości w Polsce ma kształt odwrócony. W pewnych okresach przybierała również zgarbiony kształt odwrócony. Omawiając kształtowanie się bezwzględnej wartości spreadu, szczególną uwagę zwracam na okresy zmian oficjalnych stóp procentowych oraz okresy zasadniczych zmian w obserwowanym trendzie inflacji.

Podobnie jak w przypadku stopy długoterminowej, oszacowana wartość spreadu podlega dużym wahaniom. W zasadzie, do końca 1998 r. zmienność ta w dużej części jest efektem silnych zaburzeń cen i małej liczby instrumentów oraz wspomnianego już wpływu wprowadzania do obrotu kolejnych serii obligacji. Tym niemniej, aż do stycznia 1999 r. obserwujemy postępujące wyplasz-

Wykres 4.5**Oszacowane wartości spreadu krzywej dochodowości (parametru β_1)**

Źródło: opracowanie własne.

czanie krzywej dochodowości. Przypomnę, iż był to okres konsekwentnego obniżania oficjalnych stóp procentowych. Szczególnie warto zwrócić uwagę na spadek spreadu do zaledwie 4,4 pkt. proc. w II połowie lipca 1998 r. W miesiącu tym (16 lipca) oficjalne stopy procentowe zostały obniżone o 2,0-2,5 pkt. proc. W późniejszym okresie nachylenie krzywej jednak wzrosło i wahało się wokół 6%. Kolejna obniżka stóp (o 1,0 – 2,0 pkt. proc.) nastąpiła 28 października. Tym razem, już na dwa tygodnie przed decyzją RPP spread spadł do 4,4 pkt. proc., by w tydzień po niej ukształtować się na poziomie 5 pkt. proc., zaś kolejne dwa tygodnie później – na poziomie 5,7 pkt. proc. Do powyższych wartości należy jednak podchodzić z dużą rezerwą, ze względu na wprowadzenie w I połowie października na rynek pierwszej obligacji serii PS. Można zatem zasugerować hipotezę, iż inwestorzy mieli w tym czasie pewne problemy z wyceną nowego instrumentu, którego kupon był znacząco niższy od wszystkich poprzednich serii OS.

W podobny sposób przebiegało dyskontowanie kolejnej obniżki (o 1,5 – 2,0 pkt. proc.), dokonanej 9 grudnia 1999 r. W ostatnim tygodniu listopada spread spadł do rekordowo niskiego poziomu 3,6 pkt. proc. Również ten wynik wydaje się być zaburzony wprowadzeniem na rynek w drugiej połowie miesiąca pierwszej z obligacji dziesięcioletnich serii DS. Bezpośrednio po zmianie stóp procentowych spread wzrósł do 4,8 pkt. proc., zaś pod koniec I połowy stycznia 1999 r. ukształtował się na poziomie 6,1 pkt. proc. Obniżka stóp procentowych o 2,5-3,0 pkt. proc. w dniu 20 stycznia 1999 r. stanowiła dla rynku wyraźne zaskoczenie. W pierwszym tygodniu po tym fakcie nachylenie krzywej zmniejszyło się o ponad 2 pkt. proc.

Wyraźnie widoczne jest spłaszczenie krzywej dochodowości, utrzymujące się w okresie od lutego do lipca 1999 r. (spread wahał się od 2 pkt. proc. do 4 pkt. proc.), a następnie szybki jego wzrost, aż do listopada 1999 r. Warto przypomnieć, iż począwszy od III kwartału 1999 r. następował wzrost inflacji.

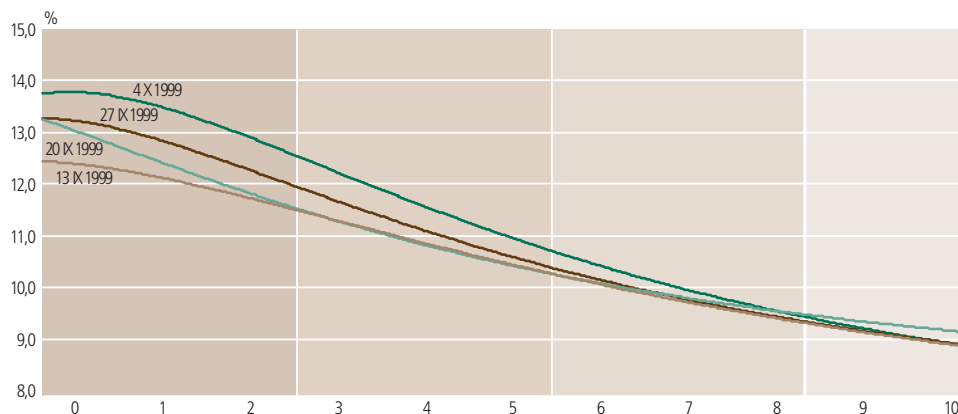
Reakcję krzywej dochodowości na zaostrzenie polityki pieniężnej w dniu 22 września 1999 r. przedstawia poniższy wykres.

Wyraźnie można tu zaobserwować wzrost krótkoterminowych stóp procentowych, połączony z przybraniem przez krzywą dochodowości kształtu zgarbionego. Sytuacja ta mogła wskazywać, że inwestorzy, postrzegając politykę NBP jako wiarygodną, uznali, że konieczna będzie w najbliższym czasie kolejna podwyżka stóp. Dyskontowanie podwyżki stopy referencyjnej trwało jednak już od połowy września, kiedy to spread na trwałe przekroczył wartość 5 pkt. proc.

Kolejnej podwyżce stóp procentowych, dokonanej 17 listopada 1999 r., towarzyszył skok wartości spreadu z 8,0 pkt. proc do 11,3 pkt. proc. Wyraźnie zauważalny jest wzrost stóp krótkoterminowych oraz zmiana kształtu krzywej ze zgarbionego na odwrócony. Również w tym przypadku, nie należy zapominać, że decyzja RPP zbiegła się w czasie z debiutem rynkowym kolejnej

Wykres 4.6

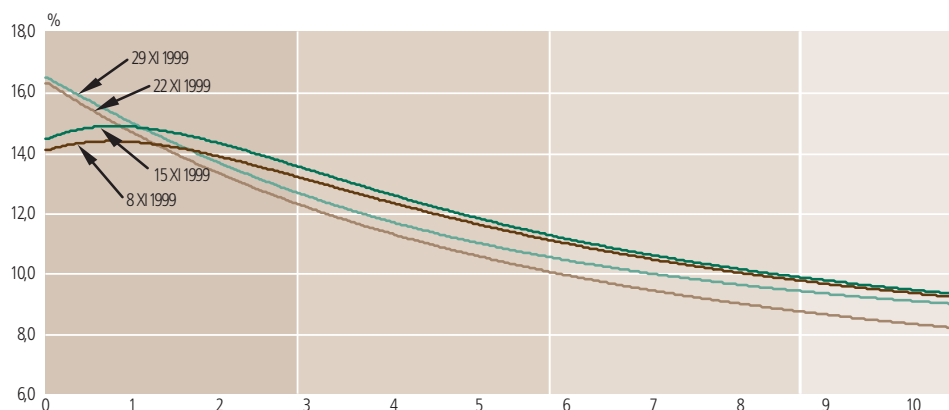
Reakcja krzywej dochodowości na wzrost oficjalnych stóp procentowych we wrześniu 1999 r.



Źródło: opracowanie własne.

Wykres 4.7

Reakcja krzywej dochodowości na wzrost oficjalnych stóp procentowych w listopadzie 1999 r.



Źródło: opracowanie własne.

obligacji dziesięcioletniej (DS1109). Stąd też do przejściowego spadku asymptotycznej stopy długoterminowej (22 listopada 1999 r.) należy podchodzić z dużą ostrożnością. Tym niemniej, można uznać, że decyzja władz monetarnych została przez inwestorów oceniona jako wiarygodna, bowiem zmiana stóp długoterminowych była nieproporcjonalnie mała w stosunku do zachowania „krótkiego” odcinka krzywej.

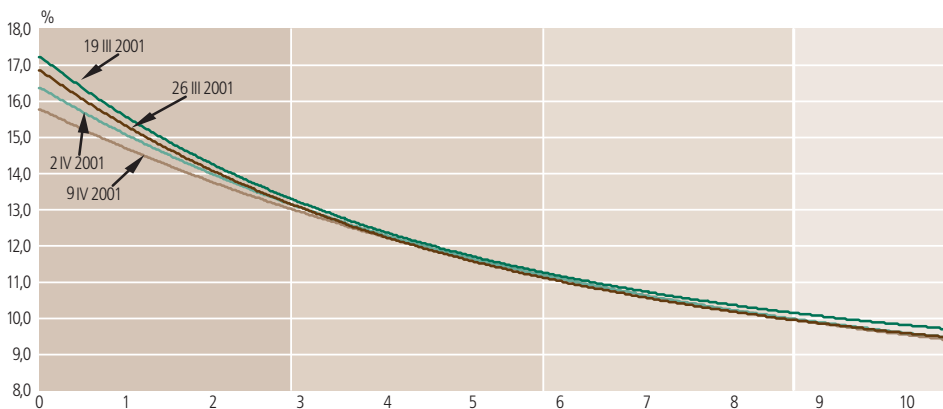
Przełom lat 1999 i 2000 był okresem spłaszczenia krzywej dochodowości. Pod koniec stycznia jej nachylenie spadło do 7,6 pkt. proc. Kolejne podwyżki stóp procentowych miały miejsce 23 lutego i 30 sierpnia 2000 r. Dyskontowanie podwyżki lutowej było znacznie bardziej niż w poprzednich przypadkach rozłożone w czasie. Wzrost nachylenia krzywej¹²⁶ następował już od ostatniego tygodnia stycznia, a zakończył się w połowie marca na poziomie 11,3 pkt. proc. Już od połowy stycznia na krzywej uformował się jednak garb, wskazujący na oczekiwania wzrostu stóp procentowych w perspektywie kilku najbliższych miesięcy.

Podwyżka stóp procentowych, dokonana 30 sierpnia 2000 r. miała umiarkowany wpływ na kształt krzywej dochodowości. Warto zauważyć, iż nachylenie krzywej zwiększało się już od końca lipca. Obserwujemy tu spadek stóp długoterminowych, wzrost stóp krótkoterminowych oraz niemalże zanik kształtu zgarbionego. Może to oznaczać, iż decyzję RPP inwestorzy uznali za ostatnią z serii podwyżek stóp procentowych.

Koniec 2000 r. przyniósł dość silne wahania wartości spreadu, przy dominacji trendu wzrostowego. Głównym czynnikiem wpływającym na nachylenie krzywej stały się w tym okresie zmiany asymptotycznej stopy długoterminowej. Wydaje się, iż sytuacja ta odzwierciedlała niepewność inwestorów, co do dalszego kierunku polityki pieniężnej. Od sierpnia 2000 r., obserwowany był ponowny spadek inflacji, niemniej aż do początku 2001 r. ze strony RPP brak było sygnałów stwarzających podstawę do jednoznacznych wniosków w zakresie horyzontu i skali ewentualnego obniżenia stóp procentowych. Dodatkowo, pod koniec 2000 r. niepewność ta była zwiększana przez przedłużający się wybór nowego Prezesa NBP. Omawiany wzrost spreadu zakończył się 12 lutego 2001 r. osiągnięciem przez nachylenie krzywej rekordowo wysokiego poziomu 12,2 pkt. proc.

Marzec 2001 r. był miesiącem, w którym nastąpiła dwukrotna obniżka stóp procentowych. Reakcja krzywej na pierwszą ze zmian była umiarkowana: nastąpił niewielki spadek spreadu, wywołany głównie wzrostem stóp długoterminowych o 1 pkt. proc. Znacznie silniejsza reakcja towarzyszyła drugiej z obniżek.

¹²⁶ Rosnące nachylenie było efektem porównywalnego wzrostu stopy krótkoterminowej i spadku stopy długoterminowej.

Wykres 4.8**Reakcja krzywej dochodowości na obniżenie oficjalnych stóp procentowych 29 marca 2001 r.**

Źródło: opracowanie własne.

Dwie kolejne obniżki stóp procentowych miały miejsce 27 czerwca i 22 sierpnia. W obydwu przypadkach krzywa dochodowości ulegała dalszemu spłaszczeniu, przy czym spadek wartości spreadu rozpoczął się około dwu tygodni przed decyzją RPP. Zarówno w czerwcu, jak i sierpniu na zmianę nachylenia wpływały spadek stopy krótkoterminowej i umiarkowany wzrost stóp długoterminowych. W ostatnim miesiącu objętym analizą (wrzesień 2001 r.) wartość spreadu kształtowała się pomiędzy 6,8 pkt. proc. a 7,8 pkt. proc.

4.7. Podsumowanie

Podsumowując wnioski wypływające z dokonanej analizy, można zauważyć, iż krzywa dochodowości, elastycznie reagując na zmiany oficjalnych stóp procentowych stanowi na rynku polskim odzwierciedlenie bieżących uwarunkowań polityki pieniężnej. Jednocześnie, fakt utrzymania się ujemnego spreadu, niezależnie od przejściowego wzrostu inflacji i zaostrzenia polityki NBP, należy interpretować jako wyraz długoterminowych oczekiwań inwestorów. Obejmują one spodziewany spadek poziomu inflacji i odpowiednie dostosowanie stóp procentowych. Szczególnie warte podkreślenia są dowody wiarygodności polityki antyinflacyjnej z lat 1999-2000.

Wydaje się, iż oczekiwane kolejne obniżki stóp procentowych doprowadzą do dalszego spłaszczenia krzywej dochodowości. W długim okresie najprawdopodobniej krzywa przyjmie kształt normalny, co będzie jednak uwarunkowane utrzymaniem się niskiego poziomu inflacji i zmianą obecnego neutralnego nastawienia władz monetarnych na zdecydowanie bardziej liberalne. Dopiero po zakończeniu procesu dostosowywania oficjalnych stóp procentowych do poziomu trwale obniżonej inflacji, można oczekiwać, iż długoterminowe stopy procentowe przekroczą poziom stóp krótkoterminowych.

5

Potencjał informacyjny krzywej dochodowości w Polsce

Obecnie przechodzę do drugiego z podstawowych celów pracy: weryfikacji potencjału prognostycznego krzywej dochodowości na rynku polskim.

W pierwszym rozdziale pracy przedstawiona została teoria oczekiwań wraz z jej najważniejszymi interpretacjami. Wyrażają one podstawowe związki między bieżącą strukturą terminową a oczekiwanymi przyszłymi stopami procentowymi. Przedstawione zostały również teorie, w myśl których krzywa dochodowości powinna odzwierciedlać oczekiwania, dotyczące przyszłego tempa inflacji i wzrostu gospodarczego. Rozdział czwarty prezentował relacje pomiędzy logarytmicznie ujętymi miarami dochodowości instrumentów dłużnych, wykorzystywane przy formułowaniu modeli, pozwalających na weryfikację teorii oczekiwań. Zagadnienie to podejmuję w pierwszej części rozdziału.

W drugiej części tego rozdziału zajmuję się związkami pomiędzy strukturą terminową a poziomem inflacji i tempem wzrostu gospodarczego. Podobnie, przedstawiam tu modele, wykorzystujące spread krzywej dochodowości jako zmienną objaśniającą.

W obecnym rozdziale przyjmuję założenie racjonalności oczekiwań inwestorów, co umożliwia estymację ekonometryczną powyższych modeli. Danymi empirycznymi są ciągłe rozkłady stóp procentowych uzyskane w rozdziale czwartym w oparciu o model Nelsona-Siegeła.

5.1. Testy hipotezy oczekiwań

5.1.1. Potencjał prognostyczny implikowanych stóp terminowych

Najwcześniejsze badania, mające na celu weryfikację hipotezy oczekiwań, opierały się na interpretacji twierdzącej, iż implikowane stopy terminowe odzwierciedlają poziom oczekiwanych przyszłych stóp procentowych. W szczególności, implikowana jednoroczna stopa procentowa obserwowana w chwili m , powinna odpowiadać oczekiwanej jednorocznej stopie natychmiastowej, jaka ukształtuje się na rynku po upływie pewnego czasu (t)¹²⁷. W czystej wersji teorii oczekiwań, relacja ta przyjmuje postać:

$$f_1(m+t) = E_m[r_1(m+t)] \quad (5.1)$$

Najczęściej powoływanym w literaturze przykładem weryfikacji potencjału prognostycznego implikowanych stóp terminowych, są poniższe modele skonstruowane przez Famę [1984].

Odejmując obustronnie w równaniu (5.1) bieżącą krótkoterminową stopę procentową $[r_1(m)]$, otrzymujemy:

$$E_m[r_1(m+t)] - r_1(m) = f_1(m+t) - r_1(m) \quad (5.2)$$

Równanie to oznacza, iż zmiana krótkoterminowej stopy procentowej, jaka zachodzi w pewnym horyzoncie czasowym (t), powinna być równa wartości spreadu pomiędzy adekwatną stopą terminową a bieżącym poziomem stopy krótkoterminowej.

Drugi z modeli Famy zakłada, że bieżące zróżnicowanie stóp terminowych powinno odpowiadać zachodzącej w przyszłości zmianie krótkoterminowej stopy procentowej.

Zgodnie ze wzorem (5.1) implikowane stopy terminowe odpowiadają wartościom oczekiwanych stóp natychmiastowych, jakie ukształtują się po upływie czasu $t-1$ oraz t :

$$\begin{aligned} f_1(m+t-1) &= E_m[r_1(m+t-1)] \\ f_1(m+t) &= E_m[r_1(m+t)] \end{aligned}$$

zatem różnica poziomów oczekiwanej stopy natychmiastowej po upływie czasu odpowiednio $t-1$ oraz t , może być wyrażona jako:

$$E[r_1(m+t)] - E[r_1(m+t-1)] = f_1(m+t) - f_1(m+t-1) \quad (5.3)$$

Weryfikacja powyższych równań, a tym samym test hipotezy oczekiwań, wymaga określonych założeń, dotyczących oczekiwań. Bieżące poziomy stóp krótkoterminowych i implikowanych stóp terminowych są bowiem doskonale znane, niemniej ocena oczekiwań inwestorów w ujęciu *ex ante* stanowi istotny problem. Jednym z możliwych rozwiązań jest ich ocena na podstawie prowadzonych wśród inwestorów ankiet. Podejście takie stosował m.in. Froot [1989]. Na rynku polskim zastosowanie powyższego rozwiązania jest niemożliwe, ze względu na brak regularnych sondaży w zakresie oczekiwanych przez inwestorów stóp procentowych.

Drugim i jednocześnie najbardziej powszechnym rozwiązaniem jest weryfikacja prowadzona w ujęciu *ex post*, w oparciu o rzeczywiste poziomy przyszłych stóp procentowych. Jest to możliwe dzięki założeniu racjonalności oczekiwań inwestorów¹²⁸. Dalszą analizę warto poprzedzić rozwinięciem powyższego założenia.

Hipotezę racjonalnych oczekiwań sformułował J. Muth [1961]. Twierdzi ona, że bieżące oczekiwania inwestorów uwzględniają wszelkie dostępne w danej chwili informacje. Oczekiwania są racjonalne w rozumieniu Mutha wówczas, gdy są one przeciętnie równe prawdziwej wartości danej zmiennej ekonomicznej. Stąd też, racjonalne oczekiwania są optymalnymi prognozami przyszłych poziomów zmiennych ekonomicznych¹²⁹. Warto podkreślić, że teoria Mutha nie wymaga jednorodności oczekiwań – wystarczy, by były one równomiernie rozłożone wokół prawdziwej wartości oczekiwanej zmiennej. Jest to dostateczny warunek, aby średnia z indywidualnych, subiektywnych oczekiwań była równa warunkowej (przy określonym zbiorze dostępnych informacji) wartości oczekiwanej zmiennej w sensie matematycznym.

Inwestorzy w formułowanych prognozach wprawdzie mylą się, lecz popełniają jedynie tzw. losowy błąd prognozy (ε). Błąd ten jest nieprzewidywalny¹³⁰, niemniej jego najważniejszymi własnościami ekonometrycznymi są:

- rozkład normalny,
- wartość oczekiwana równa zero.

W myśl hipotezy racjonalnych oczekiwań, relacja pomiędzy oczekiwaną jednoroczną stopą procentową a jej rzeczywistym przyszłym poziomem jest następująca:

$$E_m[r_1(m+t)] = r_1(m+t) + \varepsilon_t \quad (5.4)$$

gdzie ε_t jest losowym błędem prognozy o zerowej wartości oczekiwanej:

$$E[\varepsilon_t] = 0 \quad (5.5)$$

¹²⁸ CAMPBELL J. Y. [1995], s. 27.

¹²⁹ MISHKIN F.S. [1981], s. 296.

¹³⁰ Gdyby wartość błędu prognozy była przewidywalna, zgodnie z hipotezą Mutha, musiałaby zostać uwzględniona jako element zbioru informacji, dostępnych inwestorom przy formułowaniu oczekiwań.

Założenie racjonalności oczekiwań pozwala na parametryzację równań Famy, w celu przekształcenia ich w modele ekonometryczne¹³¹.

$$r_1(m+t) - r_1(m) = \alpha + \beta[f_1(m+t) - r_1(m)] + \eta_t \quad (5.6)$$

$$r_1(m+t) - r_1(m+t-1) = \alpha + \beta[f_1(m+t) - f_1(m+t-1)] + \eta_t \quad (5.7)$$

Równania powyższe pozwalają na weryfikację zarówno czystej teorii oczekiwań, jak też jej wersji obciążonych. Parametr α odpowiada bowiem za stałe w czasie zróżnicowanie pomiędzy zmiennymi objaśniającymi, a rzeczywistym zachowaniem stóp procentowych. Może on być zatem potraktowany jako estymator stałej premii czasowej. Natomiast znak i wartość parametru β odpowiada za kierunek i siłę wpływu zmiennych objaśniających na przyszłe zachowanie stóp procentowych. Składnik losowy modelu (η_t) może być interpretowany jak błąd prognozy¹³².

Każda z wersji teorii oczekiwań wymaga zatem, aby wartość parametru β była dodatnia i istotnie różna od zera. Wersja czysta wymaga silniejszych założeń: parametr α powinien mieć wartość równą zero (brak premii czasowej), zaś wartość parametru β powinna wynosić 1. Odrzucenie którejkolwiek z teorii oczekiwań wymaga zerowej wartości parametru β , co oznacza, że implikowane stopy terminowe nie zawierają żadnego potencjału informacyjnego w zakresie przyszłych zmian stóp natychmiastowych.

Testując czystą wersję teorii oczekiwań stawia się następujące hipotezy zerowe¹³³:

$$H_0 : \alpha = 0$$

$$H_0 : \beta = 1$$

W testowaniu wersji obciążonej operuje się tylko jedną hipotezą zerową:

$$H_0 : \beta > 0$$

Z kolei test prowadzący do odrzucenia którejkolwiek z teorii oczekiwań opiera się na następującej hipotezie:

$$H_0 : \beta = 0$$

5.1.2. Testy oparte na równoważności strategii inwestycyjnych

Współczesne testy hipotezy oczekiwań prowadzone są na bazie interpretacji zakładających wyrównane poziomy dochodowości inwestycji o zróżnicowanych horyzontach czasowych, czyli zerową wartość dochodów nadwyżkowych¹³⁴.

Zgodnie z teorią oczekiwań w wersji czystej, zakłada się równoważność strategii polegających na inwestycji w instrumenty krótko- i długoterminowe, jeżeli ich horyzont inwestycyjny jest identyczny. Przyszłe zmiany stóp procentowych powinny zatem zapewniać wyrównanie dochodów oczekiwanych w zróżnicowanych strategiach. Przypomnę, iż ze względu na długość horyzontu inwestycyjnego, wyróżnia się dwie interpretacje teorii oczekiwań:

- lokalną teorię oczekiwań,
- teorię oczekiwań stopy zwrotu w terminie do wykupu.

W obydwu przypadkach w czasie trwania strategii powinny nastąpić zmiany stóp procentowych wyrównujące wartość oczekiwanych dochodów. Na bazie powyższego stwierdzenia i obser-

¹³¹ FAMA E. [1984], FAMA E., BLISS R. [1987], MISHKIN F. S. [1988a].

¹³² MISHKIN F.S. [1988], s. 2.

¹³³ BUSER S.A., KAROLYI A.G., SANDERS A. B. [1996], s. 6.

¹³⁴ CAMPBELL J.Y., LO A.W., MacKINLAY A. C. [1997], s. 413.

wowanych poziomów spreadów można wyprowadzić oczywiste wnioski co do kierunków, w jakich powinny podążać zmiany stóp procentowych¹³⁵. Dodatnia wartość spreadu krzywej dochodowości oznacza zatem, że:

- a) w krótkim okresie (jeden rok) powinien nastąpić wzrost długoterminowej stopy procentowej, co spowoduje wyrównanie stopy jednorocznej ze stopą *holding period return* zrealizowaną w jednorocznej inwestycji w obligację długoterminową,
- b) w długim okresie powinien nastąpić wzrost stóp krótkoterminowych tak, aby stopa zwrotu osiągnięta w strategii polegającej na reinwestowaniu była równa wieloletniej stopie natychmiastowej.

Podsumowując, dodatnia wartość spreadu oznacza oczekiwania wzrostu stopy długoterminowej w czasie poprzedzającym zapadalność obligacji krótkoterminowej, jak również oczekiwania wzrostu stóp krótkoterminowych w czasie poprzedzającym zapadalność obligacji długoterminowej.

Zgodnie z lokalną teorią oczekiwań, krótkookresowe stopy zwrotu z instrumentów o dowolnych terminach zapadalności powinny być równe krótkoterminowej stopie natychmiastowej, lub różnić się od niej o stały poziom premii czasowej. Relację tę przedstawia równanie (3.39). Zgodnie z równaniem (3.24), krótkoterminowa stopa zwrotu może być wyrażona jako relacja początkowego (w chwili m) oraz oczekiwanego w przyszłości (w chwili $m+1$) poziomu długoterminowej (t -letniej) stopy procentowej:

$$E_m[ret_t(m, m+1)] = tr_t(m) - (t-1)E_m[r_{t-1}(m+1)]$$

Podstawiając powyższe do równania (3.39) i zakładając zerową wartość premii czasowej otrzymujemy:

$$r_t(m) = tr_t(m) - E_m[(t-1)r_{t-1}(m+1)]$$

Równanie powyższe można przekształcić, odejmując obustronnie długoterminową stopę procentową, w celu określenia postulowanej relacji pomiędzy długoterminowymi stopami procentowymi, a wartością spreadu krzywej dochodowości:

$$r_t(m) - r_t(m) = (t-1)r_t(m) - E_m[(t-1)r_{t-1}(m+1)]$$

$$r_t(m) - r_t(m) = E_m[(t-1)r_{t-1}(m+1)] - (t-1)r_t(m)$$

$$s_t(m) = (t-1)[E_m[r_{t-1}(m+1)] - r_t(m)]$$

Założenie racjonalności oczekiwań pozwala na parametryzację powyższego równania¹³⁶:

$$r_{t-1}(m+1) - r_t(m) = \alpha_t + \beta_t \left[\frac{s_t(m)}{t-1} \right] + \eta_t \quad (5.8)$$

W równaniu powyższym zmienną objaśniającą jest spread krzywej dochodowości, zmienną objaśnianą zaś – krótkookresowa zmiana długoterminowej stopy procentowej. Prawdziwość hipotezy oczekiwań może być w tym przypadku stwierdzona w oparciu o test istotności statystycznej parametrów. Zestaw hipotez zerowych jest zatem następujący:

- a) test czystej wersji teorii oczekiwań:

$$H_0 : \alpha_t = 0$$

$$H_0 : \beta_t = 1$$

- b) test obciążonej wersji hipotezy oczekiwań:

$$H_0 : \beta_t > 0$$

¹³⁵ CAMPBELL J.Y., LO A.W., MacKINLAY A.C. [1997], s. 419-420.

¹³⁶ CAMPBELL J.Y. [1995], BEKAERT G., HODRICK R. J. [2000].

c) test odrzucający hipotezę oczekiwań:

$$H_0 : \beta_t = 0$$

Jeżeli dany parametr β_t jest istotnie większy od zera, można przyjąć, iż dodatnim spreadom towarzyszy wzrost stóp długoterminowych w krótkim terminie. Jeżeli brak natomiast podstaw do odrzucenia zestawu hipotez (a), można przyjąć, iż krótkoterminowe zmiany stóp długoterminowych są w całości objaśniane przez wartości odpowiednich spreadów. Oznacza to, że krzywa dochodowości może służyć prognozowaniu zachowań stóp długoterminowych.

Estymacji modelu (5.8) dokonują badając zachowanie stóp dochodowości o terminach zapadalności 3, 6, 9, 12 i 24 miesiący w jednomiesięcznym horyzoncie prognozy oraz stóp dwuletnich i pięcioletnich w horyzoncie rocznym. Zastosowanie dłuższego horyzontu progностycznego zbyt istotnie ograniczyłoby zbiór dostępnych obserwacji. Okres, w którym systematycznie mierzona jest wartość spreadu musi być bowiem krótszy od okresu badawczego o długość horyzontu prognozy. Obserwacje stóp dokonywane są w cotygodniowych odstępach czasu.

W poniższej tabeli prezentuję wyniki estymacji odpowiednich modeli. Obejmują one oszacowane wartości parametrów, wraz z ich błędami standardowymi zamieszczonymi w nawiasach poniżej odpowiednich parametrów). Kolejne kolumny tabeli obejmują wartości statystyk t-Studenta wyznaczonych dla odpowiednich hipotez zerowych. Pogrubioną czcionką oznaczono te wartości statystyk, które pozwalają na odrzucenie hipotezy zerowej przy poziomie istotności wynoszącym 1%. Zasygnalizowano również wartości pozwalające na odrzucenie hipotez przy wyższych poziomach istotności. Ostatnia kolumna zawiera wnioski w zakresie weryfikacji teorii oczekiwań w oparciu o dany model.

Z powyższej analizy wynikają wnioski potwierdzające częściowo czystą hipotezę oczekiwań. W badaniu jednomiesięcznych zmian stóp o terminach zapadalności 3, 6, 9 i 12 miesiący, zauwa-

Tabela 5.1

Wyniki estymacji modelu (5.8).

t	β_t	α_t	Liczba stopni swobody	Statystyka t dla $H_0: \beta_t=0$	Statystyka t dla $H_0: \beta_t=1$	Statystyka t dla $H_0: \alpha_t=0$	Potwierdzona hipoteza
horyzont miesięczny							
3	2,15 (0,46)	0,00 (0,00)	179	4,71	2,52*	-0,27	czysta teoria oczekiwań
6	2,06 (0,57)	0,00 (0,00)	179	3,71	1,91**	0,38	czysta teoria oczekiwań
9	2,07 (0,68)	0,00 (0,00)	179	3,06	1,58	0,70	czysta teoria oczekiwań
12	2,11 (0,80)	0,00 (0,00)	179	2,62	1,38	0,84	czysta teoria oczekiwań
24	2,28 (1,40)	0,00 (0,00)	179	1,62	0,90	0,81	odrzućenie teorii oczekiwań
60	-0,22 (2,58)	0,00 (0,00)	179	-0,08	-0,47	-0,53	odrzućenie teorii oczekiwań
horyzont roczny							
24	7,78 (1,04)	0,08 (0,01)	131	7,42	6,47	6,89	teoria oczekiwań, stała premia czasowa
60	5,76 (0,91)	0,05 (0,01)	131	6,29	5,20	6,33	teoria oczekiwań, stała premia czasowa

* – odrzucenie hipotezy nastąpić może przy 5% poziomie istotności

** – odrzucenie hipotezy nastąpić może przy 10% poziomie istotności

Źródło: opracowanie własne.

żyć można statystyczną istotność parametrów β_t . Przy poziomie istotności wynoszącym 1%, brak podstaw do odrzucenia hipotez, że dla tych stóp wartość β_t wynosi 1. Wreszcie, dla wszystkich stóp, których zmiany rozpatrujemy w ujęciu rocznym, brak podstaw do odrzucenia hipotezy o zerowej wartości wyrazu wolnego.

Tym niemniej w miesięcznych zmianach stóp o dłuższych terminach zapadalności (24 i 60 miesięcy) brak dowodów popierających hipotezę oczekiwań w którejkolwiek z form. Jeżeli jednak spojrzeć na wyniki estymacji modeli rocznych zmian powyższych stóp, można dostrzec potwierdzenie wersji obciążonej teorii oczekiwań: parametry α_t i β_t są istotnie różne od zera, zaś wartość β_t jest różna od jedności. Dodatnia wartość parametru α wskazuje, że zmiany stóp długoterminowych są silniejsze, niż wskazywałaby sama wartość spreadu.

Tym samym, występowanie dodatnich spreadów pomiędzy stopami o terminach zapadalności nie przekraczających roku a jednomiesięczną stopą procentową oraz dodatnich spreadów pomiędzy długoterminowymi stopami procentowymi a jednoroczną stopą procentową stanowi indikator krótkoterminowego wzrostu stóp o dłuższych terminach zapadalności, a tym samym uzyskania niższych stóp *holding period return*. Występowanie spreadów ujemnych może być interpretowane jako zapowiedź krótkoterminowego spadku długoterminowych stóp procentowych.

W myśl teorii oczekiwań stopy zwrotu w terminie do wykupu, bieżąca stopa dochodowości obligacji długoterminowej powinna być równa dochodowi oczekiwanemu w strategii polegającej na corocznym powtarzaniu inwestycji w instrumenty jednoroczne. Relacja ta przedstawiona została w równaniu (3.38). Równanie to przekształcam, aby otrzymać relację pomiędzy spreadem krzywej dochodowości, a wartościami krótkoterminowych stóp procentowych w czasie trwania inwestycji. Poprzez obustronne odjęcie bieżącej krótkoterminowej stopy procentowej $[r_1(m)]$ otrzymujemy:

$$r_t(m) - r_1(m) = \frac{1}{t} \sum_{i=0}^{t-1} E_m[r_1(m+i)] - r_1(m)$$

$$\frac{1}{t} \sum_{i=0}^{t-1} E_m[r_1(m+i)] - r_1(m) = s_t(m)$$

Podobnie jak poprzednio, parametryzacja równania możliwa jest dzięki założeniu racjonalnych oczekiwań¹³⁷:

$$\frac{1}{t} \sum_{i=0}^{t-1} r_1(m+i) - r_1(m) = \alpha_{t,1} + \beta_{t,1}[s_t(m)] + \eta_{t,1} \quad (5.9)$$

W powyższym równaniu jako zmienną objaśniającą również wykorzystuje się spread krzywej dochodowości, zmienną objaśnianą jest zaś średni poziom odchylenia stóp krótkoterminowych od jej poziomu początkowego.

Weryfikacja teorii oczekiwań prowadzona jest w sposób analogiczny do poprzedniego modelu¹³⁸, z wykorzystaniem identycznego zestawu hipotez zerowych. Test istotności statystycznej parametru $\beta_{t,1}$, wraz z określeniem jego znaku, pozwala stwierdzić, czy dodatnim wartościom spreadu towarzyszy wzrost krótkoterminowych stóp procentowych w okresie poprzedzającym zapadalność obligacji długoterminowej. Test istotności parametru $\beta_{t,1}$ pozwala zweryfikować obecność premii czasowych w stopach dochodowości obligacji długoterminowych. Brak podstaw do odrzucenia hipotez, iż $\beta_{t,1}=1$ oraz $\alpha_{t,1}=0$, pozwala stwierdzić, że długoterminowe zmiany stóp krótkoterminowych są w całości objaśniane przez wartości odpowiednich spreadów.

Badając długookresowe zachowania miesięcznych stóp procentowych można zauważyć generalne potwierdzenie hipotezy oczekiwań: parametry $\beta_{t,1}$ są we wszystkich przypadkach statystycznie istotne. Tym niemniej, jedynie dla zmian w horyzoncie jednorocznym potwierdzona zostaje czysta wersja teorii: brak bowiem podstaw do odrzucenia hipotezy, iż $\beta_{12,1}=1$, ponadto przy poziomie istotności wyno-

¹³⁷ CAMPBELL J.Y., SHILLER R. [1991], BEKAERT, HODRICK [2000].

CAMPBELL [1995] posługuje się równoważnym modelem.

¹³⁸ Weryfikacja modelu (5.9) określana jest jako konwencjonalny test teorii oczekiwań (THORNTON D. L. [2000], s. 3).

Tabela 5.2
Wyniki estymacji modelu (5.9):

t	$\beta_{t,1}$	$\alpha_{t,1}$	Liczba stopni swobody	Statystyka t dla $H_0: \beta_{t,1}=0$	Statystyka t dla $H_0: \beta_{t,1}=1$	Statystyka t dla $H_0: \alpha_{t,1}=0$	Potwierdzona hipoteza
jednomiesięczne stopy krótkoterminowe							
3	1,50 (0,17)	0,00 (0,00)	175	8,99	3,01	-0,59	teoria oczekiwań, zmienna premia czasowa
6	1,60 (0,17)	0,00 (0,00)	161	9,23	3,48	1,02	teoria oczekiwań, zmienna premia czasowa
9	1,55 (0,20)	0,00 (0,00)	148	7,61	2,71	1,93**	teoria oczekiwań, zmienna premia czasowa
12	1,38 (0,23)	0,01 (0,00)	135	5,83	1,61	2,34*	czysta teoria oczekiwań
24	2,24 (0,35)	0,05 (0,01)	83	6,37	3,52	5,63	teoria oczekiwań, stała premia czasowa
trzymiesięczne stopy krótkoterminowe							
6	1,67 (0,23)	0,00 (0,00)	170	7,40	2,98	1,18	teoria oczekiwań, zmienna premia czasowa
9	1,66 (0,24)	0,00 (0,00)	157	6,78	2,68	2,10*	teoria oczekiwań, zmienna premia czasowa
12	1,38 (0,28)	0,00 (0,00)	144	4,90	1,36	1,93**	czysta teoria oczekiwań
24	2,25 (0,36)	0,02 (0,36)	92	6,25	3,47	3,03	teoria oczekiwań, stała premia czasowa

* – odrzucenie hipotezy nastąpić może przy 5% poziomie istotności

** – odrzucenie hipotezy nastąpić może przy 10% poziomie istotności

Źródło: opracowanie własne.

szącym 1%, brak podstaw do odrzucenia hipotezy o zerowej wartości wyrazu wolnego. Dla horyzontów krótszych niż jeden rok, parametr $\beta_{t,1}$ jest istotnie różny od jedności, niemniej brak potwierdzenia istnienia stałej premii w stopach dochodowości o terminach zapadalności 3, 6 i 9 miesięcy.

Zachowanie stóp miesięcznych w dwuletnim horyzoncie najlepiej potwierdza obciążoną wersję teorii oczekiwań, wyraz wolny modelu jest bowiem statystycznie istotny, a zatem dwuletnie stopy procentowe zawierają w stosunku do stóp jednomiesięcznych stałą poziomą premii.

Niemal identyczne wnioski nasuwają się przy analizie długookresowych zmian stóp trzymiesięcznych. Również w tym przypadku, w horyzoncie rocznym zachowanie stóp trzymiesięcznych dostarcza potwierdzenia czystej wersji teorii oczekiwań.

Podsumowując, występowanie dodatnich spreadów pomiędzy stopami o zróżnicowanych terminach zapadalności a jednomiesięczną lub trzymiesięczną stopą procentową stanowi zapowiedź wzrostu tych ostatnich w adekwatnym horyzoncie czasowym. Podobnie, ujemne wartości spreadów są sygnałem wyprzedzającym spadek krótkoterminowych stóp procentowych.

5.2. Efekt Fishera i prognozy inflacyjne

Effekt Fishera określany jest jako zjawisko, polegające na odzwierciedlaniu przez zmiany krótkoterminowych stóp procentowych fluktuacji oczekiwanego poziomu inflacji¹³⁹. Zgodnie z terminologią przyjętą przez F. Mishkina [1991], wyróżnić można dwie wersje Efektu Fishera. Wersja długookresowa zakłada istnienie statystycznie istotnego związku pomiędzy obserwowanymi przez pewien czas (w regularnych odstępach) poziomami stóp procentowych a poziomami inflacji.

¹³⁹ MISHKIN F. S. [1991], s. 1.

Odmiernym zjawiskiem jest krótkookresowy Efekt Fishera. Badaniu podlegają wówczas związki pomiędzy krótkoterminowymi zmianami stóp procentowych i następującymi w tym samym czasie zmianami oczekiwanej inflacji. Horyzont czasowy obserwowanych zmiennych jest jednakowy (tzn. bada się przykładowo związek pomiędzy roczną stopą procentową a roczną stopą inflacji).

5.2.1. Długookresowy Efekt Fishera

W celu weryfikacji statystycznej istotności związków pomiędzy stopami procentowymi a oczekiwaną inflacją, można dokonać analizy regresji, w której jako zmienna objaśniana występuje poziom inflacji, zaś zmienną objaśniającą jest poziom adekwatnej nominalnej stopy procentowej.

Przypomnę, iż według uproszczonego równania Fishera (1.24), nominalna stopa procentowa jest sumie realnej stopy procentowej oraz oczekiwanej inflacji. Przekształcając równanie Fishera do postaci logarytmicznej, poziom oczekiwanej inflacji można wyznaczyć jako:

$$E_m[\pi_t(m)] = r_t(m) - rr_t(m) \quad (5.10)$$

Pierwszym z założeń, na których opiera się model Famy [1975], jest założenie stałości realnej stopy procentowej w czasie¹⁴⁰, zgodnie z hipotezą Fishera. Brak spełnienia powyższego nie pozwala ocenić, w jakim stopniu zmienność nominalnych stóp procentowych spowodowana jest zmianami oczekiwań inflacyjnych, w jakim zaś stopniu wynika ze zmian realnych stóp procentowych¹⁴¹. Założenie to implikuje również stałą wartość premii czasowej, zgodnie z teorią oczekiwań.

Kolejnym ważnym założeniem jest przyjęcie, iż oczekiwania inwestorów są racjonalne, a więc odzwierciedlają wszystkie informacje dostępne dla uczestników rynku¹⁴². W myśl teorii racjonalnych oczekiwań, błędy losowe obciążające oczekiwania inflacyjne powinny mieć zerową wartość oczekiwaną¹⁴³:

$$\begin{aligned} \pi_t(m) &= E_m[\pi_t(m)] + \varepsilon_t(m) \\ E[\varepsilon_t] &= 0 \end{aligned} \quad (5.11)$$

Podstawiając powyższe do równania (5.10), otrzymujemy:

$$\pi_t(m) = r_t(m) - rr_t(m) + \varepsilon_t \quad (5.12)$$

Założenie racjonalnych oczekiwań pozwala na parametryzację i przekształcenie równania w model ekonometryczny:

$$\pi_t(m) = \alpha_t + \beta_t r_t(m) + \eta_t(m) \quad (5.13)$$

Równanie powyższe Mishkin [1998b] określa mianem „równania prognoz inflacyjnych” (*inflation forecasting equation*). Założenie racjonalności oczekiwań pozwala traktować analizę korelacji pomiędzy zerokuponową stopą procentową a rzeczywistym przyszłym poziomem inflacji jako równoważną analizie związków pomiędzy stopą procentową a oczekiwaną inflacją¹⁴⁴.

Estymacji modelu dokonuje się na podstawie obserwacji inflacji i stóp zerokuponowych, dokonywanych w kolejno następujących momentach (m). Ponieważ stopa inflacji publikowana jest co miesiąc, w ciągu roku dysponujemy dwunastoma obserwacjami. Wydaje się oczywiste, iż największe znaczenie ma estymacja zależności pomiędzy roczną nominalną stopą natychmiastową,

¹⁴⁰ RAGAN C. [1995], s. 1.

¹⁴¹ MISHKIN [1998b], s. 5.

¹⁴² FAMA E. [1975].

¹⁴³ SCHICH S. T. [1999], s. 6.

¹⁴⁴ MISHKIN F.S. [1991], s. 5.

Tabela 5.3
Wyniki estymacji modelu (5.13)

t	β_t	α_t	Liczba stopni swobody	Statystyka t dla $H_0: \beta_t = 0$	Statystyka t dla $H_0: \beta_t = 1$	Potwierdzona hipoteza
1	-0,30 (0,41)	0,12 (0,07)	40	-0,74	-3,20	odrzućcie teorii Fishera
3	-0,72 (0,27)	0,19 (0,04)	38	-2,68*	-6,36	odrzućcie teorii Fishera
6	-0,77 (0,16)	0,20 (0,03)	35	-4,72	-10,85	odrzućcie teorii Fishera
9	-0,65 (0,11)	0,18 (0,02)	32	-6,12	-15,53	odrzućcie teorii Fishera
12	-0,59 (0,07)	0,17 (0,01)	29	-8,42	-22,67	odrzućcie teorii Fishera

Źródło: opracowanie własne.

a roczną stopą inflacji. Mishkin [1998b, 1991] dokonuje estymacji równania prognostycznego dla krótkoterminowych stóp procentowych o zróżnicowanym czasie zapadalności t :

$$t = [1; 3; 6; 9; 12]$$

Równania te estymowane są dla całego zakresu dostępnych danych, jak również dla wydzielonych odcinków czasu. Podział próby na rozłączne odcinki ma związek z wykazanymi empirycznie zmianami relacji pomiędzy inflacją a stopami procentowymi, w reakcji na fundamentalne zmiany reżimu polityki pieniężnej.

W celu weryfikacji statystycznej istotności zależności pomiędzy obserwowanymi stopami procentowymi a inflacją, Mishkin dla każdego z horyzontów czasowych i w każdym z badanych okresów stawia następującą hipotezę zerową:

$$H_0 : \beta_t = 0$$

Odrzucenie powyższej hipotezy wskazuje na istotną siłę związku pomiędzy badanymi zmiennymi. Należy jednak zauważyć, iż racjonalnym z ekonomicznego punktu widzenia znakiem parametru β_t jest znak dodatni. Przypadek, gdy β_t jest ujemne i statystycznie istotne, wskazuje na odwrotny kierunek korelacji inflacji i stóp procentowych. Wystąpienie takiego zjawiska stanowi oczywiste zaprzeczenie hipotezy Fishera. Kolejną hipotezą zerową jest:

$$H_0 : \beta_t = 1$$

W przypadku braku podstaw do jej odrzucenia, można stwierdzić, że zmiany nominalnych stóp procentowych odzwierciedlają wyłącznie zmienność oczekiwań inflacyjnych. Odrzucenie powyższej hipotezy wskazuje, że poziom realnych stóp procentowych jest zmienny.

Uzyskane wyniki stanowią ewidentne zaprzeczenie hipotezy Fishera. Współczynniki β_t dla wszystkich czasów zapadalności są ujemne, zaś dla dłuższych terminów istotne statystycznie. Wskazuje to na brak występowania długookresowego Efektu Fishera w zbadanych stopach dochodowości.

Model (5.13) pozwala wprawdzie zbadać istotność statystyczną związku pomiędzy inflacją a stopami procentowymi, nie stanowi jednak podstawy dla prognozowania zmian w tempie inflacji¹⁴⁵.

¹⁴⁵ MISHKIN [1998b], s. 3.

5.2.2. Krótkookresowy Efekt Fishera

Badając występowanie krótkoterminowego Efektu Fishera, testuje się statystyczną istotność związków pomiędzy zmianami stopy procentowej o wybranym terminie zapadalności, a zmianami adekwatnego poziomu inflacji. Obserwacje zmiennych dokonywane są w momentach $m-1$ oraz m . Zgodnie z równaniem Fishera (5.10):

$$E_m[\pi_t(m)] = r_t(m) - rr_t(m)$$

$$E_{m-1}[\pi_t(m-1)] = r_t(m-1) - rr_t(m-1)$$

Różnicę pomiędzy oczekiwanymi poziomami t-okresowej inflacji można zatem wyrazić jako:

$$E_m[\pi_t(m)] - E_{m-1}[\pi_t(m-1)] = [r_t(m) - r_t(m-1)] - [rr_t(m) - rr_t(m-1)] \quad (5.13)$$

W myśl założenia racjonalnych oczekiwań:

$$\pi_t(m) = r_t(m) - rr_t(m) + \varepsilon_t$$

$$\pi_t(m-1) = r_t(m-1) - rr_t(m-1) + \varepsilon_{t-1}$$

A zatem:

$$\pi_t(m) - \pi_t(m-1) = [r_t(m) - r_t(m-1)] - [rr_t(m) - rr_t(m-1)] + [\varepsilon_t(m) - \varepsilon_{t-1}(m)] \quad (5.14)$$

Założenie stałości realnej stopy procentowej (rr_t) pozwala zapisać:

$$\pi_t(m) - \pi_t(m-1) = [r_t(m) - r_t(m-1)] + [\varepsilon_t(m) - \varepsilon_{t-1}(m)] \quad (5.15)$$

Poprzez parametryzację powyższego równania, otrzymuje się następujący model ekonometryczny:

$$\pi_t(m) - \pi_t(m-1) = \alpha_t + \beta_t[r_t(m) - r_t(m-1)] + \eta_t \quad (5.16)$$

Równanie powyższe obrazuje relację pomiędzy zmianą t-letniej stopy procentowej i zmianą w adekwatnej oczekiwanej stopie inflacji w ciągu pojedynczego okresu. Podobnie jak w poprzednim przypadku, okresem dzielącym kolejne obserwacje jest jeden miesiąc. Równanie powyższe przekształca się dla uzyskania równania prognostycznego zmian stopy inflacji:

$$\Delta\pi_t(m) = \alpha_t + \beta_t\Delta r_t(m) + \eta_t(m) \quad (5.17)$$

Tabela 5.4

Wyniki estymacji modelu (5.17)

t	β_t	α_t	Liczba stopni swobody	Statystyka t dla $H_0: \beta_t=0$	statystyka t dla $H_0: \beta_t=1$	Potwierdzona hipoteza
1	2,29 (1,19)	0,00 0,01	39	1,91**	1,07	częściowe potwierdzenie teorii Fishera
3	-0,05 (0,55)	0,00 (0,00)	37	-0,09	-1,90**	odrzućcie teorii Fishera
6	-0,32 (0,28)	0,00 (0,00)	34	-1,17	-4,79	odrzućcie teorii Fishera
9	-0,11 (0,17)	0,00 (0,00)	31	-0,63	-6,23	odrzućcie teorii Fishera
12	-0,07 (0,11)	0,00 (0,00)	28	-0,68	-10,05	odrzućcie teorii Fishera

Źródło: opracowanie własne.

Podobnie, jak przy testowaniu długookresowego efektu Fishera, Mishkin [1991] dokonuje weryfikacji powyższego równania dla comiesięcznych zmian krótkoterminowych stóp procentowych, o zróżnicowanym czasie zapadalności t :

$$t = [1; 3; 6; 9; 12]$$

Weryfikacja modelu prowadzona jest w oparciu o identyczny zestaw hipotez zerowych.

Jedynie dla miesięcznej stopy inflacji istnieje pozytywny i istotny statystycznie (przy poziomie istotności 10%) związek pomiędzy jej comiesięcznymi zmianami, a analogicznymi zmianami miesięcznych stóp dochodowości. W pozostałych przypadkach wartość parametru β_t jest ujemna, co stanowi podstawę odrzucenia teorii krótkookresowego Efektu Fishera.

5.2.3. Spread krzywej dochodowości a zmiany tempa inflacji

Weryfikacja potencjału prognostycznego terminowej struktury stóp procentowych może być prowadzona również w oparciu o wartość spreadu pomiędzy stopami o zróżnicowanych terminach zapadalności (t' oraz t). Podejście to pozwala ocenić istotność długoterminowych związków pomiędzy zmianami oczekiwanej inflacją a nachyleniem krzywej dochodowości¹⁴⁶.

Z równania Fishera (5.10):

$$\begin{aligned} E_m[\pi_t(m)] &= r_t(m) - rr_t(m) \\ E_m[\pi_{t'}(m)] &= r_{t'}(m) - rr_{t'}(m) \end{aligned}$$

zatem:

$$E_m[\pi_{t'}(m)] - E_m[\pi_t(m)] = [r_{t'}(m) - r_t(m)] - [rr_{t'}(m) - rr_t(m)] \quad (5.18)$$

W oparciu o założenie racjonalnych oczekiwań możemy zapisać:

$$\begin{aligned} \pi_{t'}(m) &= r_{t'}(m) - rr_{t'}(m) + \varepsilon_{t'} \\ \pi_t(m) &= r_t(m) - rr_t(m) + \varepsilon_t \end{aligned}$$

co oznacza:

$$\pi_{t'}(m) - \pi_t(m) = [r_{t'}(m) - r_t(m)] - [rr_{t'}(m) - rr_t(m)] + [\varepsilon_{t'}(m) - \varepsilon_t(m)] \quad (5.19)$$

Aby wykorzystać strukturę terminową obserwowanych stóp nominalnych do prognozowania zmian tempa inflacji, należy założyć stałość spreadu realnych stóp procentowych. W przeciwnym razie nie można byłoby orzec, w jakim stopniu za zmianę nachylenia krzywej stóp nominalnych odpowiada zmiana oczekiwań inflacyjnych, zaś w jakim stopniu jest to spowodowane zmianą nachylenia realnej krzywej dochodowości. Założenie to jest oczywiście słabsze, niż stanowiący integralną część hipotezy Fishera, postulat stałości realnej stopy procentowej w czasie¹⁴⁷.

Podobnie jak w poprzednich przypadkach, dokonujemy parametryzacji równania, bazując na racjonalności oczekiwań i stałości nachylenia krzywej stóp realnych:

$$\pi_{t'}(m) - \pi_t(m) = \alpha_{t,t'} + \beta_{t,t'} [r_t(m) - r_t(m)] + \eta_{t,t'}(m) \quad (5.21)$$

Mishkin [1998b, 1989c] określa równanie powyższe jako „równanie prognostyczne zmian inflacji” (*inflation change equation*). W modelu tym parametr $\alpha_{t,t'}$ jest miarą nachylenia krzywej

¹⁴⁶ SCHICH S. T. [1999], s. 6.

¹⁴⁷ BARRAN F., COUDERD V., MOJON B. [1995], s. 7.

realnych stóp procentowych, zaś wartość parametru $\beta_{t,t'}$ informuje o sile związku pomiędzy nachyleniem krzywej stóp nominalnych a przyszłymi zmianami w tempie inflacji.

Badając użyteczność spreadu krzywej dochodowości, Mishkin [1988b] dokonuje estymacji równania (5.21) dla różnych par t, t' :

$$\{t, t'\} = [\{3, 1\}; \{6, 3\}, \{9, 6\}, \{12, 6\}, \{12, 9\}]$$

Mishkin [1989c] podejmuje również weryfikację potencjału prognostycznego długoterminowych stóp procentowych. W tym przypadku stopa krótkoterminowa jest stopą jednoroczną, zaś t przyjmuje wartości od dwu do pięciu lat. Postać modelu przedstawia się wówczas następująco:

$$\pi_t(m) - \pi_1(m) = \alpha_{t,1} + \beta_{t,1}[r_t(m) - r_1(m)] + \eta_{t,1}(m) \quad (5.22)$$

Weryfikacja potencjału prognostycznego krzywej dochodowości prowadzona jest w oparciu o test statystycznej istotności parametru $\beta_{t,t'}$. W tym celu stawia się hipotezę zerową:

$$H_0 : \beta_{t,t'} = 0$$

Statystyczne odrzucenie powyższej hipotezy prowadzi do następujących wniosków:

- terminowa struktura stóp procentowych zawiera istotne informacje dotyczące przyszłych zmian inflacji,
- nachylenie krzywej nominalnych stóp procentowych i nachylenie krzywej stóp realnych nie wykazują jednorodnych zmian (nie podążają za sobą).

Jeżeli natomiast brak podstaw do odrzucenia $\beta_{t,t'}=0$, można stwierdzić, iż krzywa dochodowości nie zwiera żadnego potencjału informacyjnego w zakresie oczekiwań inflacyjnych, zaś spread krzywej dochodowości odzwierciedla wyłącznie zróżnicowanie stóp realnych.

Kolejnym etapem jest weryfikacja statystyczna różnicy pomiędzy $\beta_{t,t'}$ a jednością.

$$H_0 : \beta_{t,t'} = 1$$

Odrzucenie powyższej hipotezy implikuje następujące wnioski:

- nachylenie krzywej realnych stóp procentowych nie jest stałe w czasie,
- terminowa struktura nominalnych stóp procentowych tylko częściowo odzwierciedla oczekiwane zmiany inflacji.

Brak podstaw do jej odrzucenia pozwala na sformułowanie wniosku, iż realne stopy procentowe są stałe, zaś zmiany stóp nominalnych odzwierciedlają wyłącznie i w sposób zupełny zróżnicowanie oczekiwań inflacyjnych.

Estymacja powyższego modelu dla zróżnicowanych par czasów zapadalności stanowi podstawę odrzucenia teorii Fishera. Dla kombinacji, w których stopa krótkoterminowa ma czas zapadalności równy jeden miesiąc, parametry β nie są istotne statystycznie. W przypadku kombinacji $\{t=6, t'=3\}$, również nie można odrzucić hipotezy o zerowej wartości parametru β . W pięciu pozostałych przypadkach oszacowana wartość β jest ujemna, co również przeczy hipotezie Fishera.

Estrella, Rodrigues i Schich [2000] proponują również model probitowy, w którym spread krzywej dochodowości pełni rolę zmiennej objaśniającej kierunek zmian inflacji:

$$P[\Delta\pi_{t,t'}(m) = 1] = F[\alpha + \beta[r_t(m) - r_1(m)]] \quad (5.23)$$

Tabela 5.5
Wyniki estymacji modelu (5.22)

$\{t, t'\}$	$\beta_{t,t'}$	$\alpha_{t,t'}$	Liczba stopni swobody	Statystyka t dla $H_0: \beta_{t,t'}=0$	Statystyka t dla $H_0: \beta_{t,t'}=1$	Wartość krytyczna statystyki t
{3,1}	3,70 (2,99)	0,00 (0,00)	38	1,24	0,90	odrzućcie teorii Fishera
{6,1}	3,05 (1,75)	0,01 (0,01)	35	1,75**	1,17	częściowe potwierdzenie teorii Fishera
{9,1}	2,19 (1,52)	0,01 (0,01)	32	1,44	0,78	odrzućcie teorii Fishera
{12,1}	0,93 (1,43)	0,01 (0,02)	29	0,65	-0,04	odrzućcie teorii Fishera
{6,3}	1,96 (1,85)	0,00 (0,00)	35	1,05	0,51	odrzućcie teorii Fishera
{9,3}	-0,19 (1,44)	0,00 (0,00)	32	-0,13	-0,82	odrzućcie teorii Fishera
{12,3}	-1,38 (1,24)	0,00 (0,01)	29	-1,11	-1,91**	odrzućcie teorii Fishera
{9,6}	-2,15 (1,74)	0,00 (0,00)	32	-1,24	-1,8**	odrzućcie teorii Fishera
{12,6}	-3,26 (1,21)	-0,01 (0,01)	29	-2,70*	-3,52	odrzućcie teorii Fishera
{12,9}	-3,50 (1,51)	-0,01 (0,00)	29	-2,32*	-2,98	odrzućcie teorii Fishera

Źródło: opracowanie własne.

gdzie:

F – jest dystrybuantą rozkładu normalnego,

zaś zmienna objaśniana zdefiniowana jest następująco:

$$\begin{aligned} \Delta\pi_{t,t'}(m) &= 1 && \text{jeżeli} && \pi_t(m) > \pi_{t'}(m) \\ \Delta\pi_{t,t'}(m) &= 0 && \text{jeżeli} && \pi_t(m) < \pi_{t'}(m) \end{aligned}$$

Estymacji powyższego modelu dokonuje się w oparciu o metodę największego prawdopodobieństwa (*maximum likelihood estimation*). Parametr β informuje o sile związku pomiędzy wartością spreadu krzywej dochodowości, a prawdopodobieństwem wzrostu t -letniej stopy inflacji w stosunku do stopy o horyzoncie czasowym wynoszącym t lat.

5.3. Krzywa dochodowości a tempo wzrostu gospodarczego

Badanie relacji pomiędzy tempem wzrostu gospodarczego a spreadem natychmiastowych stóp procentowych wymaga logarytmizacji indeksu mierzącego przyrost produktu krajowego. Jeżeli dane dostępne są w ujęciu miesięcznym (np. dla indeksu produkcji przemysłowej)¹⁴⁸:

$$i_k(m) = 100 * \frac{12}{k} \ln \left[\frac{I(m+k)}{I(m)} \right] \quad (5.24)$$

gdzie:

$I(m)$ – jest poziomem indeksu produkcji przemysłowej o podstawie równej 100, kształtującym się w chwili m .

k – jest liczbą miesięcy stanowiącą horyzont prognozy.

¹⁴⁸ ESTRELLA A., RODRIGUEZ A. P., SCHICH S. [2000], s. 18.

W przypadku danych, których obserwacje dostępne są w kwartalnym interwale czasowym (indeks produktu krajowego brutto):¹⁴⁹

$$y_k(m) = 100 * \frac{4}{k} \ln \left[\frac{Y(m+k)}{Y(m)} \right] \quad (5.25)$$

gdzie:

$Y(m)$ – jest wartością w chwili m indeksu mierzącego produkt krajowy, o podstawie równej 100.

k – jest liczbą kwartałów stanowiącą horyzont prognozy

Weryfikacja potencjału prognostycznego krzywej dochodowości dokonywana jest w oparciu o następujące modele:

$$i_k(m) = \alpha + \beta[SPREAD(m)] + \varepsilon_t \quad (5.25)$$

oraz:

$$y_k(m) = \alpha + \beta[SPREAD(m)] + \varepsilon_t \quad (5.26)$$

gdzie:

$SPREAD(m)$ – jest kształtującym się w chwili m zróżnicowaniem stóp dochodowości o wybranych terminach zapadalności (najczęściej operuje się stopami: dziesięcioletnią i trzymiesięczną).

Drugi kierunek badań nad potencjałem prognostycznym krzywej dochodowości w zakresie przyszłej koniunktury gospodarczej, opiera się na wykorzystaniu spreadu jako wskaźnika prognostycznego wystąpienia recesji. Weryfikacji dokonuje się na bazie tzw. probitowego modelu ekonometrycznego¹⁵⁰:

$$P[R(m+k) = 1] = F(\alpha + \beta[SPREAD(m)]) \quad (5.27)$$

gdzie:

F – jest dystrybucją rozkładu normalnego,

zaś zmienna objaśniana zdefiniowana jest następująco:

$R(m+k) = 1$ – jeżeli po upływie k kwartałów gospodarka znajduje się w stanie recesji

$R(m+k) = 0$ – jeżeli po upływie k kwartałów recesja nie występuje.

Weryfikacja powyższych modeli w warunkach polskich nie wydaje się celowa, głównie z względu na zbyt krótki horyzont czasowy. Bez większej trudności można wykazać, iż spowolnienie koniunktury gospodarczej jakie dokonało się w Polsce począwszy od III kwartału 2000 r., poprzedzone było sygnałami ze strony krzywej dochodowości. Wzrost jej ujemnego nachylenia następował już na cztery kwartały wcześniej, zaś wysoka wartość spreadu utrzymywała się przez całe I półrocze 2001 r.

Jak zauważyłem w rozdziale czwartym, wzrost nachylenia krzywej dochodowości był efektem zaostrzenia polityki pieniężnej od listopada 1999 r. Wielu ekonomistów podziela pogląd, iż polityka ta przyczyniła się do spowolnienia koniunktury gospodarczej. Z pewnością bardzo istotnych wniosków dostarczą obserwacja, czy obecne spłaszczenie krzywej dochodowości będzie powiązane z wystąpieniem w przyszłym roku ożywienia gospodarczego.

¹⁴⁹ COZIER B., TKACZ G. [1994], s. 7.

¹⁵⁰ ESTRELLA A., MISHKIN F.S. [1995b], s. 6., BERNARD H., GERLACH S. [1996], s. 5.

5.4. Podsumowanie

W niniejszym rozdziale starałem się zweryfikować potencjał informacyjny terminowej struktury stóp procentowych w Polsce. Zmiany stóp procentowych w miesięcznym horyzoncie czasowym odpowiadają relacjom postulowanym przez czystą teorię oczekiwań. W zmianach długoterminowych stóp procentowych w horyzoncie rocznym potwierdzenie znajduje teoria oczekiwań ze stałą premią czasową. Zmiany stóp krótkoterminowych w zróżnicowanych horyzontach czasowych odpowiadają relacjom postulowanym przez teorię oczekiwań, niemniej obciążone są premią, której poziom nie jest stały w czasie. Wyjątkiem są zmiany zachodzące w horyzoncie rocznym, odpowiadające czystej wersji teorii oczekiwań. Fakt ten można wyjaśnić stosunkowo powszechnym prognozowaniem we wspomnianym horyzoncie czasu, zatem możliwe jest, iż dla tych prognoz racjonalność oczekiwań jest istotnie większa niż dla całej gamy innych porównań.

W analizie relacji pomiędzy zmianami stóp procentowych a zmianami tempa inflacji, brak generalnie występowania istotnych statystycznie związków. Hipoteza Fishera jedynie po części sprawdza się dla jednomiesięcznego horyzontu zmian stóp procentowych o jednomiesięcznym terminie zapadalności. Podstawowym uzasadnieniem jest tu brak racjonalności oczekiwań inflacyjnych. Najczęściej kształtują się one pod wpływem bieżących zmian historycznego wskaźnika inflacji, zaś tylko w bardzo krótkim horyzoncie przyszłości, inwestorzy są w stanie racjonalnie prognozować tempo wzrostu cen. Warto wrócić uwagę, iż zmiany rocznych stóp procentowych postępowywały w analizowanym okresie równoległe ze zmianami wskaźnika CPI za ostatnie 12 miesięcy oraz w odwrotnym kierunku do rzeczywistego (lecz nie znanego *ex ante*) poziomu tego wskaźnika na 12 miesięcy naprzód.

Ograniczony zakres danych nie pozwala natomiast zweryfikować racjonalności długoterminowych oczekiwań spadku inflacji, których wyrazem jest utrzymujące się ujemne nachylenie krzywej dochodowości. Dopiero po wydłużeniu szeregów czasowych do kilku lat będzie można zbadać, czy np. zmiany pięcioletniej stopy procentowej odpowiadają zmianom oczekiwanej długookresowej stopy inflacji.

6 Zakończenie

Przeprowadzone badania wskazują, że krzywa dochodowości w Polsce może stać się narzędziem użytecznym zarówno dla operujących na rynku instrumentów skarbowych inwestorów, jak też dla władz monetarnych. Najważniejszymi wnioskami niniejszej pracy są:

- a) model Nelsona-Siegela w miarę rozwoju rynku staje się poprawnym narzędziem estymacji zerokuponowej krzywej dochodowości,
- b) modelowa struktura stóp procentowych odzwierciedla oceny inwestorów dotyczące bieżącego stopnia restrykcyjności polityki pieniężnej,
- c) zmiany stóp procentowych o zróżnicowanych terminach zapadalności są generalnie zgodne z teorią oczekiwań w jej różnych wersjach,
- d) w zasadzie brak jest statystycznie istotnych związków pomiędzy zbadanymi zmianami stóp procentowych a zmianami tempa inflacji,
- e) utrzymujące się ujemne nachylenie krzywej dochodowości może być interpretowane jako wyraz długoterminowych oczekiwań stabilizacji tempa wzrostu cen, co w przyszłości umożliwi liberalizację polityki pieniężnej.

Zastosowany model Nelsona-Siegela pozwala na estymację ciągłej struktury stóp zerokuponowych z zachowaniem kryteriów racjonalności. Dalsze badania powinny jednak objąć analizę porównawczą z zastosowaniem innych metod estymacji. Wydaje się, iż podstawowym kryterium poprawy racjonalności modelu byłoby zwiększenie stabilności jego parametrów, szczególnie zaś stabilności asymptotycznych stóp długoterminowych. Z pewnością poprawa racjonalności modelu nastąpi pod wpływem zwiększenia liczby dostępnych obligacji długoterminowych, co przy założeniu regularnego powtarzania emisji obligacji serii DS nastąpi za kilka lat. Poprawę stabilności dopasowania na krótkim odcinku krzywej można by uzyskać włączając do zbioru instrumentów również stopy oprocentowania krótkoterminowych depozytów międzybankowych oraz nakładając na modelową krótkoterminową stopę procentową stosowny warunek ograniczający.

Przeprowadzone analizy regresji bazują na stosunkowo prostych metodach weryfikacji hipotezy oczekiwań. W literaturze spotykany jest pogląd, iż analiza, szczególnie prowadzona dla małych zbiorów danych, obarczona jest ryzykiem wystąpienia zjawiska kointegracji szeregów czasowych, a tym samym możliwością wystąpienia tzw. „spornych regresji” (Welfe [2000]). W dalszych badaniach należy zatem zweryfikować występowanie zjawiska kointegracji w szeregach czasowych stóp procentowych na rynku polskim, a następnie dokonać estymacji modeli regresyjnych w oparciu o skorygowane zbiory danych. Stąd też do generalnego potwierdzenia hipotezy oczekiwań w niniejszej pracy należy podchodzić z dużą ostrożnością, przeprowadzone testy traktując raczej jako próbę praktycznego zastosowania opisanych w literaturze testów, niż kategoryczne rozstrzygnięcie pozwalające formułować wnioski inwestycyjne.

Generalne odrzucenie hipotezy Fishera dla stóp o krótkich terminach zapadalności nie wydaje się stać w opozycji do wniosku, iż utrzymujące się ujemne nachylenie krzywej dochodowości stanowi wyraz długoterminowych oczekiwań spadku inflacji i stóp procentowych. Brak potwierdzenia modeli Fishera ma swe źródło głównie w założeniu racjonalności oczekiwań inflacyjnych mierzonych rzeczywistym przyszłym poziomem inflacji. Podstawowymi kierunkami rozszerzenia tych badań w przyszłości powinna być weryfikacja długoterminowych związków kształ-

tu krzywej dochodowości ze zmianami tempa inflacji oraz próba zastosowania alternatywnych miar oczekiwań inwestorów. Wydłużenie szeregów czasowych pozwoli również na weryfikację statystyczną potencjału prognostycznego struktury terminowej w zakresie zmian tempa koniunktury gospodarczej.

7

Bibliografia

1. ANDERSON Nicola, SLEATH John [2001]: "New estimates of the UK real and nominal yield curves", Bank of England, Working Paper No. 126, London.
2. BARRAN Fernando, COUDERD Virgine, MOJON Benoit [1995]: "Interest rates, banking spreads and credit supply: the real effects", Centre D'Etudes Prospectives et D'Informations Internationales, Working Paper No. 95-01, Paris.
3. BEKAERT Geert, HODRICK Robert J. [2000]: "Expectations Hypotheses Tests", NBER Working Paper No. 7609, Cambridge, MA.
4. BEKDACHE Basma, BAUM Christopher F. [1997]: "The Ex Ante Predictive Accuracy of Alternative Models of the Term Structure of Interest Rates", Boston College, Working Paper No. 372, Chestnut Hill, MA.
5. BERK Jan Marc, Van BERGEIJK Peter [2000]: "Is the yield curve a useful information variable for the Eurosystem?", European Central Bank, Working Paper No. 11, Frankfurt am Main.
6. BERNARD Henri, GERLACH Stefan [1996]: "Does the term structure predict recessions? The International Evidence", Bank for International Settlements, Working Paper No. 37, Basel.
7. BLISS R. R. [1996]: "Testing Term Structure Estimation Methods", Federal Reserve Bank of Atlanta, Working Paper 96-12a, Atlanta.
8. BONSER-NEAL Catherine, MORLEY Timothy R. [1997]: "Does the Yield Spread Predict Real Economic Activity? A Multicountry Analysis", Federal Reserve Bank of Kansas City, Economic Review, Third Quarter 1997, pp. 37-53, Kansas City.
9. BRZOZA-BRZEZINA Michał [1999]: "Neutralność pieniądza a oczekiwania", Departament Analiz i Badań NBP, Materiały i Studia, Zeszyt nr 92, Warszawa.
10. CAMPBELL John Y., SHILLER Robert J. [1991]: "Yield Spreads and Interest Rate Movements: A Bird's Eye View", Review of Economic Studies Vol. 58, pp. 495-514.
11. CAMPBELL John Y. [1995]: "Some Lessons from the Yield Curve", NBER Working Paper No. 5031, Cambridge, MA.
12. CAMPBELL J.Y., LO A.W., MacKINLAY A.C. [1997]: "The Econometrics of Financial Markets", Princeton University Press, Princeton.
13. CHAMBERS D. R., CARLETON W. T., WALDMAN D. W. [1984]: "A new approach to estimation of the term structure of interest rates", Journal of Financial and Quantitative Analysis, Vol. 19, No. 3, pp. 233-252.
14. COZIER Barry, TKACZ Greg [1994]: "The Term Structure and Real Activity in Canada", Bank of Canada, Working Paper No. 94-3, Ottawa.
15. CULBERTSON J. M. [1957]: "The Term Structure of Interest Rates", Quarterly Journal of Economics, No. 71, pp. 485-517.
16. DAY Jim, LANGE Ron [1997]: "The Structure of Interest Rates in Canada: Information Content about Medium-Term Inflation", Bank of Canada, Working Paper No 97-10, Ottawa.
17. DEACON Mark, DERRY Andrew. [1994]: "Estimating the Term Structure of Interest Rates", Bank of England, Working Paper No. 24, London.

18. DURAND D. [1942]: "Basic Yields of Corporate Bonds 1900-1942", NBER Technical Paper No. 3/1942, Cambridge, MA.
19. ESTRELLA Arturo, HARDOUVELIS Gikas [1991]: "The Term Structure as a Predictor of Real Economic Activity", *The Journal of Finance*, Vol. 46, pp. 555-576.
20. ESTRELLA Arturo, MISHKIN Frederic S. [1995a]: "The Term Structure of Interest Rates and Its Role in Monetary Policy for the European Central Bank", NBER Working Paper No. 5279, Cambridge, MA.
21. ESTRELLA Arturo, MISHKIN Frederic S. [1995b]: "Predicting U.S. Recessions: Financial Variables as Leading Indicators", NBER Working Paper No. 5379, Cambridge, MA.
22. ESTRELLA Arturo, MISHKIN Frederic S. [1996]: "The Yield Curve as a Predictor of U.S. Recessions", *Federal Reserve Bank of New York, Current Issues in Economics and Finance*, Vol. 2, No. 7.
23. ESTRELLA Arturo, RODRIGUES Anthony P., SCHICH Sebastian [2000]: "How Stable Is the Predictive Power of the Yield Curve? Evidence from Germany and the United States", *Federal Reserve Bank of New York, Staff Report No. 113*, New York.
24. FABOZZI F.J. [2000]: "Rynki obligacji. Analiza i strategię", WIG-Press, Warszawa.
25. FAMA Eugene F. [1975]: "Short-Term Interest Rates as Predictors of Inflation", *American Economic Review*, Vol. 65, pp. 269-282.
26. FAMA Eugene F. [1976a]: "Foundations of Finance", New York.
27. FAMA Eugene F. [1976b]: "Forward Rates as Predictors of Future Spot Rates", *Journal of Financial Economics*, No. 3, pp. 361-377.
28. FAMA Eugene F. [1984]: "The Information in the Term Structure", *Journal of Financial Economics*, No. 13, pp. 509-528.
29. FAMA Eugene F., BLISS Robert R. [1987]: "The Information in Long-Maturity Forward Rates", *American Economic Review*, Vol. 77, pp. 680-692.
30. FISHER Irving [1930]: "The Theory of Interest", MacMillan, London.
31. FISHER Mark., NYCHKA Douglas., ZERVOS David. [1994]: "Fitting the term structure of interest rates with smoothing splines", *Federal Reserve Board of Governors, Working Paper*, Washington.
32. FROOT Kenneth A. [1989]: "A New Hope for the Expectations Hypothesis of the Term Structure of Interest Rates", *Journal of Finance*, Vol. 44, pp. 283-305.
33. GEYER Alois, MADER Richard [1999]: "Estimation of the term structure of interest rates. A Parametric Approach", *Oesterreichische Nationalbank, Working Paper No. 37*, Wien.
34. HARVEY R. [1991]: "The Term Structure and World Economic Growth", *Journal of Fixed Income*, Vol. 1, pp. 7-19.
35. HAUGEN R.A. [1996]: „Teoria nowoczesnego inwestowania”, WIG-Press, Warszawa.
36. HICKS [1953]: "Value and Capital", Oxford University Press, London.
37. HULL John [1999]: „Kontrakty terminowe i opcje. Wprowadzenie”, WIG-Press, Warszawa.
38. JAASKELA J., VILMUNEN J. [1999]: "Anticipated Monetary Policy and the Dynamic Behaviour of the Term Structure of Interest Rates", *Bank of Finland, Discussion Papers 12/99*, Helsinki.
39. JAJUGA Krzysztof, JAJUGA Teresa [1998]: „Inwestycje”, PWN, Warszawa.
40. JEFFREY Andrew, LINTON Oliver, NGUYEN Thong [2000]: "Flexible Term Structure Estimation: Which Method is Preferred?", *Yale School of Management, Unpublished Paper*, December 2000.

41. JORION Philippe, MISHKIN F. S. [1991]: "A Multi-Country Comparison of Term Structure Forecasts at Long Horizons", NBER Working Paper No. 3574, Cambridge, MA.
42. KESSEL Reuben A. [1965]: "The cyclical behavior of the term structure of interest rates", NBER Working Paper No. 91, Cambridge, MA.
43. KEYNES J. M. [1930]: "A Treatise on Money", MacMillan, London.
44. KOZICKI Sharon [1997]: "Predicting Real Growth and Inflation With the Yield Spread", Federal Reserve Bank of Kansas City, Economic Review, Fourth Quarter 1997, pp. 39-57, Kansas City.
45. KOZICKI Sharon [1998]: "Predicting Inflation with the Term Structure Spread", Federal Reserve Bank of Kansas City Working Paper, August 1998, Kansas City.
46. LINTON O., MAMMEN E., NIELSEN J., TANGGAARD C. [1999]: "Yield Curve Estimation by Kernel Smoothing Methods", CAF Working Paper No. 46.
47. LUTZ F. A. [1940]: "The Structure of Interest Rates", Quarterly Journal of Economics 55, pp. 36-63.
48. ŁYZIAK Tomasz [2001]: "Oczekiwania całkiem prywatne", Gazeta Bankowa, 27 listopada – 3 grudnia 2001 r., s. 32-33.
49. MACAULAY Frederick R. [1938]: "Some Theoretical Problems Suggested by Movements of Interest Rates, Bond Yields and Stock Prices in the United States", NBER, New York.
50. MALKIEL B. G. [1966]: "The term structure of interest rates: Expectations and behavior patterns", Princeton University Press, Princeton.
51. MANKIW Gregory N., SUMMERS Lawrence H. [1984]: "Do Long-Term Interest Rates overreact to short-term interest rates", NBER Working Paper No. 1345, Cambridge, MA.
52. MANKIW Gregory N., MIRON Jeffrey A. [1985]: "The Changing Behavior of the Term Structure of Interest Rates", NBER Working Paper No. 1669, Cambridge, MA.
53. McCULLOCH J.H. [1971]: "Measuring the Term Structure of Interest Rates", Journal of Business, Vol. 44, pp. 19-31.
54. McCULLOCH J.H. [1975]: "The tax-adjusted yield curve", Journal of Finance, Vol. 30, No. 3, pp. 811-830.
55. MANKIW Gregory N. [1986]: "The Term Structure of Interest Rates Revisited", Brookings Papers on Economic Activity, 1986:1, pp. 61-96.
56. MEIER Iwan [1999]: "Estimating the term structure of interest rates: the Swiss case", Swiss National Bank Working Paper, May 1999, Zurich.
57. MEISELMAN David [1965]: "The term structure of interest rates", Prentice Hall, New Jersey.
58. MELINO Angelo [1986]: "The term structure of interest rates: Evidence and Theory", NBER Working Paper No. 1828, Cambridge, MA.
59. MISHKIN F.S. [1981]: "Are Market Forecasts Rational?", The American Economic Review, Vol. 71, No. 3, pp.295-306.
60. MISHKIN F. S. [1988a]: "The Information in the Term Structure: Some Further Results", NBER Working Paper No. 2575, Cambridge, MA.
61. MISHKIN F. S. [1988b]: "What Does the Term Structure Tell Us About Future Inflation?", NBER Working Paper No. 2626, Cambridge, MA.
62. MISHKIN F. S. [1989a]: "The Economics of Money, Banking and Financial Markets", Scott, Foresman and Company, New York.
63. MISHKIN F. S. [1989b]: "A Multi-Country Study of the Information in the Term Structure About Future Inflation", NBER Working Paper No 3125, Cambridge, MA.

64. MISHKIN F. S. [1989c]: "The Information in the Longer Maturity Term Structure About Future Inflation.", NBER Working Paper No. 3126, Cambridge, MA.
65. MISHKIN F. S. [1990]: "Yield Curve", NBER Working Paper No. 3550, Cambridge, MA.
66. MISHKIN F. S. [1991]: "Is the Fisher Effect for Real? A Reexamination of the Relationship Between Inflation and Interest Rates", NBER Working Paper No. 3632, Cambridge, MA.
67. MISHKIN F. S., SIMON John [1994]: "An Empirical Examination of the Fisher Effect in Australia", Reserve Bank of Australia, Research Discussion Paper No 9410, Sydney.
68. MODIGLIANI Franco, SUTCH Ricard [1966]: "Innovations in Interest Rate Policy", American Economic Review.
69. MOTT Tracy, ZEN David [1989]: "Profitability and the Time-Varying Liquidity Premium in the Term Structure of Interest Rates", The Jerome Levy Economics Institute of Bard College, Working Paper No. 18, Boulder, CO.
70. "Monetary Policy", red. Gregory N. MANKIOW [1984], The University of Chicago Press, Chicago and London.
71. MUTH John F. [1961]: "Rational Expectations and the Theory of Price Movements", *Econometrica*, Vol. 29, pp. 315-335.
72. NELSON Ch. F., SIEGEL A. F. [1987]: "Parsimonious Modeling of Yield Curves", *Journal of Business*, Vol. 60, No. 4, pp. 473-289.
73. POLAŃSKI Z. [1998a]: "Polish monetary policy in the 1990s: a bird's eye view", in: „Financial Market Restructuring in Selected Central European Countries” red. Vorst Karen S., Wehmeyer Willadee, Aldershot, pp. 7 – 22.
74. POLAŃSKI Z. [1998b]: „Polityka pieniężna w Polsce w drugiej połowie lat 90.: bieżące problemy i strategiczne wyzwania”, Departament Analiz i Badań NBP, Materiały i Studia, Zeszyt nr 72, Warszawa.
75. RAGAN Christopher [1995]: "Deriving Agent's Inflation Forecasts from the Term Structure of Interest Rates", Bank of Canada, Working Paper No. 95-1, Ottawa.
76. SACK Brian [2000]: "Using Treasury STRIPS to Measure the Yield Curve", Federal Reserve Board of Governors Working Paper, October 2000, Washington.
77. SCHICH Sebastian T. [1999]: "What the yield curves say about inflation: Does it change over time?", OECD Economic Department, Working Paper No. 227, Paris.
78. SHILLER Robert [1990]: "The term structure of interest rates" w: *Handbook of Monetary Economics*, red. Friedman B. M. i Hahn F. H., Elsevier Science Publishers, rozdział 13.
79. „Skarbowe Papiery Wartościowe. Raport Roczny 1999”, Ministerstwo Finansów, Warszawa.
80. „Skarbowe Papiery Wartościowe. Raport Roczny 2000”, Ministerstwo Finansów, Warszawa.
81. SŁAWIŃSKI Andrzej [1992]: „Rynek papierów skarbowych a polityka monetarna”, Departament Analiz i Badań NBP, Materiały i Studia, Zeszyt nr 33, Warszawa.
82. SŁAWIŃSKI Andrzej [1996]: „Krzywa dochodowości”, Departament Analiz i Badań NBP, Materiały i Studia, Zeszyt nr 62, Warszawa.
83. SMAGA Edward [1999]: "Arytmetyka finansowa", Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.
84. SMETS Frank, TSATSARONIS Kostas [1997]: "Why Does the Yield Curve Predict Economic Activity? Dissecting the Evidence for Germany and the United States", Bank for International Settlements, Working Paper No. 49, Basel.
85. SOROCZYŃSKI Sławomir, WITEK Mirosław [2000]: "Instrumenty finansowe", Dom Wydawniczy ABC, Kraków.

86. STAMIROWSKI Marcin [1999]: "Empirical Application of the Nelson and Siegel Parsimonious Zero-coupon yield curve model", NBP Research Department, Paper No. 16, Warsaw.
87. STEINER Robert [2000]: „Kalkulacje finansowe. Wycena instrumentów rynku walutowego i pieniężnego”, Dom Wydawniczy ABC, Kraków.
88. STĘPNIAK Igor, ZIELIŃSKI Janusz [2000]: "Estymacja i interpretacja zerokuponowej krzywej dochodowości", Departament Analiz i Badań NBP, Materiały i Studia, Zeszyt nr 108, Warszawa.
89. SVENSSON Lars E. O. [1994]: "Estimating and Interpreting Forward Interest Rates: Sweden 1992-1994", NBER Working Paper No. 4871, Cambridge, MA.
90. „System finansowy w Polsce. Lata dziewięćdziesiąte”, red. nauk. PIETRZAK B., POLAŃSKI Z. [1999], Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.
91. SZPUNAR Piotr [2000]: „Polityka pieniężna. Cele i warunki skuteczności”, PWE, Warszawa.
92. THORNTON Daniel L. [2000]: "The Bias in the Conventional Test of Expectations Theory", Federal Reserve Bank of St. Louis, Working Paper No. 2000-003A, St. Louis.
93. TOBIN J. [1958]: "Liquidity Preference as Behavior Towards Risk", Review of Economic Studies, No. 67, pp. 65-86.
94. UTKIN J. [1998]: „Obligacje skarbowe w Polsce - modele wyceny i ryzyka”, SGH, Warszawa.
95. VASICEK O. A., FONG H. G. [1982]: "Term structure modeling using exponential splines", Journal of Finance, Vol. 37, No. 2, pp. 339-356.
96. WAGGONER Daniel F. [1997]: "Spline Methods for Extracting Interest Rate Curves from Coupon Bond Prices", Federal Reserve Bank of Atlanta, Working Paper No 97-10, Atlanta.

Ostatnie publikacje Narodowego Banku Polskiego z serii „Materiały i Studia”

Zeszyt Nr	Data	Tytuł	Autor
136	01/02	Charakterystyka, wycena i zastosowanie wybranych opcji egzotycznych	Arkadiusz Napiórkowski
137	01/02	Zarządzanie ryzykiem w project finance	Michał Kowalczyk
138	02/02	Mikroekonomiczne koszty inflacji	Wojciech Pachó
139	02/02	Elektroniczne usługi finansowe – charakterystyka rynku, wyzwania i inicjatywy regulacyjne (stan na koniec 2001 r.)	Małgorzata Szczeń Sebastian Jakubiec
140	03/02	Japonia – walka o odzyskanie silnej pozycji gospodarczej i finansowej	Henryk Bilski
141	03/02	Systemy bankowe w Azji Południowo-Wschodniej	Anna Szołtun
142	03/02	Hipoteza neutralności pieniądza	Michał Brzoza-Brzezina Bohdan Kłos Adam Kot Tomasz Łyziak
143	05/02	Koncentracja działalności sektora bankowego w Polsce w latach 1994-2000	Krzysztof Jackowicz Oskar Kowalewski
144	05/02	Rynek kontraktów swap w Polsce	Ewa Leszczyńska
145	06/02	Przyczyny i mechanizmy kryzysów walutowych ze szczególnym uwzględnieniem znaczenia międzynarodowych przepływów kapitału	Hanna Żywiecka
146	07/02	Powiernik w banku hipotecznym	Michał Olszak
147	08/02	Metody estymacji. Value at Risk	Tomasz Bałamut
148	10/02	Polityka monetarna: współczesna teoria i analiza empiryczna dla Polski	Agata Urbańska
149	11/02	Rachunek wzrostu na przykładzie gospodarki Irlandii w latach dziewięćdziesiątych	Andrzej Rzońca