

Konstrukcja indeksów Divisia

Tradycyjna konstrukcja agregatów monetarnych (ang. *simple-sum*) polega na prostym zsumowaniu poszczególnych składowych. Podejście to zakłada, że dla wszystkich aktywów finansowych wchodzących w skład agregatu względne koszty utrzymywania są stałe i równe sobie. Teoria mikroekonomii wskazuje jednak, że wraz ze spadkiem płynności składników agregatów monetarnych rośnie ilość dostarczanych przez nie usług pieniężnych. Jednocześnie, ze względu na utratę oprocentowania, wzrasta koszt ich wykorzystania jako środka wymiany. Z tego względu poszczególne formy pieniądza wchodzące w skład agregatu nie są homogeniczne, co powinno zostać uwzględnione w konstrukcji agregatu. Przykładowo wkłady terminowe pełnią funkcję środka przechowywania wartości pomiędzy kolejnymi transakcjami i ze względu na swoją niższą płynność są one pieniądzem w mniejszym stopniu niż gotówka.

W przeciwieństwie do agregatów pieniężnych M1, M2 i M3 liczonych jako prosta suma odpowiednich składników o różnej płynności, agregaty Divisia różnicują aktywa pieniężne poprzez uwzględnienie relatywnych kosztów ich utrzymywania w porównaniu do pewnej wartości referencyjnej, zazwyczaj równej dochodowości aktywów o najniższej płynności. Agregaty monetarne obliczone przy jej zastosowaniu uwzględniają różnice w stopniu płynności poszczególnych ich składowych. Poszczególnym aktywom finansowym są przypisywane odpowiednie wagi odzwierciedlające wielkość dostarczanych przez nie usług pieniężnych. U podstaw konstrukcji tego indeksu leży zatem założenie, że konsumenci utrzymują pieniądź ze względu na usługi, jakich on dostarcza. Pozwala on ono na włączenie stanu aktywów finansowych do funkcji użyteczności reprezentatywnego konsumenta.

Podstawą konstrukcji indeksu Divisia jest optymalizacja ekonomicznych decyzji konsumenta. Polega ona na maksymalizacji przez jednostkę funkcji użyteczności u_t , której argumentami są realne zasoby pieniądza i pozostałe dobra i usług finalne¹:

$$u_t = u(\mathbf{M}_t, \mathbf{c}_t) \quad (1)$$

gdzie:

$\mathbf{M}_t = (M_{1t}, M_{2t}, M_{3t}, \dots, M_{nt})$ - wektor n - aktywów finansowych w czasie t ;

¹ K. Wesche, *The Demand for Divisia Money in a Core Monetary Union*, s. 52.

$c_t = (c_{1t}, c_{2t}, c_{3t}, \dots, c_{kt})$ - wektor k - pozostałych dóbr i usług w czasie t ;

Jeżeli istnieje funkcja f , agregująca poszczególnych n - aktywów pełniących funkcję pieniądza do jednego agregatu M_t , opisana w następujący sposób:

$$M_t = f(M_{1t}, M_{2t}, M_{3t}, \dots, M_{nt}) \quad (2)$$

to użyteczność może być zapisana jako:

$$u_t = u(M_t, c_{1t}, c_{2t}, c_{3t}, \dots, c_{kt}) \quad (3)$$

Oznacza to, że zastosowanie funkcji f , zwanej agregatorem, pozwala na oddzielne rozpatrywanie popytu na pieniądz i popytu na pozostałe dobra i usługi. Agregator musi spełniać warunek słabej separowalności, który oznacza, że krańcowa stopa substytucji pomiędzy każdymi dwoma aktywami finansowymi jest niezależna od zmian ilości i cen pozostałych dóbr i usług wchodzących w skład wektora c_t .

Ilości nabywanych przez konsumenta aktywów pieniężnych są ustalane w wyniku maksymalizacji osiąganego z nich użyteczności. Dla konsumenta oznacza to wybór pomiędzy płynnością a dochodowością z poszczególnych aktywów w ramach posiadanego ograniczenia budżetowego. Optymalny wybór portfela aktywów powinien prowadzić do maksymalizacji użyteczności u z aktywów finansowych m_t , przy ograniczeniu budżetowym:

$$y_t = \pi_t M_t \quad (4)$$

gdzie:

π_t - wektor kosztów utrzymywania aktywów finansowych, którego składowe zdefiniowane

są jako: $\pi_{it} = \frac{R_t - r_{it}}{1 + R_t}$

przy czym:

r_{it} - koszt i -tego aktywa pieniężnego w chwili t ,

R_t - stopa benchmarkowa równa oprocentowaniu aktywa finansowego, charakteryzującego się całkowitym brakiem płynności. Różnica w oprocentowaniu poszczególnych komponentów

agregatu monetarnego a stopą benchmarkową wyraża zatem płynność dostarczanych przez nie usług finansowych².

Maksymalizacja funkcji użyteczności u_t przy zastosowaniu metody mnożników Lagrange'a prowadzi do otrzymania równania³:

$$\frac{d \ln f(M_t)}{dt} = \sum_i s_{it} \frac{d \ln M_{it}}{dt} \quad (5)$$

gdzie:

$$s_{it} = \frac{\pi_{it} m_{it}}{\sum_{i=1}^n \pi_{it} m_{it}}.$$

W czasie dyskretnym równaniu (5) odpowiada aproksymacja Törnqvist – Thiel'a:

$$\Delta \ln DM_t = \sum_{i=1}^n \tilde{s}_{it} \Delta \ln M_{it} \quad (6)$$

gdzie:

M_{it} - stan i -tego aktywa w okresie t .

$\tilde{s}_{it} = \frac{(s_{it} + s_{i,t-1})}{2}$ - średnia wagi bieżącej i opóźnionej o jeden okres,

przy czym:

s_{it} - waga i -tego aktywa w okresie t , liczona jako:

$$s_{it} = \frac{(R_t - r_{it})M_{it}}{\sum_{i=1}^n (R_t - r_{it})M_{it}} \quad (7)$$

gdzie:

r_{it} jest dochodowością komponentu M_{it} ,

R_t , obliczane jako $\max_i(r_{it})$, jest stopą benchmarkową w okresie t .

Za aktywo benchmarkowe najczęściej przyjmuje się oprocentowanie tego składnika agregatu monetarnego, który w danym okresie przynosi najwyższą stopę zwrotu⁴. W

² W. Gaab, *On the Demand for Divisia and simple-sum M3 in Germany, 1960-1993* w: *Financial Innovation, Banking and Monetary Aggregates*, red. A. Mullineux, s. 167

³ W. Barnett, *Understanding the New Divisia Monetary Aggregates*, w: W. Barnett, A. Serletis, *The Theory of Monetary Aggregation*, s. 101.

⁴ W. Gaab, *On the demand for Divisia and simple-sum M3 in Germany, 1960-1993* w: *Financial Innovation, Banking and Monetary Aggregates*, red. A. Mullineux, s. 168

niniejszym zestawieniu stopa benchmarkowa została wyznaczona jako maksymalne oprocentowanie ze wszystkich składników wchodzących w skład agregatu M3, zgodnie z podejściem zastosowanym przez E. Gaiotti⁵. Została ona następnie wykorzystana do konstrukcji indeksów Divisia dla poszczególnych agregatów monetarnych.

Obliczenia indeksów Divisia wykonano na podstawie danych o składnikach agregatów monetarnych na najniższym możliwym poziomie dezagregacji, wyznaczonym przez dostępność informacji o stanach poszczególnych kategorii w danym okresie oraz ich oprocentowaniu. Otrzymane indeksy Div1, Div2 i Div3 zostały policzone na tych samych składowych co odpowiednio miary M1, M2 i M3. W okresie 12.1996 r. – 02.2002 r. przy konstrukcji indeksu Divisia dla agregatu M3 obliczono wydatki na usługi pieniężne dla aktywów opisanych w Tabeli 1:

Tab. 1 Składowe polskiego agregatu M3.

1. Gotówka w obiegu
2. Depozyty bieżące:
2.1. złotowe
Gospodarstw domowych i instytucji niekomercyjnych działających na rzecz gospodarstw domowych
Przedsiębiorstw, niemonetarnych instytucji finansowych, instytucji samorządowych i funduszy ubezpieczeń społecznych.
2.2. walutowe
Gospodarstw domowych i instytucji niekomercyjnych działających na rzecz gospodarstw domowych
Przedsiębiorstw, niemonetarnych instytucji finansowych, instytucji samorządowych i funduszy ubezpieczeń społecznych.
3. Depozyty terminowe z terminem pierwotnym do 1 miesiąca włącznie:
3.1. złotowe
Gospodarstw domowych i instytucji niekomercyjnych działających na rzecz gospodarstw domowych
Przedsiębiorstw, niemonetarnych instytucji finansowych, instytucji samorządowych i funduszy ubezpieczeń społecznych.
3.2. walutowe
Gospodarstw domowych i instytucji niekomercyjnych działających na rzecz gospodarstw domowych
Przedsiębiorstw, niemonetarnych instytucji finansowych, instytucji samorządowych i funduszy ubezpieczeń społecznych.
4. Depozyty terminowe z terminem pierwotnym od 1 do 3 miesięcy włącznie:
4.1. złotowe
Gospodarstw domowych i instytucji niekomercyjnych działających na rzecz gospodarstw domowych
Przedsiębiorstw i niemonetarnych instytucji finansowych ⁶
4.2. walutowe
Gospodarstw domowych i instytucji niekomercyjnych działających na rzecz gospodarstw domowych
Przedsiębiorstw i niemonetarnych instytucji finansowych
5. Depozyty terminowe z terminem pierwotnym od 3 do 6 miesięcy włącznie:
5.1. złotowe
Gospodarstw domowych i instytucji niekomercyjnych działających na rzecz gospodarstw domowych
Przedsiębiorstw, niemonetarnych instytucji finansowych, instytucji samorządowych i funduszy ubezpieczeń społecznych.
5.2. walutowe
Gospodarstw domowych i instytucji niekomercyjnych działających na rzecz gospodarstw domowych
Przedsiębiorstw, niemonetarnych instytucji finansowych, instytucji samorządowych i funduszy ubezpieczeń społecznych.

⁵ E. Gaiotti, *Measuring Money with a Divisia index: an Application to Italy*, w: M. Belongia, J. Binner, *Divisia Monetary Aggregates: Theory and practice*, s. 2.

⁶ Dane o depozytach terminowych dla przedsiębiorstw i niemonetarnych instytucji finansowych dostępne są w podziale na depozyty z terminem do 1 miesiąca, od 1 do 3 miesięcy, od 3 do 6 miesięcy, od 6 miesięcy do 1 roku oraz od 1 do 2 lat włącznie. W przypadku instytucji samorządowych oraz funduszy ubezpieczeń społecznych dostępne są informacje o depozytach terminowych od 1 roku oraz powyżej 1 roku do 2 lat.

Tab. 1 Składowe polskiego agregatu M3 - dok.

6. Depozyty terminowe z terminem pierwotnym od 6 miesięcy do 1 roku włącznie:
6.1. złotowe
Gospodarstw domowych i instytucji niekomercyjnych działających na rzecz gospodarstw domowych
Przedsiębiorstw, niemonetarnych instytucji finansowych, instytucji samorządowych i funduszy ubezpieczeń społecznych.
6.2. walutowe
Gospodarstw domowych i instytucji niekomercyjnych działających na rzecz gospodarstw domowych
Przedsiębiorstw, niemonetarnych instytucji finansowych, instytucji samorządowych i funduszy ubezpieczeń społecznych.
7. Depozyty terminowe do 1 roku włącznie:
7.1. złotowe
Instytucji samorządowych i funduszy ubezpieczeń społecznych
7.2. walutowe
Instytucji samorządowych i funduszy ubezpieczeń społecznych
8. Depozyty i inne zobowiązania z terminem pierwotnym od 1 roku do 2 lat:
8.1. złotowe
Gospodarstw domowych i instytucji niekomercyjnych działających na rzecz gospodarstw domowych
Przedsiębiorstw, niemonetarnych instytucji finansowych, instytucji samorządowych i funduszy ubezpieczeń społecznych.
8.2. walutowe
Gospodarstw domowych i instytucji niekomercyjnych działających na rzecz gospodarstw domowych
Przedsiębiorstw, niemonetarnych instytucji finansowych, instytucji samorządowych i funduszy ubezpieczeń społecznych.
9. Depozyty z terminem wypowiedzenia do 3 miesięcy:
9.1. złotowe
Gospodarstw domowych i instytucji niekomercyjnych działających na rzecz gospodarstw domowych
Przedsiębiorstw, niemonetarnych instytucji finansowych, instytucji samorządowych i funduszy ubezpieczeń społecznych.
9.2. walutowe
Gospodarstw domowych i instytucji niekomercyjnych działających na rzecz gospodarstw domowych
Przedsiębiorstw, niemonetarnych instytucji finansowych, instytucji samorządowych i funduszy ubezpieczeń społecznych.
10. Pozostałe zobowiązania bieżące:
10.1. złotowe
Gospodarstw domowych i instytucji niekomercyjnych działających na rzecz gospodarstw domowych
Przedsiębiorstw, niemonetarnych instytucji finansowych, instytucji samorządowych i funduszy ubezpieczeń społecznych.
10.2. walutowe
Gospodarstw domowych i instytucji niekomercyjnych działających na rzecz gospodarstw domowych
Przedsiębiorstw, niemonetarnych instytucji finansowych, instytucji samorządowych i funduszy ubezpieczeń społecznych.
11. Pozostałe zobowiązania terminowe do 2 lat włącznie:
11.1. złotowe
Gospodarstw domowych i instytucji niekomercyjnych działających na rzecz gospodarstw domowych
Przedsiębiorstw, niemonetarnych instytucji finansowych, instytucji samorządowych i funduszy ubezpieczeń społecznych.
11.2. walutowe
Gospodarstw domowych i instytucji niekomercyjnych działających na rzecz gospodarstw domowych
Przedsiębiorstw, niemonetarnych instytucji finansowych, instytucji samorządowych i funduszy ubezpieczeń społecznych.
12. Depozyty zablokowane:
12.1. złotowe
Gospodarstw domowych i instytucji niekomercyjnych działających na rzecz gospodarstw domowych
Przedsiębiorstw, niemonetarnych instytucji finansowych, instytucji samorządowych i funduszy ubezpieczeń społecznych.
12.2. walutowe
Gospodarstw domowych i instytucji niekomercyjnych działających na rzecz gospodarstw domowych
Przedsiębiorstw, niemonetarnych instytucji finansowych, instytucji samorządowych i funduszy ubezpieczeń społecznych.
13. Operacje z przyrzeczeniem odkupu
14. Dłużne papiery wartościowe z terminem pierwotnym do 2 lat (włącznie)
15. Jednostki uczestnictwa w funduszach rynku pieniężnego

Źródło: NBP.

Zmiana sposobu publikacji przez Narodowy Bank Polski danych dotyczących statystyki zobowiązań monetarnych instytucji finansowych, która została wprowadzona w marcu 2010

r. i objęła dane od marca 2002 r., spowodowała ograniczenie liczby składowych, na jakie dzielony jest agregat M3. Począwszy od marca 2002 r. konstrukcja indeksów bazuje na podziale kategorii M3 na komponenty przedstawione w Tabeli 2:

Tab. 2 Składowe polskiego agregatu M3.

1. Gotówka w obiegu
2. Depozyty bieżące:
2.1. złotowe
Gospodarstw domowych i instytucji niekomercyjnych działających na rzecz gospodarstw domowych
Przedsiębiorstw, niemonetarnych instytucji finansowych, instytucji samorządowych i funduszy ubezpieczeń społecznych.
2.2. walutowe
Gospodarstw domowych i instytucji niekomercyjnych działających na rzecz gospodarstw domowych
Przedsiębiorstw, niemonetarnych instytucji finansowych, instytucji samorządowych i funduszy ubezpieczeń społecznych.
3. Depozyty i inne zobowiązania terminowe do 2 lat włącznie oraz depozyty z terminem wypowiedzenia do 3 miesięcy włącznie:
3.1. złotowe
Gospodarstw domowych i instytucji niekomercyjnych działających na rzecz gospodarstw domowych
Przedsiębiorstw, niemonetarnych instytucji finansowych, instytucji samorządowych i funduszy ubezpieczeń społecznych.
3.2. walutowe
Gospodarstw domowych i instytucji niekomercyjnych działających na rzecz gospodarstw domowych
Przedsiębiorstw, niemonetarnych instytucji finansowych, instytucji samorządowych i funduszy ubezpieczeń społecznych.
4. Operacje z przyrzeczeniem odkupu
5. Dłużne papiery wartościowe z terminem pierwotnym do 2 lat (włącznie)
6. Jednostki uczestnictwa w funduszach rynku pieniężnego

Źródło: NBP.

Indeks Divisia dla agregatu M2 wyliczono, wykorzystując aktywa należące do kategorii 1 – 12 (Tab 1) oraz 1-3 (Tab 2). W skład indeksu Div1 weszły szeregi opisane w punktach 1-2 (Tab 1 i Tab 2).

Oszacowano następujące indeksy Divisia:

1. o częstotliwości miesięcznej:

1.1. Div1, Div2, Div3 – indeksy Divisia, obliczone przy zastosowaniu podstawowej metodyki ich wyliczania.

1.2. Div1_MA, Div2_MA, Div3_MA, czyli wygładzone indeksy Divisia. Zostały one obliczone przez zastąpienie wartości oprocentowania poszczególnych składowych 3-miesięczną średnią ruchomą⁷. W ten sposób przybliżono w konstrukcji indeksu koszty transakcyjne i czas dostosowania do relatywnych zmian stóp zwrotu. Stopa benchmarkowa dla indeksów Div1_MA, Div2_MA, Div3_MA jest równa maksimum z 6-miesięcznych średnich ruchomych, obliczonych na oprocentowaniach poszczególnych składowych indeksów.

⁷ Dla depozytów walutowych obliczono 3-miesięczną średnią ruchomą z ich dochodowości.

1.3. Div1_KURS, Div2_KURS, Div3_KURS – indeksy Divisia, w których dochodowości z walut przyporządkowano sumę oprocentowania odpowiednich depozytów walutowych i stopę zwrotu na walutach z poprzedniego okresu.

2. o częstotliwości kwartalnej:

2.1. Div1_Q, Div2_Q, Div3_Q – kwartalne indeksy Divisia, obliczone według metodologii zastosowanej dla indeksów Div1, Div2 i Div3.

W okresach, gdy agregat poszerzany jest o nowe aktywo finansowe indeks Divisia nie może być stosowany, gdyż jego stopa wzrostu dąży wówczas do nieskończoności⁸. W tym przypadku N. Janssen i C. Kool proponują stosowanie idealnego indeksu Fishera Q_t^F ⁹:

$$Q_t^F = Q_{t-1}^F \left[\frac{\left(\sum_{i=1}^M p_{it} M_{it} \right) \left(\sum_{i=1}^N p_{i,t-1} M_{it} \right)}{\left(\sum_{i=1}^N p_{it} M_{i,t-1} \right) \left(\sum_{i=1}^M p_{i,t-1} M_{i,t-1} \right)} \right]^{1/2}, \quad (7)$$

gdzie:

p_{it} jest równe $(R_i - r_{it})$,

R_i - stopa benchmarkowa, a r_{it} – oprocentowanie i -tego aktywa,

π_{it} - oprocentowanie aktywa m_i w czasie t ,

N - liczba aktywów wchodzących w skład agregatu w okresie $t-1$,

M - liczba aktywów wchodzących w skład agregatu w okresie t .

Idealny indeks Fishera został wykorzystany do obliczenia indeksu M3, gdy agregat ten został poszerzony w styczniu 2006 r. o jednostki uczestnictwa w funduszach rynku pieniężnego. Zastosowano go również w marcu 2002 r. do wyliczenia wszystkich indeksów w związku z wydzieleniem z kategorii depozytów bieżących złotych gospodarstw domowych i instytucji niekomercyjnych działających na ich rzecz depozytów rolników indywidualnych i przedsiębiorców indywidualnych.

⁸ W. Gaab, *On the demand for Divisia and simple-sum M3 in Germany, 1960-1993* w: *Financial Innovation, Banking and Monetary Aggregates*, red. A. Mullineux, s. 168.

⁹ N. Janssen, C. Kool, *Weighted Dutch and German Monetary Aggregates: How Do They Perform as Monetary Indicators for The Netherlands* w: M. Belongia, J. Binner, *Divisia Monetary aggregates: Theory and practice*, s. 5.

Bibliografia

1. W. Barnett, *The Price of Monetary Services and its Use in Monetary Index Number Theory*, w: W. Barnett, A. Serletis, *The Theory of Monetary Aggregation*, 2000.
2. W. Barnett, *Understanding the New Divisia Monetary Aggregates*, w: W. Barnett, A. Serletis, *The Theory of Monetary Aggregation*, 2000.
3. W. Barnett, Y. Liu, *The CAPM-Extended Divisia Monetary Aggregate with Exact Tracking Ability under Risk*, Working Paper No 195, Washington University, St. Louis MO, USA, 1995.
4. W. Barnett, E. Offenbacher, P. Spindt, *New Concepts of Aggregated Money*, *The Journal of Finance*, Od. XXXVI, No. 2, May 1981.
5. W. Barnett and Apostolos Serletis Editors, *The Theory of Monetary Aggregation*, Elsevier, Amsterdam – Lausanne - New York – Oxford – Shannon – Singapore – Tokyo, 2000.
6. N. Cieśla, *Konstrukcja pieniężnych agregatów Divisia w warunkach polskich*, Narodowy Bank Polski, Materiały i Studia nr 89, 1999.
7. R. Dorsey, *Neural Networks with Divisia Money: Better Forecasts of Future Inflation* w: M. T. Belongia, J. M. Binner, *Divisia Monetary Aggregates. Theory and practice*, 2000.
8. R. Fluri, E. Spoerndli, *Simple-sum versus Divisia Money in Switzerland: Some Empirical Results* w: M. Belongia, J. Binner, *Divisia Monetary Aggregates: Theory and practice*, 2000.
9. J. Ford, A. Mullineux, *Innovation and Aggregates in the UK*, w: A. Mullineux, *Financial Innovation, Banking and Monetary Aggregates*, 1996.
10. W. Gaab, *On the demand for Divisia and simple-sum M3 in Germany, 1960-1993* w: A. Mullineux, *Financial Innovation, Banking and Monetary Aggregates*, 1996.
11. M. Hancock, *Divisia money*, Bank of England, Quarterly Bulletin, Spring 2005.
12. K. Ishida, K. Nakamura, *Board and Narrow Divisia Monetary Aggregates for Japan*, w: M. Belongia, J. Binner, *Divisia Monetary aggregates: Theory and practice*, 2000.
13. N. Janssen, C. Kool, *Weighted Dutch and German Monetary Aggregates: How Do They Perform as Monetary Indicators for The Netherlands*, w: M. T. Belongia, J. M. Binner, *Divisia Monetary aggregates: Theory and practice*, 2000.
14. N. Janssen, *The Demand for Divisia money by the personal sector and by industrial and commercial companies*, Bank of England, Quarterly Bulletin, November 1996.
15. E. Gaiotti, *Measuring Money with a Divisia index: an application to Italy*, w: M. Belongia, J. Binner, *Divisia Monetary aggregates: Theory and practice*, 2000.

16. D. Longworth, J. Atta-Mensah, *The Canadian Experience with Weighted Monetary Aggregates*, Bank of Canada, Working Paper 95-10, 1995.
17. D. Thornton, P. Yue, *An Extended Series of Divisia Monetary Aggregates*, Federal Reserve Bank of St. Louis Review, November 1992.
18. K. Wesche, *The Demand for Divisia Money in a Core Monetary Union*, Review, Federal Reserve Bank of St. Louis, 1997.
19. K. Wesche, *Aggregating Money Demand in Europe with Divisia index*, University of Bonn, Discussion Paper no. B-392, 1996.